

KOMITET PRZESTRZENNEGO ZAGOSPODAROWANIA KRAJU  
POLSKIEJ AKADEMII NAUK

---

ZBYSZKO CHOJNICKI

ZASTOSOWANIE MODELI  
GRAWITACJI I POTENCJAŁU W BADANIACH  
PRZESTRZENNO-EKONOMICZNYCH

STUDIA

Tom XIV

WARSZAWA 1966

KOMITET PRZESTRZENNEGO ZAGOSPODAROWANIA KRAJU  
POLSKIEJ AKADEMII NAUK

Rada Redakcyjna

Przewodniczący — Stanisław Leszczycki

Członkowie: Adam Andrzejewski, Jan Chmielewski, Kazimierz Dziewoński,  
Juliusz Goryński, Jerzy Kostrowicki, Marian Madeyski, Stanisław Rączkowski,  
Kazimierz Secomski, Józef Zaremba

Komitet Redakcyjny

Redaktor Naczelny — Michał Kaczorowski  
Z-ca Redaktora Naczelnego — Antoni Kukliński  
Sekretarz Redakcji — Teresa Lijewska

Adres Redakcji:

WARSZAWA, PAŁAC KULTURY I NAUKI, piętro XXIV, p. 2409

Telefon: 20-01 w. 2184

Instytut Geografii Uniwersytetu

im. A. Mickiewicza w Poznaniu

BIBLIOTEKA

Poznań, ul. Fredry 10, tel. 593-62

GEOGRAFICZNEJ

Poznań, ul. Fredry 10 - tel. 43-36

XXX299/1966/14

Cz

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE, WARSZAWA ul. Miodowa 10

Wydanie I. Nakład 900+100 egz.

Oddano do składania 30 IV 1966 r.

Ark. druk. 8+1 wkł., wyd. 10,75

Podpisano do druku w listopadzie 1966 r.

Pap. druk. sat. kl. V 65 g 70×100

Druk ukończono w listopadzie 1966 r.

Zamówienie nr 228/172 W-4

Cena zł 33,—

DRUKARNIA UNIWERSYTETU IM. A. MICKIEWICZA W POZNANIU

akc. 6707

SPIS TREŚCI

|                     |   |
|---------------------|---|
| PRZEDMOWA . . . . . | 5 |
| WSTĘP . . . . .     | 6 |

Rozdział I

|                                                                  |    |
|------------------------------------------------------------------|----|
| PODSTAWY TEORETYCZNE POJĘCIA MODELU I JEGO FUNKCJE W NAUCE . . . | 8  |
| 1. Pojęcie modelu w nauce . . . . .                              | 8  |
| 2. Model teoretyczny lub analogowy . . . . .                     | 10 |
| 3. Model matematyczny . . . . .                                  | 12 |

Rozdział II

|                                                                                                                |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| POWSTANIE I ROZWÓJ KONCEPCJI MODELI GRAWITACJI I POTENCJAŁU . . . .                                            | 18 |
| 1. Początkowe sformułowania . . . . .                                                                          | 18 |
| 2. „Hipotezy” PP/D i P/D G.K. Zipfa . . . . .                                                                  | 21 |
| 3. „Prawa” grawitacji demograficznej J.Q. Stewarta . . . . .                                                   | 24 |
| 4. „Hipotezy” wzajemnego oddziaływania St.C. Dodda . . . . .                                                   | 30 |
| 5. Sformułowanie modeli grawitacji i potencjału w oparciu o przesłanki empiryczne i probabilistyczne . . . . . | 33 |
| 6. Model „pośrednich możliwości” S.A. Stouffera a modele grawitacji i potencjału . . . .                       | 39 |

Rozdział III

|                                                                                                 |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| POSTAĆ I SYTUACJA PROBLEMOWA MODELI GRAWITACJI I POTENCJAŁU . . . .                             | 44 |
| 1. Ogólna postać modeli grawitacji i potencjału . . . . .                                       | 44 |
| 2. Sformułowanie modeli w postaci analogicznej do pojęcia energii i potencjału grawitacyjnego . | 45 |
| 3. Empiryczna interpretacja modeli grawitacji i potencjału i ich modyfikacja . . . . .          | 48 |

Rozdział IV

|                                                                                                                     |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| ZAKRES I WARUNKI KONKRETYZACJI I ZASTOSOWANIA MODELU GRAWITACJI<br>W BADANIACH PRZESTRZENNO-EKONOMICZNYCH . . . . . | 60 |
| 1. Badanie wielkości ruchu w transporcie, łączności oraz w przepływach pieniężnych . . . .                          | 60 |
| 2. Badanie ruchliwości migracji . . . . .                                                                           | 70 |

|                                                                            |    |
|----------------------------------------------------------------------------|----|
| 3. Wyznaczanie obszarów rynkowych oraz dominacji miast . . . . .           | 73 |
| 4. Wyznaczanie efektywnej odległości oraz wielkości „resztowych” . . . . . | 74 |

## Rozdział V

|                                                                                                                       |           |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>ZAKRES I WARUNKI ZASTOSOWANIA MODELU POTENCJAŁU W BADANIACH PRZESTRZENNO-EKONOMICZNYCH . . . . .</b>               | <b>77</b> |
| 1. Pomiar przestrzennego rozmieszczenia ludności w postaci potencjału ludności oraz map potencjału ludności . . . . . | 78        |
| 2. Badanie korelacji między wielkością potencjału ludności a pewnymi wielkościami społeczno-ekonomicznymi . . . . .   | 84        |
| 3. Pomiar przestrzennej zmienności dochodu oraz popytu i podaży rynkowej . . . . .                                    | 88        |
| 4. Przewidywanie zmian w rozmieszczeniu ludności w ujęciu regionalnym . . . . .                                       | 93        |
| 5. Wyjaśnianie i przewidywanie rozwoju miast jako punktów sieci transportowej . . . . .                               | 100       |
| 6. Potencjał uczestnictwa jako element przestrzennej organizacji decyzji . . . . .                                    | 104       |

## Rozdział VI

|                                                                          |            |
|--------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>ROLA I WARTOŚĆ POZNAWCZA MODELI GRAWITACJI I POTENCJAŁU . . . . .</b> | <b>109</b> |
| <b>BIBLIOGRAFIA . . . . .</b>                                            | <b>113</b> |
| <b>PEŻIOME . . . . .</b>                                                 | <b>121</b> |
| <b>SUMMARY . . . . .</b>                                                 | <b>125</b> |
| <b>SPIS RYCIN . . . . .</b>                                              | <b>128</b> |

## PRZEDMOWA

Praca Z. Chojnickiego posiada odmienny charakter od prac dotychczas publikowanych w „Studiach” Komitetu Przestrzennego Zagospodarowania Kraju. Jest to monografia jednej metody, jednego modelu analizy zagadnień przestrzeni ekonomicznej. Autor daje wyczerpujący i krytyczny przegląd studiów ekonomicznych i geograficznych, które stanowią kolejne etapy w rozwoju samej metody względnie posługiwały się modelami grawitacji lub potencjału dla celów badawczych. Już z tego względu jego dzieło posiada poważne znaczenie praktyczne — wprowadza bowiem polskiego czytelnika w metodykę i problematykę prac często trudno dostępnych, gdyż rozproszonych na łamach rozmaitych, mniej lub więcej rzadko spotykanych w naszych bibliotekach periodyków zagranicznych. Autor jednak nie ogranicza się do zreferowania treści i sposobu ujęcia tych studiów, lecz daje ich systematykę, opracowaną przez siebie w sposób oryginalny. Umożliwia to czytelnikowi ocenę wartości metody i jej zastosowań oraz otwiera szersze perspektywy na podstawowe zagadnienia metodyki badań naukowych.

W trakcie przygotowania pracy Autor współpracował z Zakładem Przestrzennego Zagospodarowania Kraju Instytutu Geografii Polskiej Akademii Nauk.

*Kazimierz Dziewoński*

## WSTĘP

Praca niniejsza stanowi studium monograficzne poświęcone krytycznej ocenie wartości poznawczej i zastosowania modeli grawitacji i potencjału w badaniach przestrzenno-ekonomicznych.

Pojęcie modeli grawitacji i potencjału obejmuje relacje przedstawione w postaci równań o kształcie zbliżonym lub podobnym do prawa grawitacji Newtona (model grawitacji) oraz potencjału Lagrange'a (model potencjału) przyjętych jako założenia dla badania wzajemnego oddziaływania w przestrzeni. Stanowią one najprostszy typ modeli wzajemnego oddziaływania.

Punktem wyjścia dla niniejszego studium jest fakt, że w ostatnich latach ukazało się szereg prac, które dotyczą zastosowania modeli grawitacji i potencjału w badaniach przestrzenno-ekonomicznych. Osiągnięte w nich wyniki wydają się być obiecujące w zakresie wykrywania hipotez empirycznych i prawidłowości wzajemnego oddziaływania różnych zjawisk społeczno-ekonomicznych w przestrzeni.

Nie wydaje się konieczne szerzej uzasadniać poglądu o potrzebie wykrywania i formułowania hipotez i prawidłowości dotyczących przestrzennego rozmieszczenia zjawisk i związków przestrzennych zachodzących między nimi. Wystarczy stwierdzić, że wykrycie i sformułowanie hipotez i prawidłowości pozwala wnioskować na ich podstawie w przyszłość, a więc przewidywać i kształtować zjawiska. Przewidywanie jest zaś praktycznym celem nauki.

Uznając pożyteczność prac opisowych w geografii ekonomicznej należy jednak podkreślić, że prace te nie realizują zasadniczego celu nauki jakim jest wykrywanie prawidłowości i praw. Wykrywanie praw podniósł St. Nowakowski do roli kryterium naukowości w geografii<sup>1</sup>. Słabość osiągnięć geografii ekonomicznej w tym zakresie uzasadnia potrzebę znalezienia nowych dróg wykrywania prawidłowości przestrzennych. W związku z tym nasuwa się pytanie, czy i w jakim stopniu koncepcja modeli grawitacji i potencjału może stanowić podstawę dla formułowania tych hipotez i prawidłowości a przez to dokonać wkładu do budowy teorii geografii ekonomicznej. Aby w sposób uzasadniony i prawidłowy odpowiedzieć na to trzeba przeprowadzić analizę budowy, własności, zakresu i poprawności stosowania twierdzeń objętych nazwą modeli grawitacji i potencjału.

Mimo że w ostatnich latach pojawiło się szereg prób stosowania modeli grawitacji i potencjału w badaniach z geografii zaludnienia i transportu oraz analizy regionalnej i istnieją syntetyczne omówienia tych zastosowań w pracach G. A. P. Carrothersa oraz W. Isarda, to brak jednak dotąd pełnego krytycznego opracowania tego zagadnie-

<sup>1</sup> St. Nowakowski, (1935).

nia<sup>2</sup>. Prace G. A. P. Carrothersa i W. Isarda, głównie o charakterze sprawozdawczym, miały na celu dokonanie przeglądu tych zastosowań. Nie zawierają one jednak analizy budowy i własności modeli grawitacji i potencjału oraz krytycznej oceny stosowania ich w badaniach przestrzenno-ekonomicznych.

Dotychczasowe posługiwanie się modelami grawitacji i potencjału nasuwa cały szereg wątpliwości nie tylko co do zakresu ich stosowalności, ale przede wszystkim co do wartości samej koncepcji badawczej tych modeli. Dyskusja dotycząca stosowania modeli grawitacji i potencjału jaka toczyła się na łamach „The Professional Geographer” w latach 1958–1961, jakkolwiek poruszyła zagadnienie wartości badawczej modeli matematycznych nie wyszła jednak poza wewnętrzną krytykę tego zagadnienia, wykazując mało na ogół zadowalający stopień precyzji pojęć i sformułowań w zakresie spornego problemu<sup>3</sup>. Dyskusja ta wraz z artykułami F. Lukermanna oraz Z. Chojnickiego i A. Wróbla ujawniła konieczność dokonania krytycznej oceny koncepcji teoretycznej i zastosowania modeli grawitacji i potencjału<sup>4</sup>.

Właściwym zadaniem niniejszej pracy jest więc przedstawienie dorobku naukowego i przeprowadzenie analizy oraz krytycznej oceny wartości poznawczej modeli grawitacji i potencjału w zakresie badania związków przestrzenno-ekonomicznych na podstawie tych modeli. Ponieważ modele te należą do klasy „modeli” w znaczeniu naukowym, podstawą teoretyczną takiej analizy i oceny jest przedstawienie własności metodologicznych koncepcji modeli w nauce oraz ich funkcji badawczej.

Aby wywiązać się z podjętego zadania będę postępował według następującego planu: po niniejszych uwagach dotyczących zadań pracy zajmę się kolejno przedstawieniem

- I – podstaw teoretycznych modeli w nauce i ich funkcji;
- II – dróg powstania i rozwoju koncepcji modeli grawitacji i potencjału;
- III – analizą postaci i sytuacji badawczej tych modeli;
- IV – zakresu i warunków konkretyzacji i zastosowania modeli grawitacji; oraz
- V – modelu potencjału i
- VI – oceną wartości poznawczej modeli grawitacji i potencjału.

<sup>2</sup> G. A. P. Carrothers (1956a), W. Isard (1960); już po ukończeniu niniejszej pracy ukazało się syntetyczne studium o charakterze bibliografii analitycznej dotyczące modeli grawitacji i potencjału G. Olssona (1965).

<sup>3</sup> Por.: F. Lukermann (1960, 1961), B. G. Berry (1959), L. J. King (1960).

<sup>4</sup> Por. F. Lukermann, P. W. Porter (1960), Z. Chojnicki, A. Wróbel (1961).



## PODSTAWY TEORETYCZNE POJĘCIA MODELU I JEGO FUNKCJE W NAUCE

### 1. POJĘCIE MODELU W NAUCE

Dotychczasowe próby analizy modeli grawitacji i potencjału nie zawierały podstaw teoretycznych samej koncepcji modeli grawitacji i potencjału jako operacji poznawczej typu „modelu”. Bliższe określenie własności pojęcia „modelu” pozwoli na przeprowadzenie właściwej analizy podstawy teoretycznej sformułowania modeli grawitacji i potencjału.

Pojęcie „modelu” jest szeroko stosowane zarówno w matematyce i logice jak i w naukach empirycznych, nie posiada jednak wyraźnie i jednoznacznie sprecyzowanego znaczenia. W związku z tym wydaje się rzeczą konieczną bliższe określenie tego terminu. Na gruncie języka potocznego według I. Dąbskiej słowo model jest używane w dwóch różnych znaczeniach<sup>5</sup>:

W jednym znaczeniu „model” to wzór, który można odtwarzać lub naśladować. W tym znaczeniu np. model nowego typu samolotu stanowi jego pierwowzór. Dokonuje się tutaj zwykle uwydatnienia pewnych cech a pominięcia innych dla podkreślenia lub zwrócenia uwagi na określone własności przedmiotu.

W drugim znaczeniu „model” to uproszczona wersja innego przedmiotu; chodzi tu więc o odwzorowywanie schematyczne pewnego indywidualnego przedmiotu lub przedmiotów pewnego typu. Odwzorowuje się tutaj zwykle niektóre własności oryginalnego przedmiotu, aby dostarczyć informacji odnośnie tych własności lub ułatwić ich wyobrażenie sobie; np. model samolotu w tunelu aerodynamicznym posiada tylko pewne cechy prawdziwego samolotu jak np. kształt, co pozwala na zogniskowanie uwagi na tej własności.

Funkcje modelu mogą być zatem podwójne: jako wzoru i jako odwzorowania. Czasem obie te funkcje może pełnić jeden przedmiot – model równocześnie; np. model samolotu odwzorowując pewne własności samolotu może być równocześnie wzorem dla konstruktora. Ten dwójaki charakter przysługuje zwykle modelom drugiego rodzaju, a więc schematom odwzorowującym strukturę pewnego przedmiotu lub typu przedmiotów.

W nauce miejsce realnych przedmiotów pełniących funkcję modeli w technice i sztuce zajmują różne ogólne propozycje przedstawienia struktury rzeczywistości lub jej fragmen-

tów za pomocą opisu słownego lub przy użyciu symboli. W takim ujęciu „model” jest więc elementem struktury nauki pełniącym określoną rolę poznawczą w aparacie metodologicznym nauki. Należy mocno podkreślić, że w pojęciu modelu nie mieści się jakaś odrębność strukturalno-logiczna, ponieważ modelami mogą być różne struktury logiczne. Pojęcie modelu na terenie nauki zostało przede wszystkim związane z operacjami poznawczymi o charakterze metody analogii co się wyraziło w klasycznej koncepcji modelu<sup>6</sup>.

Według tzw. klasycznej koncepcji modelu istotą modelu w nauce jest pojęcie podobieństwa strukturalnego czyli izomorfizmu pomiędzy przedmiotem – modelem a jego odwzorowaniem, które sprowadza się do jednoznacznej, obustronnej odpowiedniości relacji wyznaczających te struktury<sup>7</sup>. Przykładem określenia klasycznego pojęcia modelu jest sformułowanie I. Dąbskiej, która przyjmując rozróżnienia modelu w znaczeniu ściślejszym ( $M$ ) i modelu w znaczeniu uogólnionym ( $\bar{M}$ ) następująco rozróżnia pojęcie modelu wzoru –  $M(w)$  i  $\bar{M}(w)$  od modelu odwzorowania –  $M(o)$  i  $\bar{M}(o)$ <sup>8</sup>.

Przedmiot  $P$  jest modelem wzorem –  $Mw$  przedmiotu lub klasy przedmiotów  $P'$  wtedy i tylko wtedy, gdy osoba  $O$  przyporządkowuje przedmiotowi  $P$  przedmiot  $P'$  lub klasę przedmiotów  $P'$  tak, aby struktura  $S'$  lub część struktury  $S'$  przedmiotu  $P'$  lub klasy przedmiotów  $P'$  była izomorficzna względem struktury  $S$  przedmiotu  $P$ .

Przedmiot  $P$  jest modelem odwzorowaniem –  $Mo$  przedmiotu lub klasy przedmiotów  $P'$  wtedy, i tylko wtedy, gdy osoba  $O$  przyporządkowuje przedmiot  $P$  przedmiotowi  $P'$  lub klasie przedmiotów  $P'$  tak, by struktura  $S$  przedmiotu  $P$  była izomorficzna względem struktury  $S'$  przedmiotu lub klasy przedmiotów  $P'$ .

W rozszerzonym sensie  $\bar{M}$  można mówić o modelu również tam, gdzie stosunki pomiędzy strukturami  $P$  i  $P'$  nie są izomorficzne, lecz homomorficzne tzn. gdy zachodzi tylko częściowe jednoznaczne obustronne przyporządkowanie relacji wyznaczających dane struktury.

Pojęcie modelu pełni na terenie nauki różnorodne i złożone funkcje. Wśród funkcji tych L. Apostel w odniesieniu do nauk empirycznych wymienia: tworzenie teorii, upraszczanie, redukcję, rozszerzanie, uprawomocnienie, wyjaśnianie, konkretyzację, uogólnianie i eksperymentowanie<sup>9</sup>. L. Apostel analizuje te funkcje, wykazując, że pojęcie modelu w ich świetle jest w znacznym stopniu rozszerzone w porównaniu z klasyczną koncepcją modelu a nawet niejednokrotnie dość daleko od niej odbiega. Wychodząc z klasycznego pojmowania modelu dokonuje też jego generalizacji rozróżniając trzy pojęcia modelu według zmniejszającego się stopnia ogólności: algebraicznego, semantycznego i syntaktycznego. Najbardziej ogólne pojęcie modelu to pojęcie modelu algebraicznego, gdy zarówno wzór jak i odwzorowanie stanowią ogólne systemy lub struktury; stopień ogólności zmniejsza się w modelu semantycznym, gdy jeden człon relacji jest językiem, a następnie w modelu syntaktycznym, gdy oba człony relacji są językami. Analiza ta wykazuje,

<sup>6</sup> Pojęcie „klasycznej” koncepcji modelu wprowadza L. Apostel (1960) s. 140.

<sup>7</sup> Strukturą układu określa się według O. Langego (1962) s. 26, zespół relacji zachodzących pomiędzy elementami tego układu, oraz ich wszelkich przeobrażeń izomorficznych.

<sup>8</sup> I. Dąbska (1962) s. 24.

<sup>9</sup> L. Apostel (1960) s. 141.

<sup>5</sup> I. Dąbska (1962) s. 23 por. również I. D. J. Bross (1957) s. 22 i dalsze.

że próby ustalenia jednolitej definicji sprawozdawczej modelu w nauce nasuwają zasadnicze trudności<sup>10</sup>.

Trudności związane z ustaleniem jednolitego pojęcia modelu, które objęłoby różnorakie jego funkcje, jakie spełnia na terenie nauki, sprawia, że idąc za nawykami języka potocznego należy poprzestać jedynie na określeniu modelu jako przedmiotu, klasy przedmiotów lub najogólniej struktury, która pełni rolę wzoru lub odwzorowania lub też obu (jako odwzorowanie jest równocześnie wzorem) niezależnie od tego w jaki sposób powstał i właściwie ze względu na tę rolę jest modelem. Ogólnie biorąc stosunek odwzorowania lub wzoru może objąć trzy grupy relacji:

- 1) relacje między przedmiotami, klasami przedmiotów lub też pewnymi sytuacjami;
- 2) relacje między teoriami lub elementami teorii;
- 3) relacje między teorią lub jej elementami, a przedmiotami lub sytuacjami.

Należy jednak podkreślić, że pojęcie odwzorowania lub pełnienia roli wzoru jest tak szerokie na gruncie sprawozdawczym, że wychodzi poza operacje poznawcze typu homotetycznego. L. Apostel proponuje w związku z tym ograniczyć się do następującej pragmatycznej definicji modelu: podmiot stosujący pewien system  $A$ , który nie jest bezpośrednio lub pośrednio związany z systemem  $B$  dla uzyskania informacji o systemie  $B$ , używa systemu  $A$  jako modelu systemu  $B$ <sup>11</sup>. Należy jednak zwrócić uwagę, że w tym określeniu nie są wyjaśnione pojęcia „stosujący” oraz „informacji o...”. Stąd też definicja taka zastępuje stosunki izomorficzne, bliżej nieokreślonym pojęciem relacji między członami modelu, nadając pojęciu modelu jako operacji poznawczej również nieokreślony charakter.

Spośród różnych zastosowań modelu należy zwrócić uwagę na dwie grupy ujęć przydatnych w badaniach przestrzenno-ekonomicznych:

- 1) modelu teoretycznego lub analogowego,
- 2) modelu matematycznego.

## 2. MODEL TEORETYCZNY LUB ANALOGOWY

Model teoretyczny stanowi pewien system słowny lub symboliczny (teoria, prawo), na wzór którego konstruuje się pewien inny system (teorię, hipotezę) lub który stanowi odwzorowanie innego systemu. Teoria przyjęta jako model może być zatem punktem wyjścia dla budowy nowej teorii czy hipotezy przy pomocy operacji homotetycznej na zasadzie analogii. Postępowanie to przedstawia się według M. Blacka następująco<sup>12</sup>:

<sup>10</sup> Por. P. Suppes (1960) ss. 287–300. Najpełniejszą próbą analizy pojęcia modelu w nauce i jego funkcji metodologicznych jest zbiór artykułów opublikowanych w „Synthese”, vol. XII, September 1960; publikacja ta zawiera referaty z kolokwium w Utrechcie (4–8. I. 1960) poświęconego „pojęciu i roli modelu w matematyce oraz w naukach przyrodniczych i społecznych”. Por. również: M. Black (1962) i M. Brodbeck (1959) oraz H. Meyer (1951).

<sup>11</sup> L. Apostel (1960) s. 160.

<sup>12</sup> M. Black (1962) s. 230.

1) Na pierwotnym polu badania ustala się w różnej formie pewne fakty i regularności, od niepowiązanych twierdzeń i surowych generalizacji do precyzyjnie sformułowanych praw nadających się do przedstawienia w względnie dobrze uporządkowanej teorii.

2) Powstaje potrzeba naukowego opanowania tego pola polegająca na wyjaśnieniu danych faktów i regularności, lub zrozumieniu podstawowych terminów zastosowanych do pierwotnego pola badania, lub rozszerzeniu pierwotnego zasobu wiedzy, lub też połączeniu dotychczas podzielonych elementów wiedzy.

3) Opisuje się pewne całości (przedmioty, mechanizmy, systemy, struktury) przynależne do względnie lepiej znanej lub lepiej zorganizowanej teoretycznie drugiej dziedziny wiedzy.

4) Wprowadza się bezpośrednio lub pośrednio reguły korelacji dla przetłumaczenia twierdzeń drugiego pola na odpowiednie twierdzenia dotyczące pierwszego pola.

5) Przy pomocy reguł korelacji dokonuje się tłumaczenia wniosków wynikających z założeń drugiego pola na wnioski pierwszego pola, a potem porównuje się je z danymi dotyczącymi pierwszego pola.

Podobnie M. Brodbeck podkreśla, że sformułowanie modelu wymaga<sup>13</sup>:

1) wyraźnego stwierdzenia jakie terminy opisowe z dwóch dziedzin są w jednoznacznej odpowiedniości;

2) jakie prawa dadzą się przetłumaczyć: podstawą tego jest izomorfizm postaci (formy) tych praw.

Jak wynika z tego, teoria przyjęta jako model musi należeć do lepiej poznanej dziedziny niż pole badania, do którego jest zastosowany. Szczególnie obiecujący jest taki model, który pozwala sformułować nowe hipotezy dotyczące pierwotnego pola badania. Przyjęcie lub stwierdzenie analogii może tu stanowić wstępną operację przy wykrywaniu i formułowaniu hipotez, które następnie muszą podlegać sprawdzeniu. Weryfikacja hipotez pozwala dokonać ich uwiarygodnienia. Operacje dotyczące analogii są jednak wielorakie i aby rozumować na jej podstawie trzeba ją bądź stwierdzić zauważywszy np. pewne podobieństwa w strukturze związków funkcjonalnych zjawisk w dwóch różnych dziedzinach lub odpowiedniość pojęć, bądź też przyjąć na podstawie pewnych teoretycznych założeń, lub hipotetycznie na próbę; w tym ostatnim przypadku mamy do czynienia z heurystyczną rolą analogii<sup>14</sup>. Operacje te mają różny charakter i w zasadzie są wtedy uzasadnione, gdy struktury występujące w roli modeli są rezultatem homotetycznych operacji myślowych.

Pojęcie modelu teoretycznego jako wyniku homotetycznej operacji poznawczej znalazło zastosowanie w postaci teorii modelu na terenie fizyki w zakresie konstruowania nowych teorii, a w wersji metateoretycznej na terenie teorii logiki i matematyki<sup>15</sup>.

<sup>13</sup> M. Brodbeck (1959) s. 392.

<sup>14</sup> Analogia, według I. Dąbskiej (1962) s. 42, jest podobieństwem strukturalnym zbiorów, a więc przede wszystkim podobieństwem relacji, w jakim pozostają do siebie elementy tych zbiorów. Jeżeli te relacje spełniają warunki zadość czyniące tej samej zasadzie, czy temu samemu prawu analogia wydaje się istotna.

<sup>15</sup> Koncepcja teorii — modelu została sformułowana przez I. Dąbską (1962) s. 29, w odniesieniu do odwzorowywania teorii fizycznych. Ten typ odwzorowania P. Destouches-Fevrier według I. Dąbskiej (1962) s. 29, charakteryzuje następująco: określony system  $(T, P)$  utworzony ze zbioru terminów

Na rolę modelu teoretycznego na terenie nauk społecznych zwrócił uwagę M. Brodbeck<sup>16</sup>. Należy podkreślić jednak, że w odniesieniu do nauk społecznych i ekonomicznych zarówno stosowanie metody analogii jak i opartej na niej koncepcji modelu teoretycznego natrafia na zasadnicze trudności.

Trudności te wynikają przede wszystkim z tego, że na terenie nauk społeczno-ekonomicznych nie operuje się ściśle określonymi wielkościami jako pojęciami podstawowymi, które pozwalają ustalić pewną ilość niezależnych wymiarów jak to się dzieje w fizyce, a sama postać teorii nie ma charakteru dedukcyjno-matematycznego. Równocześnie wzrasta niebezpieczeństwo, że powierzchowne podobieństwo dwóch pól badanych potraktuje się jako jednoznaczność odpowiadającą na wnioskowanie na podstawie analogii tj. sformułowanie odpowiednich hipotez. Mimo tych trudności istnieje szereg prób na terenie nauk społecznych i ekonomicznych formułowania zagadnień, stawiania hipotez i tworzenia pojęć w oparciu o analogię do pojęć i praw biologii i fizyki<sup>17</sup>. Do nich należy też zaliczyć w odniesieniu do badań przestrzenno-ekonomicznych koncepcję tzw. fizyki społecznej, a w szczególności modeli grawitacji i potencjału jako hipotez analogicznych do pojęć i praw fizyki Newtona. Szereg innych modeli teoretycznych opartych o analogię dotyczących zjawisk ruchu w badaniach przestrzenno-ekonomicznych prezentuje W. Bunge, a samą metodę analogii w badaniach geograficznych omawia R. J. Chorley<sup>18</sup>.

### 3. MODEL MATEMATYCZNY

Analiza zastosowania matematyki w naukach empirycznych a w szczególności społeczno-ekonomicznych pozwala wyróżnić dwa podejścia, w których wyrażenie matematyczne występuje jako odwzorowanie pewnej klasy przedmiotów czy sytuacji problemowej<sup>19</sup>.

$T$  i ze zbioru twierdzeń  $P$  jest analogiczny względem teorii-modelu  $T_{h_M}$ , jeżeli można przyporządkować w sposób wieloznaczny zbiorowi terminów  $T$ , zbiór terminów  $T_M$ , a zbiorowi twierdzeń  $P$  zbiór twierdzeń  $P_M$  teorii  $T_{h_M}$ . Zarówno system ( $TP$ ) jak i teoria — model ( $T_{h_M}$ ) są empirycznie zinterpretowanym układem formuł. W takim sensie teoria falowa światła służyła jako model dla teorii elektromagnetycznej, a mechanika analityczna i optyka geometryczna stały się modelem mechaniki undulacyjnej Schrödingera. Por. również M. B. Hesse (1953). W metateorii natomiast model traktuje się jako konstrukcję teoretyczną służącą jako sprawdzian budowy innego systemu formalnego. Model taki pełni rolę interpretacyjną w budowie teorii logiki i matematyki. Por. R. Carnap (1942) s. 202; M. Mostowski (1948) s. 270; A. Tarski (1956) s. 416; A. Grzegorzczak (1961) s. 270.

<sup>16</sup> M. Brodbeck (1954).

<sup>17</sup> W teorii ekonomii taką próbą sformułowania zagadnienia jest analogia między pojęciem równowagi Walras-Pareto a pojęciem równowagi fizycznej i biologicznej; por. J. Dumontier (1940) oraz Z. Rawita Gawroński (1958). Na terenie socjologii również istniało szereg takich prób; przedstawia je N. Rashevsky (1951), J. S. Coleman (1964) oraz A. Rapoport (1963). Por. również M. G. Kendall (1961).

<sup>18</sup> W. Bunge (1962), R. J. Chorley (1964).

<sup>19</sup> Pojęcie sytuacji problemowej w niniejszym opracowaniu jest rozumiane jako opis selektywny układu rzeczy lub zdarzeń, przy którym przyjmuje się jakąś informację początkową; por. określenie pojęcia problemu jako surogatu teorii u J. Giedymina (1964) s. 12.

Pierwsze zachodzi wówczas, gdy na podstawie obserwacji i wykreślenia krzywych wzrostu lub spadku dotyczących jakiegoś zjawiska próbuje się przy użyciu aparatu matematycznego dostarczanego przez teorię funkcji i statystykę matematyczną znaleźć równanie matematyczne opisujące przebieg tych krzywych. Procedurę taką rozwinęła statystyka matematyczna w badaniach przyrodniczych, gdzie dotyczyła głównie wyrównywania krzywych za pomocą pewnych postaci funkcji. Pojęcie modelu matematycznego w takim ujęciu sprowadza się do układu stosunków logicznych zawartych w różnych postaciach funkcji lub równań. Ujęcie takie ogranicza się tylko do opisu i nie prowadzi do wyjaśnienia i budowy hipotez<sup>20</sup>.

Inaczej się rzecz przedstawia, gdy model matematyczny konstruuje się w odniesieniu do pewnych założeń dotyczących określonej sytuacji problemowej. Założenia te wyrażone w postaci równań mają stanowić w zamiarze tych, którzy je formułują, odwzorowanie pewnej klasy przedmiotów lub sytuacji problemowej i mogą być traktowane jako ich model matematyczny. Tak rozumiany model matematyczny odgrywa zasadnicze znaczenie w naukach społeczno-ekonomicznych, gdyż pozwala na wyprowadzenie wniosków dedukcyjnych oraz budowy hipotez empirycznych<sup>21</sup>.

W pracach socjometrycznych i ekonometrycznych znaleźć można szereg analiz dotyczących różnych własności budowy i zastosowania modelu matematycznego w drugim ujęciu a więc dotyczącego pewnej sytuacji problemowej<sup>22</sup>. W odniesieniu do badania zjawisk ekonomicznych nazywa się go również modelem ekonometrycznym<sup>23</sup>. Wyniki tych analiz pozwalają sformułować podstawy teoretyczne budowy i funkcji poznawczych modeli matematycznych.

Budowa modelu matematycznego opisującego pewną sytuację problemową wymaga określenia wyrażonych matematycznie założeń w postaci równania lub układu równań. Ustalenie odpowiedniego równania opiera się na wyborze zmiennych, jakie należy uwzględnić w równaniu oraz określeniu analitycznej postaci funkcji, jaką będą posiadać poszczególne równania.

Należy podkreślić, że decyzja co do wyboru zmiennych nie jest jednak dowolna i musi opierać się na pewnych przesłankach teoretycznych. Charakter tych przesłanek może być różny. Przesłanki te mogą wychodzić z ogólnych prawidłowości ustalonych teoretycznie np. przez teorię ekonomii<sup>24</sup>. Mogą też opierać się na rozpoznaniu pewnych prawidłowości empirycznych; tak np. postępuje się w socjologii empirycznej. Mogą mieć charakter

<sup>20</sup> Por. J. Tinbergen (1957) s. 17 oraz A. Rapoport (1936 b) s. 128.

<sup>21</sup> Por. C. H. Combs, H. Raiffa, R. M. Thrall (1954) s. 20 i dalsze, H. Cramer (1958) s. 319, A. Rapoport (1963 b) s. 128.

<sup>22</sup> Por. prace z dziedziny ekonomii matematycznej i ekonometrii W. C. Hood, T. C. Koopmans (1953); T. C. Koopmans (1957); J. Tinbergen (1957); A. G. Papandreu (1958); J. L. Doob (1960); R. G. D. Allen (1961); W. S. Niemczynow (1962); G. Rottier (1963); Z. Pawłowski (1963); prace z dziedziny socjometrii oraz nauk behawioralnych; K. J. Arrow (1951); P. F. Lazarsfeld (1954); H. A. Simon (1957); G. Karlsson (1958); D. Lerner (1959, 1961); Z. Rogoziński (1960); J. S. Coleman (1964).

<sup>23</sup> Metodologię modelu ekonometrycznego zawiera Z. Pawłowski (1963); krytyka koncepcji modelu w badaniach ekonomicznych zawarta jest m. in. w pracach S. Żurawickiego (1961) oraz S. M. Nikitina (1962); a krytyka w socjologii w pracy A. Kaplan (1960).

<sup>24</sup> Por. O. Lange (1959) s. 95 oraz Z. Pawłowski (1963) s. 12.



czysto heurystyczny; dzieje się tak, gdy z założeń *a priori* nawet niezgodnych z faktami chcemy wyprowadzić pewne teoretyczne wnioski, które można następnie sprawdzić<sup>25</sup>. Mogą wreszcie mieć charakter operacji homotetycznej o typie metody analogii, jak to się dzieje w „fizyce społecznej”.

Przesłanki te wskazują na zmienne, które odgrywają zasadniczą rolę w danej zależności. Złożoność zjawisk społeczno-ekonomicznych i zależności powoduje konieczność ograniczenia tej różnorodności, co w odniesieniu do budowy modelu sprowadza się do wyboru pewnych tylko zmiennych. Model matematyczny stanowi więc uproszczenie w stosunku do bardziej złożonej rzeczywistości oraz ograniczenie jej różnorodności. Fakt, że modele matematyczne dotyczą uproszczonych sytuacji, a więc układów upraszczających założeń uważa się niekiedy za ich podstawową właściwość. Należy w związku z tym zwrócić uwagę, że potrzeba uproszczenia jest charakterystyczna dla każdego abstrakcyjnego ujęcia rzeczywistości, niezależnie zresztą od tego, czy chodzi o sytuacje, które dadzą się ująć matematycznie. Matematyczny model wolny od uproszczeń prowadziłby często do nierozwiązywalności matematycznej, a ponadto zachodziłoby trudności z zebraniem odpowiedniego materiału statystycznego dla jego estymacji. W związku z tym nawet daleko idące uproszczenia, które pozwalają jedynie na przybliżone poznanie rzeczywistości wydają się lepsze aniżeli rezygnacja z budowy modelu.

Upraszczające założenia modelu powinny być jednak tak wyrażone, aby można było określić stopień i kierunek zafałszowania wynikający z uproszczenia. Posiada to szczególnie duże znaczenie tam, gdzie nie można porównać stopnia zgodności wielkości obliczonych na podstawie modelu z rzeczywistymi wielkościami zmiennych. R. L. Ackoff proponuje w związku z tym porównanie „kosztu” powstałego z matematycznej złożoności problemu z kosztem wynikającym z utraty stopnia dokładności działania opartego na mniej dokładnym modelu<sup>26</sup>.

Zasadniczą sprawą w budowie modelu matematycznego jest więc decyzja, którą z możliwych zmiennych należy uwzględnić w danym równaniu. Ogólnie biorąc należy pominąć te zmienne, których wpływ jest mały, a wkład do złożoności matematycznej duży. Jednym ze sposobów jest łączenie zmiennych. Kiedy zmienne się łączą, błąd wynikający z tego jest wprost proporcjonalny do stosunku wariancji między agregowanymi zmiennymi do wariancji między zagregowanymi już wielkościami. Należy więc dążyć do agregacji zmiennych jednorodnych aby uzyskać agregacje heterogeniczne<sup>27</sup>.

Określenie analitycznej postaci funkcji sprowadza się do wyboru rodzaju funkcji jaką będą przedstawiać poszczególne równania. W praktyce najczęściej spotyka się w badaniach społeczno-ekonomicznych modele, których równania są liniowymi funkcjami poszczególnych zmiennych objaśniających lub pewnych funkcji tych zmiennych<sup>28</sup>. Należy stwierdzić, że przy pewnych założeniach można aproksymować każdą funkcję ciągłą za pomocą funkcji liniowej, jeżeli tylko rozpatrywany przedział zmienności argumentu

funkcji jest dostatecznie mały. Korzyści te wynikają z własności funkcji liniowych a mianowicie:

1) są one liniowe również pod względem parametrów modelu, co upraszcza ich procedurę estymacyjną;

2) wykazują stosunkowo małą liczbę parametrów, co ułatwia statystyczną ocenę parametrów. Również funkcje skokowe można aproksymować jako ciągłe np. rozkłady skokowe dwumianowy i Poissona aproksymuje się przez funkcje ciągłe jak rozkład normalny.

Model matematyczny jest podstawą budowy hipotezy teoretycznej oraz empirycznej. Charakter hipotezy ogólnej lub w przybliżeniu ogólnej nadaje modelowi interpretacja określonego równania tj. przyporządkowania zmiennym wielkości pewnej klasy<sup>29</sup>. Zinterpretowany model pełni dwie zasadnicze funkcje poznawcze 1) hipotetyczno-dedukcyjną i 2) hipotetyczno-empiryczną.

Funkcja hipotetyczno-dedukcyjna modelu polega na tym, że budowa modelu w formie matematycznej wyostża i rozszerza możliwości zastosowania dedukcji dla wnioskowania na podstawie modelu. Dedukcja matematyczna pozwala wyprowadzić wiele twierdzeń z danego zbioru twierdzeń. I tak na przykład z prawa grawitacji  $F = Gm_1 \cdot m_2 / r^2$  można wyprowadzić dedukcyjnie stałą  $G = Fr^2 / m_1 \cdot m_2$  interpretowaną fizycznie jako stałą grawitacyjną wyznaczoną następnie empirycznie w warunkach pomiarów laboratoryjnych. Ogólnie więc biorąc sam model prowadzi do pewnych teoretycznych wniosków, które można następnie sprawdzić empirycznie. A. Rapoport b. silnie podkreśla znaczenie tej roli modeli matematycznych<sup>30</sup>.

Funkcja hipotetyczno-empiryczna polega na konkretyzacji modelu tj. nadaniu parametrom równania modelu liczbowych wartości. Konkretyzacja ta jest procesem wieloetapowym i składa się z:

a) identyfikacji tj. stwierdzenia czy możliwe jest statystyczne oszacowanie parametrów równania przy jego określonej budowie a więc czy mogą być one oszacowane przy założeniu określonej postaci równania lub układu równań<sup>31</sup>.

b) estymacji zinterpretowanego równania tj. oszacowania jego parametrów na podstawie metod statystyczno-matematycznych np. metody najmniejszych kwadratów<sup>32</sup>. Jeżeli całkowicie skonkretyzujemy relację matematyczną nadając parametrom określone wartości, mówimy, że posiada ona pewną strukturę. Szacowanie parametrów modelu sprowadza się więc do wyboru na podstawie obserwacji struktury najbardziej prawdopodobnej; w tym też znaczeniu model matematyczny nazywa się niekiedy klasą struktur<sup>33</sup>.

c) weryfikacji tj. określenia dopuszczalnego stopnia niezgodności między hipotezą

<sup>29</sup> Postać równania lub układu równań stanowi jedynie schemat wnioskowania, dopóki wszystkie zmienne nie zostaną zinterpretowane. Interpretacja ta nadaje modelowi charakter hipotezy wyrażonej w sposób ogólny lub prawie ogólny.

<sup>30</sup> A. Rapoport (1963 b) s. 128.

<sup>31</sup> Por.: W. C. Hood, T. C. Koopmans (1953) s. 27 i dalsze.

<sup>32</sup> Oprócz metody najmniejszych kwadratów stosuje się również metody największej wiarygodności oraz inne; przegląd tych metod i ich analiza zawarta jest w pracy Z. Pawłowskiego (1963); statystyczne i probabilistyczne podstawy teorii estymacji zawarte są w pracach Z. Hellwiga (1960, 1965).

<sup>33</sup> G. Rottier (1963) s. 54.

<sup>25</sup> Por. A. Rapoport (1959) ss. 354–355.

<sup>26</sup> R. L. Ackoff (1962) s. 117.

<sup>27</sup> R. L. Ackoff (1962) s. 126 przytacza twierdzenie G. Campa, że koszt rozwiązania problemu wzrasta wykładniczo wraz z liczbą zmiennych.

<sup>28</sup> Z. Pawłowski (1963) ss. 22–23.



a rzeczywistością, przy której ta hipoteza może być przyjęta jeszcze jako prawdziwą<sup>34</sup>. Słaba weryfikowalność modelu może być podstawą przeformułowania modelu, bądź przez modyfikację zmiennych, bądź też przyjęcie innej postaci analitycznej modelu.

Należy zwrócić uwagę na dwie zasadnicze interpretacje modelu matematycznego tj. deterministyczną i probabilistyczną<sup>35</sup>. Rozróżnienie to nie jest całkowicie jednoznaczne. Różnica między interpretacją deterministyczną i probabilistyczną w zasadzie jednak sprowadza się do przyjęcia założenia stwierdzającego, że relacje między zmiennymi są relacjami dokładnymi (deterministycznymi) bądź że ulegają przypadkowym zakłóceniom, co powoduje konieczność uwzględnienia składnika losowego (stochastycznego) w równaniach<sup>36</sup>. Modele, w których więc chociaż jedna ze zmiennych jest zmienną losową o pewnym rozkładzie prawdopodobieństwa, nazwać można modelami probabilistycznymi. Głównym argumentem przeciwko stosowaniu modeli deterministycznych w naukach społeczno-ekonomicznych jest twierdzenie, że procesy społeczno-ekonomiczne mają charakter stochastyczny, tak że ujęcie deterministyczne może być traktowane jedynie jako substytut modelu probabilistycznego. N. T. J. Bailey wyraża jednak pogląd, że deterministyczne ujęcie należy przyjmować w każdej sytuacji poznawczej ze względu na jego ważność w pewnych okolicznościach. Następnie można zaś przejść do sformułowania stochastycznego, mając już jednak na uwadze własności sugerowane przez model deterministyczny<sup>37</sup>. Również J. S. Coleman wykazuje na przykładzie analizy modelu przyrostu naturalnego ludności, że model deterministyczny może stanowić odbicie podstawowych elementów procesu w tym samym stopniu co model probabilistyczny z tym, że jest o wiele prostszy<sup>38</sup>.

Skonkretyzowany model matematyczny lub zweryfikowana hipoteza mogą być traktowane jako generalizacje empiryczne o różnym stopniu ogólności, o ile były dokonywane z intencją uogólniającą i stanowić przez to wkład do budowy empirycznej teorii. Skonkretyzowany model pozwala też na wnioskowanie w przyszłość, co ma zasadnicze znaczenie praktyczne, gdyż jest podstawą budowy prognoz. Tak więc wnioskowanie na podstawie modelu ma zarówno znaczenie teoretyczne jak i praktyczne.

Przedstawiona powyżej charakterystyka pojęcia modelu w nauce oraz roli modelu teoretycznego i matematycznego w tworzeniu hipotez empirycznych stanowi podstawę teoretyczną dla przeprowadzenia analizy modeli grawitacji i potencjału. Założenie takie opiera się na przekonaniu, że konstrukcja logiczna typu „model grawitacji” należy do klasy pojęć typu „model” w znaczeniu naukowym, a jej własności metodologiczne wynikają z przynależności do kategorii tej klasy, przy czym ze względu na swą postać może być traktowany jako przynależny do klasy modeli teoretycznych jak i matematycznych. Założenie takie jest postulatem badawczym. Nie jest ono jednak dowolne i wynika z ca-

łokształtu czynności naukowych i pojęć, które składają się na pojmowanie twierdzeń określanych tutaj jako modele grawitacji i potencjału. Analiza postaci i sytuacji problemowej modeli grawitacji i potencjału musi być zatem poprzedzona przedstawieniem dróg powstania i rozwoju tych koncepcji, które doprowadziły do uformowania się konstrukcji modeli grawitacji i potencjału. Przegląd taki pozwoli bliżej określić klasę „modeli grawitacji i potencjału” i skonkretyzować operacje poznawcze, na których się opiera ich konstrukcja.

<sup>34</sup> G. Rottier (1963) s. 54 stwierdza, że w pewnych okolicznościach oszacowanie parametrów pozwala jednocześnie na sprawdzenie hipotezy teoretycznej. Istnieje szeroko rozbudowana teoria testów statystycznych jako narzędzie weryfikacji hipotez; patrz N. Siegel (1956); H. Cramer (1958); Z. Hellwig (1960).

<sup>35</sup> Por. G. Karlsson (1958) s. 14 i dalsze; B. Harris (1961); R. J. Chorley (1964) ss. 132–133.

<sup>36</sup> Z. Pawłowski (1963) s. 18.

<sup>37</sup> N. T. J. Bailey (1957) s. 11.

<sup>38</sup> J. S. Coleman (1964) s. 526.

## POWSTANIE I ROZWÓJ KONSEPCJI MODELI GRAWITACJI I POTENCJAŁU <sup>39</sup>

### 1. POCZĄTKOWE SFORMUŁOWANIA

Prawdopodobnie pierwsze, chronologicznie rzecz biorąc, sformułowanie koncepcji grawitacji w odniesieniu do przestrzennego kształtowania się zjawisk społeczno-ekonomicznych zostało dokonane przez H. C. Careya w pracy „Principles of Social Science” opublikowanej w latach 1858–59. H. C. Carey sformułował to następująco: „Prawo grawitacji molekularnej stanowi konieczny warunek istnienia istoty ludzkiej... Im większa jest liczba (ludzi) zebranych na danym obszarze, tym większa powstaje tam siła przyciągania... Grawitacja istnieje tutaj, jak wszędzie, wprost proporcjonalnie do masy i odwrotnie do odległości”<sup>40</sup>.

Pewną analogię do pojęcia grawitacji wykazuje także sformułowanie „praw migracji” E. J. Ravensteina<sup>41</sup>.

Na podstawie danych ze spisu ludności W. Brytanii z 1881 r. ujętych w formie sald wynikowych ruchów migracyjnych poszczególnych hrabstw E. J. Ravenstein stwierdza, że ruchy migracyjne ludności kierują się do dużych ośrodków miejskich, a ich wielkość zmniejsza się wraz z odległością pomiędzy źródłem migracji, a ośrodkiem „absorbacji”. Zależność tą można wyrazić następująco:

$$(1) \quad M_{ji} = \frac{f(P_i)}{d_{ij}}$$

gdzie

$M_{ji}$  = liczba migrantów z  $j$ -tego źródła migracji do  $i$ -tego ośrodka absorpcji;

$f(P_i)$  = pewna funkcja liczby ludności  $i$ -tego ośrodka absorpcji;

$d_{ij}$  = odległość między  $i$  a  $j$ .

Modyfikacja powyższej zależności została dokonana przez E. C. Younga, który stwierdził, że względna wielkość migracji do danego miejsca przeznaczenia z każdego

<sup>39</sup> W przeglądzie tym przedstawione są te twierdzenia i wzory, które treścią lub kształtem są podobne lub zbliżone do prawa grawitacji Newtona i potencjału masy Lagrange’a, niezależnie od tego czy je określiło terminem model.

<sup>40</sup> H. C. Carey (1958) vol. I, s. 42.

<sup>41</sup> E. J. Ravenstein (1885, 1889); T. Hägerstrand (1957), s. 112 stwierdza, że w Szwecji Th. Anderson (1897) sformułował twierdzenie o odwrotnej zależności między odległością a wielkością migracji.

z kilku źródeł tj. obszarów migracji zmienia się w stosunku prostym do „siły atrakcji” miejsca przeznaczenia i w stosunku odwrotnym do kwadratu odległości między źródłem migracji, a miejscem przeznaczenia<sup>42</sup>. Zależność tę można przedstawić w postaci wzoru:

$$(2) \quad \bar{M}_{ji} = k \frac{Z_i}{d_{ji}^2}$$

gdzie

$\bar{M}_{ji}$  = względna wielkość migracji z  $j$  do  $i$ ;

$Z_i$  = siła atrakcji miejsca przeznaczenia  $i$ ;

$k$  = stała proporcjonalności.

Niezależnie od koncepcji H. C. Careya i E. J. Ravensteina „prawo popytu i podaży” w postaci prawa grawitacji sformułował B. Janowski w pracy opublikowanej w 1908 r.<sup>43</sup>. Praca ta nie wywarła wpływu na rozwój i zastosowanie modelu grawitacji w badaniach przestrzenno-ekonomicznych, gdyż nie była znana w literaturze anglosaskiej, gdzie koncepcja ta się rozwinęła.

Jako podstawę teoretyczną dla sformułowania zależności określającej wzajemny wpływ między oddaleniem a rozwojem osad i gęstością zaludnienia B. Janowski przyjmuje analogię między dziedziną fizyki a socjologii<sup>44</sup>. Wychodząc z takich przesłanek B. Janowski stwierdza, że układy złożone z osad ludzkich posiadają odmienną siłę potrzeb, zależną m. in. od masy rozumianej jako gęstość zaludnienia i kultury ludności. Kultura reprezentuje współczynnik przyciągania zmieniający się wraz z rozwojem. Dookoła środowisk ludzkich powstaje pewnego rodzaju „pole działania”, w którym czynne są siły przyciągające przedstawiające natężenie popytu.

Przyjmując jako punkt wyjścia układ stosunków przedstawiony w teorii J. Thünena, B. Janowski następująco określa stosunek podaży do popytu w danej odległości od miasta<sup>45</sup>. Skoro podaż produktów rolnych jest proporcjonalna do rozmiarów powierzchni terenu, a powierzchnie kół mają się do siebie tak jak kwadraty ich promieni czyli odległości, to podaż będzie w odległości 2, 3, 4, 5 km odpowiednio 4, 9, 16, 25 razy większa. O ile jednak podaż się zwiększy, o tyle popyt pozostanie stały. Zatem stosunek popytu na produkty rolne do ich podaży zmienia się odwrotnie proporcjonalnie do kwadratu odległości od miasta. Na podstawie tego rozumowania B. Janowski przyjmuje, że siła wzajemnego oddziaływania dwóch miejscowości musi być wprost proporcjonalna do rozmiarów popytu, a odwrotnie do kwadratu odległości między nimi czyli że wynosi:

$$(3) \quad f = \frac{m \cdot m_i}{r^2}$$

<sup>42</sup> E. G. Joung (1924).

<sup>43</sup> B. Janowski (1908).

<sup>44</sup> B. Janowski (1908), s. 7, pisze „Nie dowodzą one (analogie) tożsamości zjawisk, pozwalają jednak w badaniach socjologicznych korzystać z pojęć i metod nauk przyrodniczych i na ich wzór poczynić niektóre ważne zastosowania”. I dalej „treść w obu przypadkach, światy mogą być różne, prawa rządzące rozwojem podobne, nawet te same, tym bardziej, że nie są to prawa przedmiotowo w naturze istniejące lecz modele, formy poznania naszego zmienności zjawisk”.

<sup>45</sup> B. Janowski (1908), s. 30 i dalsze.

gdzie

$f$  = siła wzajemnego oddziaływania,  
 $m$  = wielkość popytu artykułu w jednej miejscowości,  
 $m_i$  = wielkość popytu artykułu w drugiej miejscowości,  
 $r$  = odległość.

Jeżeli oddziaływujące na siebie ośrodki reprezentują popyt lub podaż tego samego towaru  $m$  i  $m_1$ , a więc posiadają ten sam znak (–) lub (+), to siła ta będzie miała charakter odpychający, jeżeli jeden z ośrodków reprezentuje podaż a drugi popyt, to znaki będą przeciwne, a siła będzie miała charakter przyciągający.

Należy podkreślić, że B. Janowski nie interpretuje bliżej pojęcia siły oddziaływania, stwierdza jednak, że miernikiem tej siły nie może być cena, gdyż ta jest miarą pracy, zawiera w sobie jednak czynnik „siły”.

Mimo że dla poparcia twierdzenia o analogii między tak sformułowaniem „prawem popytu i podaży” i prawem grawitacji B. Janowski przytacza dane statystyczne to jednak w zasadzie traktuje to prawo jako logiczne następstwo wyprowadzone dedukcyjnie z założonych przesłanek, którego nie da się bliżej skonkretyzować i zweryfikować statystycznie.

Tak więc B. Janowski dokonuje tu jedynie bezpośredniego tłumaczenia prawa grawitacji odwzorowując to prawo, nie identyfikuje jednak podstawowych zmiennych i nie konkretyzuje ich w sposób dostatecznie ścisły.

Odmienne sformułowanie modelu grawitacji w badaniach przestrzenno-ekonomicznych reprezentuje koncepcja „praw grawitacji handlu detalicznego” W. J. Reilly<sup>46</sup>. „Prawo” to głosi, że w normalnych warunkach dwa miasta, będące ośrodkami handlu detalicznego przyciągają kupujących z otaczających je miejscowości wprost proporcjonalnie do pewnej potęgi liczby ludności tych miast i odwrotnie proporcjonalnie do pewnej potęgi odległości każdego z tych miast do tych miejscowości. Zależność tę przedstawia W. J. Reilly w postaci:

$$(4) \quad \frac{B_a}{B_b} = \left( \frac{P_a}{P_b} \right)^N \cdot \left( \frac{D_b}{D_a} \right)^n$$

gdzie

$B_a, B_b$  = siła atrakcyjna z jaką miasta  $A$  lub  $B$  przyciągają kupujących z położonego między nimi miasta  $I$ ;  
 $P_a, P_b$  = liczba ludności miasta  $A$  i  $B$ ;  
 $D_a, D_b$  = odległość miasta  $A$  lub  $B$  od miasta  $T$ ;  
 $N$  = wykładnik potęgowy liczby ludności;  
 $n$  = wykładnik potęgowy odległości.

W. I. Reilly dokonał oszacowania obu wykładników potęgowych na podstawie danych dotyczących zakupów w handlu detalicznym na obszarach otaczających większe miasta w Teksasie (USA) ustalając wielkość wykładnika liczby ludności jako jedność,

<sup>46</sup> W. J. Reilly (1929, 1931).

a wykładnika potęgowego odległości jako kwadratu<sup>47</sup>. Na tej podstawie W. J. Reilly przeprowadził obliczenia określające granice oddzielające obszary rynkowe szeregu miast amerykańskich i porównał je z granicami ustalonymi na podstawie obserwacji, dokonując tym samym pewnej weryfikacji modelu.

„Prawa” W. J. Reilly zmodyfikował P. D. Converse stwierdzając, że główny ośrodek handlowy i miasto znajdujące się na jego obszarze rynkowym dzielą zakupy tego miasta wprost proporcjonalnie do ilości ludności obu miast i odwrotnie do kwadratu odległości między nimi o określonym czynniku bezwładności<sup>48</sup>. Reprezentuje je równanie:

$$(4b) \quad \frac{B_a}{B_b} = \left( \frac{P_a}{H_b} \right) \cdot \left( \frac{x}{d} \right)^2$$

gdzie

$B_a$  = proporcja zakupów dokonywanych przez ludność miasta  $b$  w głównym ośrodku handlowym tj. mieście  $a$ ;  
 $B_b$  = proporcja zakupów dokonywanych przez ludność miasta  $b$  w tym mieście;  
 $P_a$  = ludność głównego ośrodka handlowego  $a$ ;  
 $H_b$  = ludność miasta  $b$ ;  
 $d$  = odległość między miastami  $a$  i  $b$ ;  
 $x$  = czynnik bezwładności.

Analiza materiału statystycznego proporcji zakupów dokonywanych na terenie stanu Illinois (USA) wykazuje, że czynnik bezwładności 4; przy dużym zaś kontraście wielkości między głównym ośrodkiem handlowym a pewnym miastem na jego obszarze wynosi 1,5.

## 2. „HIPOTEZY” $PP/D$ i $P/D$ G. K. Zipfa

W rozwoju koncepcji modeli grawitacji i potencjału ważny udział miało sformułowanie przez G. K. Zipfa hipotezy dotyczącej zależności, jaka zachodzi

<sup>47</sup> Po przyjęciu wielkości wykładnika  $N=1$ , W. J. Reilly (1929) ss. 49–50 wyliczył wielkość wykładnika  $n$  na podstawie wzoru:

$$(4a) \quad n = \frac{\log \frac{B_a P_b}{B_b P_a}}{\log \frac{D_b}{D_a}}$$

Wielkość  $n$  dla 255 miast w Teksasie waha się w granicach 1,51–2,50, na podstawie czego W. J. Reilly przyjął, że wykładnik ten jest kwadratowy.

<sup>48</sup> P. D. Converse (1959); por. również wcześniejsze prace tego autora (1943, 1946). Sprawdzeniem modelu (4b) zajął się także R. B. Reynolds (1953) stosując w tym celu metodę najmniejszych kwadratów i wyznaczając wielkości parametru  $b$  w równaniu  $\log D = b \log P$ , które stanowi uogólnioną wersję wzoru P. D. Converse. Analiza ta przeprowadzona dla siedmiu grup towarów i usług wykazała znaczne wahania od przyjętego przez P. D. Converse wykładnika w postaci pierwiastka kwadratowego. Zastosowanie analizy wariancyjnej wykazuje, że zmienna ludności w wysokim stopniu wyjaśnia wariancję  $\log D$ .



między liczbą ludności dwóch miast wyrażoną bądź iloczynem ich liczby ludności ( $P \cdot P$ ) bądź tylko liczbą ludności jednego z nich ( $P$ ) a dzielącą je odległością tj.  $PP/D$  lub  $P/D$ <sup>49</sup>.

Hipotezy te G. K. Zipf sformułował na podstawie występowania proporcji zachodzących w regule kolejnościowego szeregowania miast w oparciu o postulat minimalizacji kosztów transportu surowców i produktów gotowych<sup>50</sup>. Liczbę, wielkość i lokalizację miast określa według G. K. Zipfa dążenie do równowagi występujące między dwoma skrajnymi tendencjami: 1) korzyściami produkcji zlokalizowanej bezpośrednio przy źródłach surowców, 2) korzyściami produkcji skoncentrowanej w jednym dużym mieście — rynku zbytu. W pierwszym przypadku podstawowe korzyści wynikają z oszczędności pracy transportu surowców do ośrodków produkcji; w drugim zaś z oszczędności pracy transportu produktów gotowych do miejsca konsumpcji. Pomiedzy tymi przeciwstawnymi tendencjami zachodzi walka, która określa liczbę ( $n$ ) oraz wielkość ( $P$ ) miast.

Zakładając dalej, że dla danego obszaru (kraju) istnieje stała wielkość zaludnienia, można twierdzić, że wraz z wzrostem liczby miast zmniejsza się ich przeciętna wielkość i odwrotnie.

Przyjmując takie założenia G. K. Zipf stwierdza, że pierwsza tendencja (produkcja w pobliżu źródeł surowca) będzie działać w kierunku powstawania dużej liczby różnych miast o małej wielkości zaludnienia, jeżeli rozmieszczenie surowców będzie występować równomiernie. Tendencję tę nazwał G. K. Zipf z powodu jej różnicującego wpływu w zakresie liczby miast „siłą różnicowania”.

Ze względu na to samo założenie przeciwną tendencję nazwał „siłą unifikacji”, ponieważ redukuje ona zróżnicowanie liczby miast do 1, przy wzroście wielkości tego jednego miasta do 100%. Gdyby cała ludność kraju została zlokalizowana w jednym punkcie, to nastąpiłoby zatem jej maksymalne scentralizowanie.

Aktualna liczba różnych miast oraz ich wielkość zależy od względnej wielkości obu sił. Jeżeli więc założy się, że w pewnym systemie gospodarczym (kraju) siły różnicowania i unifikacji mają równą wielkość w danym okresie, to można oczekiwać, że zależność pomiędzy liczbą i wielkością miast wyrazi się w postaci równobocznej hiperboli. Opierając się na założeniu o stałej liczbie ludności można stwierdzić, że wzrost ludności danego miasta może się odbyć tylko kosztem liczby lub wielkości albo też obu zmiennych innych miast.

Jeżeli stosunek ten ma charakter równobocznej hiperboli to można stwierdzić, że liczba miast ( $n$ ) uporządkowanych w szeregu według malejącej wielkości ( $P$ ), kiedy  $r$  stanowi kolejną ich rangę da się wyrazić w postaci równania:

$$(5) \quad r \cdot P = n$$

gdzie

$r$  = liczba porządkowa w szeregu miast przybliżająca wartość od 1 do  $n$ .

<sup>49</sup> G. K. Zipf (1946 a, 1946 b, 1946 c); (1949) ss. 347—415. Zależności te stanowią fragment ogólnej teorii ludzkiego zachowania opartej o zasady „minimum wysiłku”.

<sup>50</sup> G. K. Zipf (1946 a) ss. 3—8 oraz (1946 c) ss. 677—686; por. również (1949) s. 369 i dalsze.

Empiryczny wyraz tego równania przedstawia G. K. Zipf w postaci szeregu wykresów potwierdzających w tym zakresie regułę kolejnościowego szeregowania<sup>51</sup>.

Przedstawiona powyżej hipoteza G. K. Zipfa stwierdza zatem, że liczba, wielkość i lokalizacja miast w danym systemie ekonomicznym znajduje się w równowadze z punktu widzenia minimalizacji pracy transportu pod warunkiem, że: 1) konsumpcja i produkcja w danym układzie jest zbilansowana wewnętrznie; 2) poszczególni mieszkańcy mają w przybliżeniu równy udział w dochodzie narodowym w tym znaczeniu, że przeciętny realny dochód na osobę jest taki sam bez względu na wielkość miasta; 3) istnieje ten sam procentowy udział zatrudnienia w poszczególnych miastach.

Wychodząc z tych przesłanek G. K. Zipf stwierdza dalej, że każde miasto  $P$  będzie dokonywać wkładu do całkowitej produkcji  $C$  systemu w ilości proporcjonalnej do  $P/C$  oraz będzie uzyskiwać z tego systemu ilość również proporcjonalną do  $P/C$ . Czyli miasto  $P$  będzie zarówno dokonywać nakładu do danego systemu i uzyskiwać wyniki w ilości proporcjonalnej do  $P/C$  w ujęciu wartościowym.

Jeżeli więc w danym okresie badania miasto  $P_1$  posiada udział w przepływie dóbr, który równa się wartościowo biorąc  $P_1/C$ , a miasto  $P_2$  w tym samym czasie udział wynoszący  $P_2/C$ , to wymiana dóbr pomiędzy  $P_1$  i  $P_2$  będzie proporcjonalna do:

$$(6) \quad \frac{P_1}{C} \cdot \frac{P_2}{C} = \frac{P_1 \cdot P_2}{C^2}$$

pod warunkiem, że nie bierze się pod uwagę czynnika odległości.

Ponieważ jednak liczba, wielkość i położenie miast zależy według G. K. Zipfa od minimalizacji przewozu masy towarowej na daną odległość, to wymiana dóbr pomiędzy dwoma miastami będzie odwrotnie proporcjonalna do łączącej je odległości, co można wyrazić jako:

$$(7) \quad Y = \frac{P_1 \cdot P_2}{D}$$

gdzie

$P_1, P_2$  = liczba ludności miast 1 i 2;

$D$  = odległość interpretowana jako minimalna odległość transportowa;

$Y$  = wielkość wymiany między  $P_1$  a  $P_2$ ;

<sup>51</sup> Reguła kolejnościowego szeregowania miast dotyczy zależności między wielkością, a kolejnym miejscem miasta w szeregu zmniejszających się wielkości miast. Regułę tę sformułował G. K. Zipf w pracy (1940) a następnie konkretyzował w studiach empirycznych w pracach (1941, 1947, 1949) w postaci równania:

$$(5a) \quad AS_n = \frac{A}{1P} + \frac{A}{2P} + \frac{A}{3P} + \dots + \frac{A}{n^p}$$

gdzie

$A$  = liczba ludności największego miasta (danego kraju);

$A \cdot S_n$  = całkowita liczba ludności;

1, 2, 3, ...  $n$  = liczba porządkowa w szeregu miast;

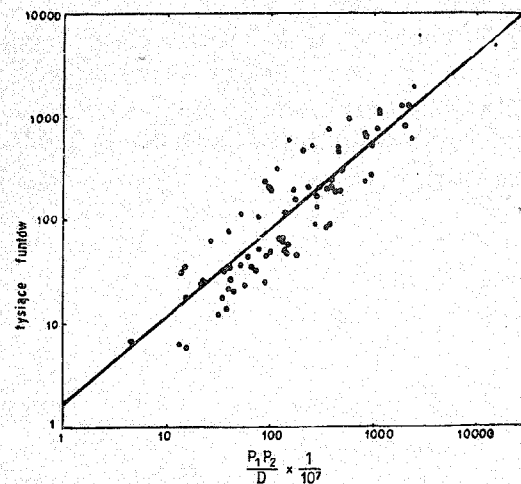
$P$  = współczynnik ustalony empirycznie.

Pierwsze sformułowanie tej regularności zostało dokonane przez F. Auerbacha (1913), następnie przez A. J. Lötka (1925), R. Gibrata (1931), H. W. Singera (1936), J. A. Stewarta (1947), G. R. Allena (1954) oraz H. A. Simona (1957). Mimo że G. K. Zipf podkreślał rodowód tej reguły, bez pewnych założeń teoretycznych trudno byłoby ją sformułować; wskazuje na to B. J. Berry i W. L. Garrison (1958).

lub gdy wielkość  $P_1$  jest stała:

$$(7a) \quad Y = \frac{P}{D}.$$

Badania empiryczno-statystyczne przeprowadzone przez G. K. Zipfa wykazują w skali podwójnie logarytmicznej zależność prostoliniową ( $Y=a+bX$ ) między wielkością  $X$  tj.  $PP/D$  lub  $P/D$  a wielkością  $Y$  reprezentowaną przez pasażerski ruch kolejowy, autobusowy i lotniczy, rozmowy telefoniczne, tonaż przesyłek kolejowych, wielkość migracji



Ryc. 1. Kolejowe przesyłki ekspresowe wg tonażu między 13 dowolnie wybranymi miastami USA, maj 1939. Źródło: G. K. Zipf (1949) s. 393

między różnymi parami miast (patrz ryc. 1)<sup>52</sup>. Należy w związku z tym zauważyć, że wielkość parametru  $b$  w tym równaniu może być jedynie interpretowana jako wielkość wykładnika potęgowego  $PP/D$  tj.  $\left(\frac{P_1P_2}{D}\right)^b$ . Oznacza to niemożliwość identyfikacji tego parametru w odniesieniu do poszczególnych składowych tej wielkości, gdyż  $Y=(P_1P_2/D)^b \equiv (P_1P_2)^b/D^b$ .

Wzory  $PP/D$  i  $P/D$  stanowią właściwie proste założenia o postaci zbliżonej do modeli grawitacji i potencjału, jednak G. K. Zipf traktował je jako hipotezy. Odegrały one dość znaczną rolę w rozwoju koncepcji modeli grawitacji i potencjału, gdyż stanowiły punkt wyjścia dla dalszych badań i zawierały empiryczną weryfikację.

### 3. „PRAWA” GRAWITACJI DEMOGRAFICZNEJ J.Q. Stewarta

Sformułowane przez J. Q. Stewarta „prawa” grawitacji demograficznej mają postać analogiczną do pojęcia siły, energii i potencjału grawitacyjnego fizyki Newtonowskiej<sup>53</sup>. Podstawą dla tych sformułowań było z jednej strony wykrycie przez J. Q. Stewarta

<sup>52</sup> G. K. Zipf (1949) ss. 386–401.

<sup>53</sup> J. Q. Stewart (1947 a, 1947 b, 1948 b) oraz dalsze prace tego autora.

empirycznych regularności dotyczących wpływu ludności na odległość podobnych do wzoru  $P/D$  G. K. Zipfa, a z drugiej przyjęcie poglądu, że w naukach społeczno-ekonomicznych należy analogicznie do praw fizyki budować prawa w postaci funkcji wykorzystując w tym celu niektóre pojęcia i twierdzenia fizyki<sup>54</sup>.

Wychodząc z tych założeń J. Q. Stewart przyjmuje, że wzajemne oddziaływanie jakie zachodzi w przestrzeni między zbiorowościami ludzkimi odpowiada relacjom dotyczącym wzajemnego oddziaływania mas fizycznych. W ujęciu takim przestrzenne zespoły jednostek ludzkich są „masą”, a podstawową relacją zależność analogiczna do prawa grawitacji Newtona<sup>55</sup>.

Prawo grawitacji Newtona może być wyrażone za pomocą trzech różnych sformułowań matematycznych, które dotyczą pojęcia siły, energii i potencjału grawitacyjnego. Sformułowania te przedstawiają się następująco.

Założmy, że cząstka masy  $M$  znajduje się w punkcie  $A$  w odległości  $d$  od drugiej cząstki masy  $m$  położonej w punkcie  $a$ .

Wówczas:

1) siła  $F$  działająca na każdą z mas, przyciągając je do siebie wzdłuż linii łączącej je posiada następującą wielkość:

$$(8) \quad F = \frac{GMm}{d^2},$$

gdzie

$G$  jest stałą tzw. stałą grawitacyjną; sformułowanie to jest oryginalnym twierdzeniem Newtona;

2) wzajemna energia dwóch mas w polu grawitacyjnym  $E$  wynosi

$$(9) \quad E = \frac{GMm}{d};$$

3) potencjał grawitacyjny  $V_A$ , który masa  $m$  wytwarza w punkcie  $A$ , wynosi:

$$(9a) \quad V_A = \frac{Gm}{d},$$

a potencjał  $V_a$ , który masa  $M$  wytwarza w  $a$ , wynosi

$$(9b) \quad V_a = \frac{GM}{d}.$$

Pojęcie potencjału było po raz pierwszy wprowadzone przez Lagrange’a.

Porównanie równań (9a) i (9b) z równaniem (9) pozwala stwierdzić, że

$$(10) \quad 2E = MV_A + mV_a.$$

Gdy zamiast dwóch tylko cząstek rozpatrzy się wiele mas rozmieszczonych w przestrzeni, powyższe równania stosuje się do każdej pary cząstek. Całkowity potencjał w da-

<sup>54</sup> Sformułowanie empirycznych regularności zawarte jest w: J. Q. Stewart (1941 a, 1941 b, 1942); programowane tezy „fizyki społecznej” zawarte są w J. Q. Stewart (1950 b, 1952).

<sup>55</sup> J. Q. Stewart (1948 a) str. 32 i dalsze.

nym punkcie jest sumą oddzielnych potencjałów. Jeżeli rozmieszczenie masy dotyczy płaszczyzny i jeżeli może być traktowane jako ciągłe, potencjał w każdym punkcie  $C$  na płaszczyźnie stanowi:

$$(11) \quad V_c = \int \frac{1}{r} D dS$$

gdzie

$D$  – jest gęstością powierzchniową masy na nieskończenie małym elemencie obszaru  $dS$ ,

$r$  – jest odległością od tego elementu do punktu  $C$ ,

a całkowanie dotyczy całego obszaru płaszczyzny, gdzie  $r$  nie jest zerem.

Stąd, jeżeli masa jest rozmieszczona w znany sposób na płaszczyźnie, i  $D$  jest znane, równanie (11) umożliwia obliczenie wielkości potencjału w każdym punkcie. Wyniki obliczeń mogą być według J. Q. Stewarta przedstawione na mapie przy użyciu linii ekwipotencjalnych. Należy zwrócić uwagę, że linie na mapach topograficznych, które przedstawiają wysokość wzniesienia nad poziomem morza są liniami równych potencjałów grawitacyjnych.

Można wykazać, że całkowita, wynikowa siła grawitacji działająca na jednostkę masy w każdym punkcie płaszczyzny jest skierowana pod kątem prostym do znajdującej się tam linii ekwipotencjalnej i posiada wartość:

$$(12) \quad g = \frac{\partial V}{\partial n}$$

W tym stosunku różniczkowym  $n$  jest odległością mierzoną wzdłuż prostopadłej do linii ekwipotencjalnej. Ponieważ wielkość  $g$  jest siłą na jednostkę masy, wielkość ta stanowi, na podstawie drugiego prawa dynamiki Newtona, przyspieszenie masy wytwarzane przez pole w wzmiankowanych punktach. W interpretacji J. Q. Stewarta wielkość tę należy traktować jako gradient potencjału, nie biorąc pod uwagę zagadnienia ruchu.

Wychodząc z powyższego sformułowania prawa grawitacji, J. Q. Stewart w oparciu o przyjęte założenia teoretyczne, dostrzeżone analogie oraz dokonane obserwacje empiryczne sformułował następujące prawa grawitacji demograficznej<sup>56</sup>:

- 1) siły demograficznej – odpowiednik siły grawitacyjnej;
- 2) energii demograficznej – odpowiednik energii grawitacyjnej;
- 3) potencjału demograficznego – odpowiednik potencjału grawitacyjnego.

Pojęcie siły demograficznej przedstawia równanie:

$$(13) \quad F = \frac{G(N_1 \mu_1)(N_2 \mu_2)}{d^2}$$

gdzie  $F$  stanowi siłę demograficzną przyciągania zachodzącego pomiędzy dwoma grupami ludności  $N_1$  i  $N_2$ , mnożonymi przez odpowiednie tzw. wagi molekularne  $\mu_1$  i  $\mu_2$  i znajdującymi się od siebie w odległości  $d$ ; przy czym  $G$  stanowi stałą, określony współ-

<sup>56</sup> J. Q. Stewart (1948 a) str. 34 i dalsze; por. również J. Q. Stewart (1947 a) ss. 471–473 oraz J. Q. Stewart. W. Warntz (1958 a) ss. 170–172.

czynnik. Równanie to można przedstawić następująco przyjmując, że wielkość wag molekularnych ( $\mu_1, \mu_2$ ) wynosi 1 i pomijając  $G$ :

$$(13a) \quad F = \frac{N_1 N_2}{d^2}$$

Pojęcie energii demograficznej odpowiednio do (9) przedstawia równanie:

$$(14) \quad E = \frac{GN_1 N_2}{d}$$

Pojęcie potencjałów demograficznych przedstawiają równania:

$$(15) \quad V_1 = \frac{GM_2}{d}; \quad V_2 = \frac{GM_1}{d}$$

Również

$$(16) \quad 2E' = N_1 V_1 + N_2 V_2$$

Równanie (11) także jest niezmiennione:

$$(17) \quad V = \int \frac{1}{r} D dS$$

ale  $V$  jest tutaj potencjałem demograficznym tj. potencjałem ludności, a  $D$  stanowi gęstość ludności na nieskończenie małym elemencie obszaru  $dS$ . Kiedy  $D$  jest znane, możliwe jest wykreślenie linii ekwipotencjalnych ludności. Na tej podstawie wzór (17) pozwala określić wielkość potencjału ludności wytworzonego przez całą ludność danego obszaru w każdym punkcie. Ponieważ obliczenie wielkości potencjału na podstawie wzoru (17) opiera się na założeniu przyjmującym nieskończenie małe elementy obszaru, a dane dotyczące rozmieszczenia ludności odnoszą się do większych jednostek przestrzennych, to obliczenia potencjału ludności dla danej jednostki przestrzennej traktowanej jako punkt dokonuje J. Q. Stewart w przybliżeniu podsumowując wielkość poszczególnych potencjałów wytwarzanych w danym punkcie przez poszczególne masy ludności każdej jednostki wchodzącej w skład rozpatrywanego obszaru<sup>57</sup>. Jeżeli więc ponumeruje się poszczególne potencjały wytworzone przez różne masy od 1 do  $n$  to potencjał w punkcie  $i$  wynosi:

$$(17a) \quad iV = V_1 + V_2 + \dots + V_n \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

Powyższe ujęcie wymaga jednak rozpatrzenia tego, że każda dowolna masa wywołuje potencjał oddziałujący na samą siebie. W związku z tym J. Q. Stewart przyjął, że znajduje się ona w pewnej skończonej odległości od punktu  $i$ , ustalając równocześnie procedurę obliczenia tej odległości<sup>58</sup>.

Na podstawie danych obejmujących wielkości potencjału ludności poszczególnych

<sup>57</sup> Por. J. Q. Stewart (1950 a) oraz J. Q. Stewart i W. Warntz (1958 b).

<sup>58</sup> Metody obliczania tej odległości zawarte są w: J. Q. Stewart (1947 a) s. 477; (1948 a) s. 48; J. Q. Stewart i W. Warntz (1958 b) s. 121.



punktów odniesienia i przy użyciu linii ekwipotencjalnych, J. Q. Stewart opracował mapy potencjału ludności dla szeregu krajów<sup>59</sup>.

J. Q. Stewart uwagę swoją skupia głównie na problematyce i koncentracji potencjału ludności, zajmuje się również pojęciem energii demograficznej, bliżej nie zajmuje się natomiast pojęciem siły demograficznej.

Wielkość potencjału ludności wyraża się w jednostkach liczby osób na km, wielkość gradientu wymaga wprowadzenia dodatkowej potęgi odległości w mianowniku i wyraża się w jednostkach osób na km<sup>2</sup>.<sup>60</sup>

Interpretacja pojęcia potencjału demograficznego nie jest jednoznaczna. Dla J. Q. Stewarta potencjał demograficzny jakiegoś punktu jest miarą dostępności (bliskości) do tego punktu, albo ogólniej miarą siły „wpływu” wywieranego przez jednostki ludzkie umiejscowione w innych punktach powierzchni Ziemi, na ludzi umiejscowionych w danym punkcie. Stąd też „istnienie” każdej osoby dokonuje „wpływu”, który jednak maleje wraz z odległością. Gdy więc przechodzi się z obszarów wiejskich do wielkiego miasta następuje gwałtowny wzrost wielkości potencjału na skutek koncentracji ludności. Podobnie rzecz się ma, gdy przechodzi się w samym mieście od peryferii do centrum<sup>61</sup>.

W oparciu o dane dotyczące kształtowania się wielkości potencjału ludności J. Q. Stewart, częściowo wraz z W. Warntzem, wykonał szereg analiz statystycznych wykazujących korelację między przestrzenną zmiennością potencjału a pewnymi zjawiskami demograficznymi i społeczno-ekonomicznymi na większych obszarach<sup>62</sup>.

Wielkość energii demograficznej mierzy się w jednostkach liczby osób do kwadratu na km. Wielkość tę można alternatywnie traktować jako iloczyn liczby ludności jakiejś grupy i potencjału wytworzonego w stosunku do niej przez inną grupę. Energię demograficzną proponuje J. Q. Stewart interpretować jako liczbę stosunków międzyludzkich w jednostce czasu.

Ponieważ stosunki te są zależne od zasobów naturalnych i urządzeń technicznych, J. Q. Stewart proponuje wprowadzić ich wielkość jako masę społeczną na głowę. Wielkość tej masy, której substytutem jest dochód na głowę, traktuje jako wagi molekularne masy<sup>63</sup>.

Wyjaśniając podstawy sformułowania „praw” grawitacji demograficznej, J. Q. Stewart mocno podkreśla empiryczny rodowód swojej koncepcji. Stwierdza, że równania przedstawiające te prawa zostały przezeń pierwotnie odkryte jako wynik bezpośredniej obserwacji i stanowią one empiryczne formuły dostosowane do faktów. Na skutek podobieństwa do praw fizyki newtonowskiej zostało im nadane później znaczenie teoretyczne. Należy w związku z tym stwierdzić, że pierwsze prace J. Q. Stewarta miały charakter obserwacyjno-empiryczny, jednakże nie ulega wątpliwości, że decydujący wpływ na roz-

<sup>59</sup> Mapy potencjału ludności zawarte są w J. Q. Stewart (1947 a, 1948 b, 1950 a).

<sup>60</sup> Wielkość potencjału jest skalarem, gradient stanowi natomiast wektor skierowany pod kątem prostym do linii ekwipotencjalnej i określa stopień zmienności potencjału wraz z odległością. Por. J. Q. Stewart i W. Warntz (1958 b) s. 117.

<sup>61</sup> Por. J. Q. Stewart (1948 a) s. 35, (1958 c) s. 154; J. Q. Stewart, W. Warntz (1958 a) s. 170.

<sup>62</sup> Sprawozdania z tych badań zawarte są we wszystkich pracach J. Q. Stewarta oraz w pracach J. Q. Stewarta i W. Warntza (1958 a, 1958 b).

<sup>63</sup> J. Q. Stewart (1948 a) s. 56.

wój koncepcji grawitacji demograficznej miały jednak założenia teoretyczne zawarte w programie „fizyki społecznej”<sup>64</sup>.

Należy zwrócić uwagę na to, że chociaż J. Q. Stewart podkreślił rolę empirycznych przesłanek dla sformułowania praw grawitacji demograficznej, to jednak nie dokonał konkretyzacji zmiennej „odległości” nadając jej znacznie czysto fizyczne i traktując ją jako podstawowy wymiar pojmowany izomorficznie w stosunku do twierdzeń fizyki Newtona<sup>65</sup>. Jedynie pojęcie masy uległo u niego bliższej konkretyzacji co wyraziło się w wprowadzeniu do wzoru odpowiednich wag masy. Równocześnie należy podkreślić, że J. Q. Stewart nie dokonał również estymacji statystycznej równań reprezentujących prawa grawitacji demograficznej a jedynie weryfikację pośrednią ograniczającą się do wykazania stopnia korelacji między kształtowaniem się wielkości potencjału demograficznego a szeregiem innych zjawisk społeczno-ekonomicznych.

Mimo więc zastrzeżeń J. Q. Stewarta jego sformułowanie praw grawitacji demograficznej nosi cechy operacji homotetycznej. Stąd też należy prawa te traktować jako modele odwzorowania stanowiące twierdzenie w przybliżeniu ogólne o kształcie zbliżonym do modelu wzoru – pojęć grawitacyjnych. Analogia ta jest szczególnie wyraźna ze względu na „wymiarową” interpretację tych praw, brak ich estymacji.

Wzory reprezentujące pojęcie siły i energii demograficznej J. Q. Stewarta należy traktować jako podstawowe proste sformułowanie deterministyczne modelu grawitacji, potencjału demograficznego zaś jako modelu potencjału, obu w sformułowaniu deterministycznym tj. o stałych parametrach, których postać jest *a priori* ustalona na podstawie operacji homotetycznej.

Bezpośrednią kontynuację koncepcji J. Q. Stewarta zawierają prace W. Warntza<sup>66</sup>. Program badawczy W. Warntza jest w dużej mierze odbiciem poglądów J. Q. Stewarta i St. C. Dodda i nosi nazwę „makrogeografii” lub „makrobadań” w geografii. Makrobadań mają na celu – według W. Warntza – rozwinięcie pojęć na wyższym poziomie abstrakcji co umożliwi całościowe ujęcie czaso-przestrzenne systemu ekonomicznego i dostarczy układu pojęć, w ramach którego dokonuje się mikroopisu. Sprowadza się to do następujących postulatów badawczych: 1) makrobadań dotyczą podstawowych wymiarów rozmieszczenia zjawisk: czasu, odległości i liczby ludności; 2) odnoszą się nie do pojedynczych zjawisk ekonomicznych a ich agregatów ujmowanych całościowo w kontinuum czaso-przestrzennym; 3) pozwalają sformułować generalizacje dotyczące funkcjonalnej, przestrzennej zmienności zjawisk w całym systemie, które nie dadzą się wykryć w pojedynczych zjawiskach; 4) generalizacje te stanowią „uśrednione” relacje i dotyczą tendencji w zakresie tworzenia się przestrzennej równowagi, a najlepiej rozwiniętych modeli dla takiego ujęcia dostarcza fizyka. Zgodnie ze swoim programem badawczym, W. Warntz

<sup>64</sup> Program badawczy fizyki społecznej J. Q. Stewarta został przedstawiony na konferencji naukowej w Princeton (12–13.X.1959), w której m.in. udział wzięli: P. W. Bridgman, St. C. Dodd, O. Morgenstern, G. L. Walsh, G. K. Zipf; por. J. Q. Stewart (1950 b). Według J. Q. Stewarta „fizyka społeczna” opisuje masowe stosunki między ludźmi w terminach fizyki i traktuje zbiorowości ludzkie jako złożone z „społecznych cząstek”, nie zajmuje się natomiast zachowaniem poszczególnych cząstek. Analiza oparta o założenia „fizyki społecznej” ogranicza się do podstawowych wymiarów zjawisk: czasu, odległości i masy.

<sup>65</sup> Por.: J. Q. Stewart i W. Warntz (1958 b) s. 116 oraz J. Q. Stewart (1958) ss. 153–154.

<sup>66</sup> W. Warntz (1948, 1956, 1957, 1958, 1959 a, 1959 b, 1959 d, 1959 e, 1964).

przyjmuje pojęcie potencjału demograficznego (równanie 17) jako podstawowy model w badaniach przestrzenno-ekonomicznych, nazywa potencjałem przestrzennym i interpretuje jako „wielkość pola” które „jest miarą zagregowanej dostępności i określa ilościowo makropołożenie”<sup>67</sup>. Model potencjału został zastosowany przez W. Warntza do badania przestrzennego kształtowania cen oraz opracowania map potencjału ludności<sup>68</sup>.

#### 4. „HIPOTEZA” WZAJEMNEGO ODDZIAŁYWANIA St.C. Dodda

Pojęcie grawitacji demograficznej J. Q. Stewarta oraz odpowiadające im relacje G. K. Zipfa zostały sformułowane przez St. C. Dodda w ogólniejszej postaci modelu, który nazywa „hipotezą” wzajemnego oddziaływania<sup>69</sup>.

Hipotezę tę St. C. Dodd nazywa również modelem grawitacji dotyczącym mas fizycznych i grup ludzkich i formułuje ją posługując się tzw. analizą wymiarową<sup>70</sup>. Hipoteza ta

<sup>67</sup> W. Warntz (1959 a) s. 450; por. W. Warntz (1959 b) s. 55 oraz (1959 a) ss. 449–454. Ostrą krytykę programu Stewarta/Warntza przeprowadzili F. Lukermann i P. W. Porter (1960) ss. 493–504. Stwierdzają oni, że w rzeczywistości nie istnieje nieograniczone przestrzenne kontinuum. Oznacza to, że czas, odległość i masa nie mogą być przyjęte jako dane warunki dla nieograniczonego obszaru przy przewidywaniu lub wyjaśnianiu zróżnicowania przestrzennego zachowania się człowieka na ziemi.

<sup>68</sup> Por. W. Warntz (1957, 1959 c, 1964).

<sup>69</sup> St. C. Dodd (1950, 1953, 1955 a, 1955 b, 1961).

<sup>70</sup> Modelem — według St. C. Dodda (1953) s. 412 — jest sformułowanie hipotezy, w której wszystkie terminy, warunki, założenia i ich relacje są wyraźnie przedstawione. Pojęcie „wymiaru” w fizyce, oprócz znaczenia podstawowego znanego z geometrii, ma także znaczenie przenośne. W tym znaczeniu jako wymiar fizyczny określa się stosunek jednostki pewnej wielkości, np. prędkości, do jednostki zasadniczej tj. długości, masy i czasu wyrażonych w układzie cm, g, sek, np. wymiar prędkości określa się jako cm. sek<sup>-1</sup>. Wprowadzając do badań społeczno-ekonomicznych takie pojęcie wymiaru i stosując symbolikę algebriczną, St. C. Dodd buduje „wymiarową” analizę działania ludzkiego. Analiza ta według St. C. Dodda polega na „generalizacji statystycznych momentów minimalnego zbioru wymiarów”. Momenty te stanowią sumy iloczynów potęg bez względu na wielkość jednostek. Minimalny zbiór wymiarów stosowany w „fizyce społecznej” obejmuje czynniki „czasu”, „długości” i „ludzi” oraz „pragnienia” (*desiring*) i uzupełniającej klasy „wskaźników wszystkiego innego” określonych odpowiednimi symbolami ( $T$ ,  $L$ ,  $P$ ,  $D$ ,  $I$ ). Wykładniki potęgowe tych zmiennych stanowią dodatnie lub ujemne liczby całkowite, 1, 2, 3, oraz 0. Tych pięć czynników i ich potęgowe wykładniki stanowią wyczerpujący i właściwy system klasyfikacyjny „sytuacji” w naukach społecznych, co w symbolice St. C. Dodda przedstawia się jako:  $S = \Sigma T^t L^l P^p D^d I^i$ . Przyjmując określone wykładniki potęgowe zmiennych danych wymiarów definiuje np. „długość” ( $L$ ) jako:  $L^0$ =punkt,  $L^1$ =linia,  $L^2$ =obszar,  $L^3$ =objętość; czas ( $T$ ):  $T^0$ =data,  $T^1$ =okres,  $T^{-1}$ =zmiana,  $T^{-2}$ =przyspieszenie; ludność ( $P$ ):  $P^0$ =osoba,  $P^1$ =wielokrotność,  $P^2$ =organizacja. Przy użyciu tych wymiarów St. C. Dodd chce sformułować ogólne prawa sytuacji społecznych pozwalające po odpowiedniej konkretyzacji przewidywać zachowania społeczne (St. C. Dodd 1955 b). Należy podkreślić, że w miarę odchodzenia od podstawowych wymiarów fizycznych wrasta sztuczność pojęcia podstawowego wymiaru w tych ujęciach jak to jest widoczne na przykładzie zmiennej „ludność”. Teoria St. C. Dodda stanowi jedną z najradzykalniejszych prób fizykalizacji nauk społecznych i musi budzić zasadnicze zastrzeżenie, gdy występuje z uproszczeniem sprowadzenia całej problematyki socjologicznej do analizy wymiarowej. Nie występując na tym miejscu z zasadniczą krytyką teorii St. C. Dodda należy podkreślić, że słabość tej teorii wynika przede wszystkim ze sztucznego i nieempirycznego konstruowania podstawowych wymiarów „sytuacji” w naukach społecznych i nieuzasadnionego przyporządkowywania im różnych wykładników potęgowych.

jak podkreśla St. C. Dodd opiera się na obserwacji stwierdzającej, że terytorialne grupy ludzkie oddziałują na siebie silniej gdy są duże i bliżej położone, aniżeli gdy są małe i oddalone od siebie. Na tej podstawie formułuje twierdzenie, że oddziaływanie między grupami ludzkimi zależy od ich wielkości, odległości od siebie, długości okresu oddziaływania oraz poziomu kulturowego oddziaływania, w postaci równania<sup>71</sup>:

$$(18) \quad I = \frac{k I_A P_A I_B P_B T}{L^1}$$

gdzie

$T$  = czasokres oddziaływania;

$L^{-1}$  = odwrotność odległości między dwoma grupami; wykładnik  $-1$  stanowi wagę czynnika;

$P_A$ ,  $P_B$  = liczba ludności grup  $A$  i  $B$ ;

$I_A$ ,  $I_B$  = „wskaźniki poziomu” tj. stałe charakteryzujące poszczególne grupy w danym okresie;

$k$  = stała dla każdego typu wzajemnego oddziaływania w danej kulturze i czasokresie.

Stosując pojęcia analizy „wymiarowej” St. C. Dodd definiuje następująco poszczególne czynniki:

A. Czynniki czasu ( $T$ ) obejmuje czasokres oddziaływania. Jeżeli równanie (18) podzieli się przez  $T$ , to uzyskuje się stopę wzajemnego oddziaływania tj. szybkość procesu społecznego wyrażoną jako  $I/T$ .

B. Czynniki przestrzeni ( $L$ ) stanowi odwrotność odległości między każdą parą jednostek (osób) dwóch grup; może być mierzony w jednostkach fizycznych, czasie i kosztach przejazdu. Wielkość wykładnika potęgowego może być wyższa niż jeden, gdy zachodzi nierównomierne rozmieszczenie zjawisk.

C. Wielkość grupy stanowi liczbę ( $P$ ) osób wzajemnie oddziałujących na siebie. Badane grupy to przede wszystkim grupy geograficzne, miasta i regiony; mogą to być jednak inne grupy pod warunkiem takiego określenia ich lokalizacji, która umożliwia obliczenie ich wielkości oraz odległości między nimi.

D. Wskaźniki „specyficznego poziomu” ( $I_A$ ,  $I_B$ ) są ważonymi czynnikami wprowadzonymi dla wyrównania różnorodności grup. Wskaźniki te stanowią „stałe” właściwe dla każdej grupy lub podzbioru grup. St. C. Dodd interpretuje je jako wynik wpływu różnych podczynników i przyjmuje jako ich wymiar przeciętną działania lub wielkość działania danego typu na głowę w jednostce czasu, np. liczba rozmów telefonicznych na mieszkańca danego miasta w połączeniach międzymiastowych w ciągu roku reprezentuje zachodzący między nimi poziom rozmów telefonicznych. Poziom ten można przedstawić jako  $I_A = [\Sigma I]_A / P$ ; wielkość ta pomnożona przez  $P$  daje znowu całkowitą liczbę działań w danym okresie czasu  $[\Sigma I]_A$ .

Jeżeli zatem „działalność” grupy  $A$  wynosi w danym okresie czasu  $[\Sigma I]_A = I_A P_A$ , to wzajemne oddziaływanie dwóch grup, przyjmując  $T=1$ ,  $L=1$ , na podstawie reguły ilo-

<sup>71</sup> St. C. Dodd (1950) s. 245 i dalsze.

czynu prawdopodobieństwa zdarzeń niezależnych, jest proporcjonalne do iloczynu ich „działalności”:

$$(18a) \quad I = k I_A P_A I_B P_B = k [\sum I]_A \cdot [\sum I]_B.$$

Jako podczynniki determinujące wskaźniki poziomu St. C. Dodd wymienia przykładowo takie cechy jak płeć, wiek, dochód, wykształcenie, zawód i podkreśla, że zachodzi konieczność dalszych badań ich wpływu dla określenia różnych typów populacji i oddziaływania; pozwoli to zwiększyć stopień przewidywalności przyjętej hipotezy.

E. Stała  $k$  stanowi parametr wzajemnego oddziaływania i jest ilorazem całkowitego oddziaływania między grupami  $A$  i  $B$  przez iloczyn liczb działalności grup  $A$  i  $B$ :

$$(18b) \quad k = \frac{I}{(\sum I)_A (\sum I)_B}.$$

St. C. Dodd stwierdza jednak, że empiryczna wartość  $k$  nie odpowiada wielkości z wzoru (19b) ze względu na wpływ różnych czynników ubocznych.

Porównanie sformułowania St. C. Dodda z wzorami G. K. Zipfa oraz J. Q. Stewarta wykazuje, że te dwa ostatnie ujęcia nie wprowadzają pojęcia czynnika czasu ( $T$ ) oraz nie charakteryzują bliżej pojęcia stałej ( $k$ ). W przeciwieństwie do sformułowań G. K. Zipfa i J. Q. Stewarta, hipoteza wzajemnego oddziaływania opiera się na pewnych założeniach probabilistycznych i dotyczy dużej liczby oddziaływań, które wykazują tendencję do równomiernego rozkładu w danej populacji, na danym obszarze i w danym okresie czasu<sup>72</sup>. Należy jednak podkreślić, że St. C. Dodd nie określa własności stochastycznych sformułowanego modelu, ani też nie formułuje bliżej warunków konkretyzacji i oszacowania jego parametrów, ograniczając się do podania sposobu sprawdzenia hipotezy przez określenie stopnia korelacji między wielkościami przewidywan na podstawie wzoru (18) a odpowiednimi danymi empirycznymi. Takie ujęcie można wyjaśnić tym, że za podstawowy cel swych badań St. C. Dodd stawia nie tyle poszukiwanie empirycznych i skonkretyzowanych prawidłowości, co „trwałych, niezmiennych stosunków między zmiennymi”, a więc ogólnych praw<sup>73</sup>.

Konkretyzacja modelu grawitacji w sformułowaniu St. C. Dodda została przeprowadzona przez J. A. Cavanaugh<sup>74</sup>.

<sup>72</sup> St. C. Dodd interpretuje iloczyn wielkości dwóch grup  $P_A P_B$  jako przykład zastosowania probabilistycznej reguły iloczynu zdarzeń niezależnych. Reguła ta stwierdza, że prawdopodobieństwo iloczynu dwóch zdarzeń niezależnych, których oddzielne prawdopodobieństwa wynoszą  $p_1$  oraz  $p_2$  stanowi ich iloczyn  $p_1 p_2$ . Stąd też  $P_A/P \cdot P_B/P = P_A P_B/P^2$ . Ponieważ  $P^2$  stanowi wielkość stałą dla danej grupy populacji, prawdopodobna wielkość wzajemnych oddziaływań jest wprost proporcjonalna do iloczynu  $P_A P_B$ . (Por.: St. C. Dodd (1950), s. 249).

<sup>73</sup> St. C. Dodd (1961) str. 7

<sup>74</sup> J. A. Cavanaugh (1950) przeprowadził szereg badań analitycznych i ustalił podobnie jak G. K. Zipf dla uproszczonej postaci wzoru (18) tj.

$$(18c) \quad I_e = \frac{P_A P_B}{L_{AB}}$$

zależność prostoliniową w postaci  $\log y = \log a + b(\log x)$  między zaobserwowaną wielkością oddziaływań reprezentowanych przez wielkość ruchu samochodowego, autobusowego, rozmów telefonicznych ( $\log y$ ) a wielkością wyliczoną z wzoru (18a) tj.  $\log x$ . Badania te objęły 27 rodzajów oddziaływań między pewną liczbą stanów USA, a uzyskane współczynniki korelacji  $r$  wahają się od 0,50 do 0,97.

Dalszy rozwój problematyki badań nad formułowaniem modeli grawitacji i potencjału był ściśle związany z zastosowaniem tych modeli w badaniach przestrzenno-ekonomicznych.

W związku z tym zarysowały się próby sformułowania modeli podobnych lub zbliżonych do modeli J. Q. Stewarta i St. C. Dodda oparte o przesłanki empiryczne i probabilistyczne. Sformułowania te mogą być także traktowane jako konkretyzacje lub modyfikacje modeli J. Q. Stewarta i St. C. Dodda, które stanowiły mniej lub bardziej domniemane założenia dla ich budowy. Oprócz budowy modeli dokonuje się też ich oszacowania w postaci funkcji liniowych przy pomocy analizy regresji liniowej.

Z prób sformułowania modelu grawitacji w oparciu o przesłanki empiryczne należy przede wszystkim wymienić sformułowanie F. C. Iklé pod nazwą hipotezy wzajemnego oddziaływania dotyczące zależności między przejazdami osobowymi i przewozami towarowymi a liczbą ludności i odległością<sup>75</sup>. Zależność tę formułuje następująco:

$$(19) \quad H_{ij} = k \frac{P_i P_j}{d_{ij}^b}$$

gdzie

$P_i, P_j$  = liczba ludności miasta  $i$  oraz  $j$ ;

$d_{ij}$  = odległość między  $i$  a  $j$ ;

$b$  = wykładnik potęgowy odległości;

$H_{ij}$  = liczba przewozów lub przejazdów między  $i$  a  $j$ .

Powyższe sformułowanie opiera F. C. Iklé na dwóch założeniach:

1) określeniu wpływu liczby ludności na częstość przejazdów lub przewozów tj. wzajemnego oddziaływania;

2) wpływu odległości na częstość przejazdów lub przewozów.

Pierwsze założenie, które stwierdza, że wzajemne oddziaływanie dwóch ośrodków ludności jest proporcjonalne do iloczynu liczby ludności tych ośrodków, opiera F. C. Iklé na przesłance, że oddziaływanie takie np. przejazdy osobowe jest wyrazem stosunków zachodzących między wszystkimi możliwymi parami jednostek (osób) dwóch różnych ośrodków. Im większa jest liczba par jednostek, tym większe prawdopodobieństwo wzajemnego oddziaływania. Liczba wszystkich par jednostek z dwóch ośrodków o liczbie ludności  $P_i$  oraz  $P_j$  równa się  $(P_i \cdot P_j)$ . Stąd można przyjąć, że łączny wpływ liczby ludności dwóch ośrodków na częstość wzajemnego oddziaływania jest równy iloczynowi obu populacji.

Drugie założenie dotyczące wpływu odległości na wielkość wzajemnego oddziaływania opiera się z kolei na dwóch przesłankach: 1) wraz ze wzrostem odległości rośnie koszt i czas przejazdu lub przewozu; 2) im większa odległość tym mniejsze jest prawdopodobieństwo, że zajdzie dane zdarzenie między parą jednostek (przejazd). Prowadzi to do przekonania o odwrotnie proporcjonalnej zależności między pewną potęgą odległości a pewnymi typami wzajemnego oddziaływania.

Bliższe określenie wpływu odległości wymaga jednak empiryczno-statystycznej analizy

<sup>75</sup> F. C. Iklé (1954) ss. 123–136.



tego wpływu, co można dokonać przez oszacowanie wielkości wykładnika potęgowego odległości  $b$  tj. przyjmując postać równania (19) jako <sup>76</sup>:

$$(19a) \quad \frac{H_{ij}}{P_i P_j} = k \frac{1}{d_{ij}^b}.$$

Prowadzi to do równania w postaci logarytmicznej:

$$(19b) \quad \log \frac{H_{ij}}{P_i P_j} = \log(k) - b \log(d_{ij}).$$

Estymacja parametru  $b$  w równaniu (19b) na podstawie metody najmniejszych kwadratów pozwoliła F. C. Iklé określić wielkość wykładnika potęgowego odległości dla różnych typów przejazdów jako mierników wzajemnego oddziaływania <sup>77</sup>.

Sformułowanie modelu w ujęciu F. C. Iklé, a w szczególności nadanie mu empiryczno-statystycznego charakteru i oszacowanie wykładnika potęgowego odległości jako parametru empirycznego zostało przyjęte przez J. D. Carrola i W. L. Garrisona <sup>78</sup>. Ponadto stało się podstawą dalszego rozwinięcia modelu w pracach W. Mylroie oraz C. Hammera i F. C. Iklé.

Ujęcie C. Hammera i F. C. Iklé posiada istotne znaczenie z teoretycznego punktu widzenia, gdyż rozszerza pojęcie modelu grawitacji wprowadzając wagi masy (ludności) jako parametry empiryczne oszacowane na podstawie metody najmniejszych kwadratów dla różnych miast, a modelowi nadaje postać <sup>79</sup>:

$$(20) \quad H_{ij} = k \frac{(P_i W_i) (P_j W_j)}{d_{ij}^b}$$

gdzie

$W_i, W_j$  = wagi ludności ośrodka  $i$  oraz  $j$ .

Wagi te interpretuje się jako wielkości wykazujące różne skłonności do wzajemnego oddziaływania.

W. Mylroie wprowadza obok wykładnika potęgowego odległości do wzoru (19) również wykładniki potęgowe masy tj. nadaje mu postać <sup>80</sup>:

$$(21) \quad H_{ij} = k \frac{P_i^\alpha \cdot P_j^\beta}{d_{ij}^b}$$

$\alpha, \beta$  = wagi ludności ośrodka  $i$  oraz  $j$ .

Badania przejazdów osobowych przeprowadzone przez W. Mylroie na podstawie wzoru (21) wykazują, że najwyższy stopień korelacji zachodzi wówczas, gdy wykładniki

<sup>76</sup> Estymacja wykładnika potęgowego  $b$  w równaniu (19b) różni się zasadniczo od estymacji wprowadzonej przez G. K. Zipfa oraz J. A. Cavanaugh.

<sup>77</sup> Wielkość  $b$  waha się od 0,689 (przy  $r = -0,64$ ) do 2,75 (przy  $r = -0,96$ ) dla ruchu samochodowego; -1,07 wynosi dla podróży samolotowych ( $r = -0,54$ ). Por. F. C. Iklé (1954) s. 129.

<sup>78</sup> J. D. Carrol (1955).

<sup>79</sup> C. Hammer, F. C. Iklé (1957).

<sup>80</sup> W. Mylroie (1956).

potęgowe ludności wynoszą 0,5 a wykładnik potęgowy odległości 2,0. Podobną postać modelu przedstawia J. R. Mackay <sup>81</sup>.

Założenie analogiczne do probabilistycznej reguły iloczynu zdarzeń niezależnych, przyjęte również przez St. C. Dodda, leży u podstawy sformułowania modelu grawitacji E. Lövgrena dotyczącego badania ruchliwości siły roboczej <sup>82</sup>. Jeżeli założyć się, że prawdopodobieństwo uzyskania informacji o wolnych miejscach pracy przez daną grupę osób ma rozkład losowy i jest proporcjonalne do liczby ludności, to można przyjąć według E. Lövgrena, że prawdopodobieństwo uzyskania takiej informacji między dwoma populacjami ( $P_o$  i  $P_i$ ) wynosi  $P_o P_i / P_r^2$ , gdzie  $P_o$  i  $P_i$  stanowią dwie populacje będące podgrupami całkowitej populacji  $P_r$ . Przyjmując dalej, że wielkość  $1/P_r^2$  jest stała można się ograniczyć do iloczynu ( $P_o \cdot P_i$ ).

Wychodząc z tego założenia E. Lövgren formułuje analogiczny model do F. C. Iklé, ale dotyczący wielkości migracji w postaci wzoru:

$$(22) \quad n_i = P_i P_o X^{-a}$$

gdzie

$n_i$  = liczba migrantów między obszarami  $i$  oraz  $o$ ;

$P_i$  = liczba ludności parafii  $i$ ;

$P_o$  = liczba ludności obszaru  $o$ ;

$X$  = odległość w km;

$a$  = wykładnik potęgowy odległości

i dokonuje estymacji modelu przy zastosowaniu analizy regresji liniowej w postaci logarytmicznej.

Nieco inaczej sformułowali probabilistyczne założenia modelu przewidywania między-strefowych przewozów osobowych J. D. Carrol i A. W. Bevis <sup>83</sup>. Prawdopodobieństwo przejazdu między strefami ( $X_{ij}$ ) jest odpowiednikiem oczekiwanej częstości ruchu uzyskanej przez zastosowanie testu *chi*-kwadrat. Zakłada się przy tym, że jedynym czynnikiem określającym wielkość ruchu między strefami jest całkowita liczba przejazdów powstałych w każdej ze stref i całkowita liczba przejazdów na całym obszarze tj. wszystkich stref. Prawdopodobieństwo przejazdu ze strefy  $i$  do strefy  $j$  wyraża wzór <sup>84</sup>:

$$(23) \quad X_{ij} = \frac{Y_i Y_j}{Y}$$

gdzie

$Y_i, Y_j$  = całkowita liczba przejazdów powstałych w strefie  $i$  oraz  $j$ ;

$Y$  = całkowita liczba przejazdów na danym obszarze.

J. D. Carrol i H. W. Bevis przyjmują następnie, że wskaźniki aktualnej do prawdopodobnej wielkości przejazdów tj.  $Y_{ij}/X_{ij}$  stanowią dostateczny miernik odchylenia między tymi wielkościami jako wyniku działania oporu odległości. Pozwala to sprawdzić hipotezę wyjściową, że wybór przejazdu jest określony trudnością osiągnięcia miejsca przeznaczenia.

<sup>81</sup> J. R. Mackay (1958).

<sup>82</sup> E. Lövgren (1958).

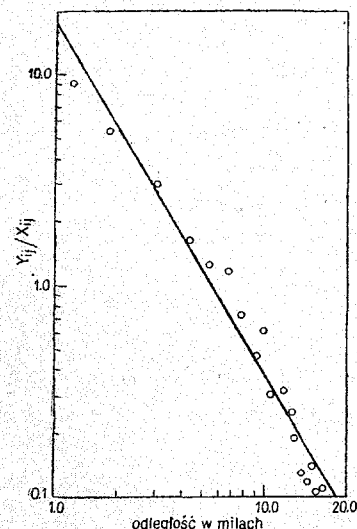
<sup>83</sup> J. D. Carrol, H. W. Bevis (1957).

<sup>84</sup> Bliższa analiza zawarta jest w pracy H. W. Bevisa (1956).

W tym celu oszacowano przy pomocy analizy regresji zależność między  $Y_{ij}/X_{ij}$  a długością przejazdu ( $D_{ij}$ ) dla przejazdów międzystrefowych na obszarze regionu metropolitalnego Detroit w USA (patrz ryc. 2):

$$(24) \quad Y_{ij}/X_{ij} = 12,68 D_{ij}^{-1,63}.$$

W oparciu o założenia F. C. Iklé oraz J. D. Carrola i H. W. Bevisa, W. Isard wyprowadził model grawitacji<sup>85</sup>. Budowa modelu grawitacji w ujęciu W. I. Isarda,



Ryc. 2. Zależność między odległością i stosunkiem faktycznej wielkości do prawdopodobnej wielkości przejazdów pasażerskich na obszarze regionu metropolitalnego Detroit. Źródło: J. D. Carroll, H. W. Bevis (1957) s. 193

mimo że nie zawiera elementów samodzielności, warta jest przytoczenia, gdyż systematyzuje postępowanie w sprawie budowy modelu opierając się na uproszczonych przesłankach probabilistycznych i empirycznych.

Uogólniając sformułowanie W. Isarda należy rozróżnić w budowie modelu dwa etapy: pierwszy, który opiera się na przesłankach probabilistycznych, drugi – na postępowaniu empirycznym. Aby określić wielkość wzajemnego oddziaływania ( $I_{ij}$ ), jakie zachodzi między dwoma regionami  $i$  oraz  $j$  na danym obszarze składającym się z  $n$  regionów, należy według W. Isarda przyjąć jako wielkości wyjściowe (zmienne niezależne) liczby ludności regionu  $i$  oraz  $j$  tj.  $P_i$  oraz  $P_j$ , całkowitą liczbę ludności danego obszaru ( $P$ ) oraz całkowitą liczbę wzajemnych oddziaływań między regionami tego obszaru ( $T$ ) np. liczbę przejazdów wewnętrznych ludności obszaru. Na tej podstawie można przyjąć, że przeciętna wielkość wzajemnych oddziaływań (przejazdów) na osobę wynosi:  $T/P=k$ . Jeżeli przyjąć, że wielkość oddziaływania (przejazdów) reprezentacyjnej jednostki w regionie  $i$  w stosunku do regionu  $j$  będzie równa *ceteris paribus*  $P_j/P$  czyli stosunkowi ludności regionu  $j$  do całkowitej liczby ludności obszaru a w liczbach bezwzględnych  $k[P_j/P]$ , to wielkość oddziaływania (przejazdów)  $P_i$  jednostek wyniesie, nie biorąc pod uwagę wpływu odległości,  $P_i \cdot k[P_j/P]$  tj.

$$(25) \quad T_{ij} = k \frac{P_i P_j}{P}$$

<sup>85</sup> W. Isard (1960) ss. 494–495.

gdzie

$T_{ij}$  = wielkość wzajemnego oddziaływania między  $i$  a  $j$ .

Należy zwrócić uwagę, że wielkość  $k[P_i P_j/P]$  może być także interpretowana jako iloczyn prawdopodobieństwa zdarzeń niezależnych tj.  $P_i/P \cdot P_j/P = P_i \cdot P_j/P^2$  gdyż, przy  $k=T/P$  zachodzi równoważność  $T/P [P_i P_j/P] \equiv T[P_i P_j]/P^2$ .

Określenie wielkości  $T_{ij}$  stanowi punkt wyjścia dla drugiego empirycznego etapu budowy modelu. Uzyskanie na podstawie obserwacji rzeczywistych wielkości wzajemnego oddziaływania np. przejazdów z  $i$  do  $j$  określonych jako wielkość ( $I_{ij}$ ) pozwala obliczyć stosunek  $I_{ij}/T_{ij}$ . Obliczenie tego stosunku oraz odległości między  $i$  a  $j$  tj. ( $d_{ij}$ ) pozwala z kolei na przedstawienie zależności między  $I_{ij}/T_{ij}$  a  $d_{ij}$  na wykresie rozrzutu punktów, gdzie każdy punkt może być uważany za realizację dwuwymiarowej zmiennej, oraz na estymację właściwej postaci funkcji realizującej tę zależność. W. Isard opierając się na ustalonej przez J. D. Carrola i H. W. Bevisa zależności między odległością a stosunkiem faktycznych wielkości przejazdów osób do oczekiwanych (w skali podwójnie logarytmicznej) przyjął jako właściwą postać tej zależności funkcję liniową ( $\log y = a - b \log x$ ) tj.<sup>86</sup>

$$(26) \quad \log \frac{I_{ij}}{T_{ij}} = a - b \log d_{ij}.$$

Usuwaając logarytmy z równania (26) i oznaczając antylogarytm  $a$  przez  $c$  uzyskuje się:

$$(27) \quad \frac{I_{ij}}{T_{ij}} = \frac{C}{d_{ij}^b} \quad \text{lub} \quad I_{ij} = \frac{c T_{ij}}{d_{ij}^b}.$$

Przez podstawienie w równaniu (27) wartości  $T_{ij}$  z równania (25) i wprowadzenie wartości stałej  $G = ck/P$ , gdzie  $c$ ,  $k$  i  $P$  to są wielkości uprzednio określone, otrzymuje się:

$$(28) \quad I_{ij} = G \frac{P_i P_j}{d_{ij}^b}.$$

Postać tego równania jest analogiczna do pojęcia siły lub energii demograficznej J. Q. Stewarta, gdzie zamiast  $d^{-1}$  lub  $d^{-2}$  przyjmuje się empirycznie określony wykładnik potęgowy odległości tj.  $d^{-b}$ . Zależność reprezentowana przez wzór (28) może być traktowana jako podstawowe sformułowanie modelu grawitacji oparte o przesłanki probabilistyczne i empiryczne.

Na probabilistyczne podstawy modelu grawitacji jako założenia w badaniu wzajemnego oddziaływania zwrócił uwagę W. L. Garrison<sup>87</sup>. Prawdopodobieństwo wzajemnego oddziaływania będzie się zmniejszało według W. L. Garrisona wraz ze wzrostem odległości między populacjami; prawdopodobieństwo to jest niezależne od wielkości poszczególnych par populacji. Zmniejszanie się wzajemnego oddziaływania zdarzeń wraz z odległością jest wynikiem zmniejszania się prawdopodobieństwa losowego rozkładu zdarzeń wraz z odległością. Konstrukcja modelu staje się operatywna przez empiryczne dopasowanie danych do modelu oraz obliczenie prawdopodobieństw wzajemnego oddziaływania.

<sup>86</sup> Por. J. D. Carroll, H. W. Bevis (1957) ss. 191–194.

<sup>87</sup> W. L. Garrison (1956 a) s. 286.

Jeżeli konstrukcja hipotezy wzajemnego oddziaływania jest modelem zdarzeń losowych, to nasuwa się pytanie o rodzaj sprawdzanej hipotezy, gdy dopasowuje się dane do modelu. Słabe dopasowanie nakazuje odrzucić hipotezę, że badane zdarzenia mają charakter losowy; właściwe dopasowanie do modelu stwarza natomiast trudność interpretacji ze względu na brak ustalonego prawdopodobieństwa *a priori*.

Z równania (28) możliwe jest również wyprowadzenie zależności analogicznej do pojęcia potencjału ludności J. Q. Stewarta tj. modelu potencjału. Zakładając, że chodzi o określenie wzajemnego oddziaływania między jednym regionem (*i*) a wszystkimi pozostałymi regionami danego obszaru (1, 2, 3, ..., *n*) można tego dokonać sumując poszczególne wielkości wzajemnego oddziaływania między regionem *i* a wszystkimi pozostałymi regionami tego obszaru tj.<sup>88</sup>:

$$(29) \quad I_{i1} + I_{i2} + \dots + I_{ij} + \dots + I_{in} = G \frac{P_i P_1}{d_{i1}^b} + G \frac{P_i P_2}{d_{i2}^b} + \dots + G \frac{P_i P_j}{d_{ij}^b} + \dots + G \frac{P_i P_n}{d_{in}^b}$$

lub

$$(29a) \quad \sum_{j=1}^n I_{ij} = G \sum_{j=1}^n \frac{P_i P_j}{d_{ij}^b}.$$

Po wyniesieniu  $P_i$  przed znak sumowania i podzieleniu obu stron równania (29a) przez  $P_i$  uzyskuje się:

$$(29b) \quad \frac{\sum_{j=1}^n I_{ij}}{P_i} = G \sum_{j=1}^n \frac{P_j}{d_{ij}^b}.$$

Przyjmując *ex definitione*, że  $\sum_{j=1}^n I_{ij}/P_i = {}_iV$ , otrzymuje się na podstawie równania (29b):

$$(30) \quad {}_iV = G \sum_{j=1}^n \frac{P_j}{d_{ij}^b}$$

gdzie

${}_iV$  stanowi wielkość potencjału ludności tj. wyraża całkowite wzajemne oddziaływanie ludności regionu *i* z wszystkimi obszarami na jednego mieszkańca i może być traktowane jako sformułowanie modelu potencjału.

Odmienny sposób sformułowania modelu potencjału przedstawia M. Beckmann, opierając sformułowanie modelu na analizie warunków równowagi rozmieszczenia ludności w przestrzeni<sup>89</sup>. Przestrzenne warunki równowagi rozmieszczenia ludności wyprowadza M. J. Beckmann z przestrzennego rozkładu stopy reprodukcji ludności netto oraz relacji między przepływem migracji a gradientami gęstości ludności oraz atrakcyjności lokalizacyjnej. Wielkość potencjału ludności w trójwymiarowej przestrzeni reprezentuje równanie:

$$(31) \quad P[u, v, w] = \frac{1}{4\pi} \iiint \frac{p[U, V, W]}{r[u, v, w; U, V, W]} dU dV dW$$

<sup>88</sup> W. Isard (1960) s. 498.

<sup>89</sup> J. Beckmann (1947).

gdzie

- $P$  = potencjał ludności;
- $u, v, w$  = współrzędne rozmieszczenia ludności;
- $p$  = gęstość ludności;
- $r$  = odległość.

## 6. MODEL „POŚREDNICH MOŻLIWOŚCI” S.A. Stouffera A MODELE GRAWITACJI I POTENCJAŁU

Do koncepcji, które przyczyniły się do rozwoju modeli grawitacji i potencjału, należy zaliczyć model „pośrednich możliwości” S. A. Stouffera<sup>90</sup>. Model ten wykazuje pewne podobieństwo do modeli grawitacji i potencjału, ale ma też konkurencyjny charakter w stosunku do nich. Stanowi według S. A. Stouffera hipotezę wyjaśniającą przestrzenne rozmieszczenie ruchów migracyjnych.

S. A. Stouffer formułuje go następująco: „liczba osób przenoszących się na daną odległość jest wprost proporcjonalna do liczby „możliwości” w tej odległości, a odwrotnie proporcjonalna do liczby „możliwości pośrednich”<sup>91</sup>.

Formułuje go też inaczej stwierdzając, że liczba osób przenoszących się na daną odległość jest wprost proporcjonalna do procentowego wzrostu „możliwości” w tej odległości. Matematycznie wyraża go jako:

$$(32) \quad \frac{\Delta y}{\Delta s} = \frac{a \Delta x}{x \Delta s}$$

gdzie

$\Delta y$  = liczba osób przenoszących się z miejsca pochodzenia do pierścienia o grubości  $\Delta s$ , przy czym odległość (*s*) może być mierzona w jednostkach przestrzeni, czasu lub kosztu;

$x$  = liczba pośrednich możliwości tj. skumulowanych między miejscem pochodzenia a przeznaczenia w odległości  $\Delta s$ ;

$\Delta x$  = liczba możliwości pierścienia o grubości  $\Delta s$ ;

$a$  = stała.

S. A. Stouffer neguje istnienie bezpośredniego związku między mobilnością ludzi a odległością i zastępuje go związkiem między odległością a „możliwościami”. W istocie rzeczy związek między mobilnością a odległością zależy w ujęciu S. A. Stouffera od dodatkowej zależności, która wyraża skumulowanie (pośrednie) możliwości jako funkcję odległości.

Pojęcie możliwości S. A. Stouffer relatywizuje do typu badanej sytuacji społecznej, jakiej ono dotyczy, stąd też wprowadza definicję operacyjną tego pojęcia w ramach określonego pola badawczego. W badaniach migracji S. A. Stouffer określa „możliwość” przez liczbę imigrantów. Właściwszą miarą „możliwości” w zakresie migracji metropolitalnych

<sup>90</sup> S. A. Stouffer (1940).

<sup>91</sup> S. A. Stouffer (1940) s. 71.



byłaby według S. A. Stouffera np. ilość wolnych mieszkań, ale brak jest w tym zakresie odpowiednich danych statystycznych.

Weryfikację modelu S. A. Stouffer przeprowadził przez porównanie wielkości wyliczonych z wzoru (równanie 32) z zaobserwowanymi, na podstawie analizy danych dotyczących zmiany miejsca zamieszkania ludności w Cleveland, Ohio (USA) w latach 1933–1935. Częściowy brak zgodności między wielkościami oczekiwanymi i wyliczonymi wyjaśnia S. A. Stouffer niemożnością uwzględnienia w założeniach kierunku ruchu oraz podziału etnicznego ludności. Podkreśla jednak, że niezależnie od numerycznej adekwatności hipotezy, jej ogólna idea może być użyteczna jako podstawowa zasada dla wyjaśnienia tendencji zmian pewnych typów przestrzennej struktury ludności. W późniejszej pracy S. A. Stouffer, jak się wydaje pod wpływem badań innych autorów, które tylko częściowo potwierdziły założenia, dokonał ich rewizji przez wprowadzenie pojęcia „współzawodniczących migrantów”<sup>92</sup>. Wielkość „współzawodniczących migrantów” określił S. A. Stouffer jako „całkowitą liczbę osób migrujących z miast bliżej położonych do y niż migrantów w x”<sup>93</sup>. Po ponownym sprawdzeniu modelu S. A. Stouffer konkluduje, że pojęcia „współzawodniczących migrantów” spowodowało wzrost stopnia predykcji modelu.

Model S. A. Stouffera był przedmiotem weryfikacji w pracach M. Bright i D. S. Thomas, E. C. Isbell, F. L. Strodbecka oraz T. R. Andersona.

M. Bright i D. S. Thomas w wyniku badań nad migracjami międzystanowymi w USA opartych na materiale spisu ludności z 1930 r. stwierdziły, że dość ściśle odpowiadają one hipotezie „pośrednich możliwości”<sup>94</sup>. Podobnie badania E. C. Isbell dotyczące migracji w Szwecji w latach 1921–1930 potwierdziły częściowo model S. A. Stouffera<sup>95</sup>.

Na szczególne omówienie zasługują badania oraz analiza i ocena modelu S. A. Stouffera przeprowadzone przez F. L. Strodbecka<sup>96</sup>. Podobnie jak M. Bright i D. S. Thomas, określenie możliwości opiera F. L. Strodbeck na założeniu, że liczba osób mieszkających w danym mieście a urodzonych poza stanem tego miasta jest proporcjonalna do liczby możliwości, które to miasto dostarcza w okresie badania migracji<sup>97</sup>. Jako podstawowy wzór do sprawdzenia przyjmuje:

$$(33) \quad y = k \frac{\Delta x}{x}$$

gdzie

$y$  = oczekiwana liczba migrantów;  
 $k$  = stała;

<sup>92</sup> S. A. Stouffer (1960).

<sup>93</sup> S. A. Stouffer (1960) s. 7.

<sup>94</sup> M. Bright, D. S. Thomas (1941) ss. 773–783.

<sup>95</sup> E. C. Isbell (1944) ss. 627–639.

<sup>96</sup> F. L. Strodbeck (1949, 1950).

<sup>97</sup> F. L. Strodbeck (1949) s. 492. Dla sprawdzenia modelu S. A. Stouffera ustala F. L. Strodbeck (1949) na podstawie spisu ludności z 1930 r., liczbę osób urodzonych w Kentucky a zamieszkających w miastach o 50 tys. i więcej mieszkańców w obrębie 650 mil od Kentucky grupując je w postaci 25 milowych przedziałów tworzących pierścienie wokół Kentucky.

$\Delta x$  = liczba „możliwości” w miastach w danym przedziale odległości (pierścieniu) wielkość ta jest proporcjonalna do liczby osób mieszkających w miastach powyżej 50 tys. mieszkańców w danym pierścieniu, którzy urodzili się poza stanem ich obecnego zamieszkania;

$x$  = liczba „pośrednich możliwości” na obszarze od miejsca pochodzenia – Kentucky – do połowy grubości danego pierścienia<sup>98</sup>.

F. L. Strodbeck przeprowadza również na podstawie materiału statystycznego dotyczącego migracji z Kentucky porównania modelu S. A. Stouffera (równanie 33) z następującymi modelami typu modelu grawitacji:

$$(34) \quad Y = k \frac{1}{D}$$

$$(35) \quad Y = k \frac{P}{D}$$

gdzie

$D$  = odległość z miejsca pochodzenia – Kentucky – do środka pierścienia;

$P$  = ludność miast powyżej 50 tys. mieszkańców w każdym pierścieniu<sup>99</sup>.

Porównując liczbę migrantów wyliczoną z wzorów (33), (34) i (35) z wielkościami zaobserwowanymi, F. L. Strodbeck określa odpowiednie współczynniki korelacji rang, które wynoszą 0,91 dla wzoru (33), 0,40 dla wzoru (34) oraz 0,87 dla wzoru (35) i na tej podstawie stwierdza wyższość hipotez wyrażonych we wzorach (33) i (35) nad wzorem (34). F. L. Strodbeck stwierdza, że żadna z tych hipotez nie uzyskała w pełni zadowalającego potwierdzenia<sup>100</sup>.

Porównanie hipotezy S. A. Stouffera z hipotezą G. K. Zipfa przeprowadził T. R. Anderson na podstawie danych dotyczących migracji w latach 1935–1940 na obszarze USA z każdego z 54 subregionów metropolitalnych do najbliższych subregionów metropolitalnych na obszarze północno-wschodniego i północno-centralnego regionu<sup>101</sup>.

<sup>98</sup> F. L. Strodbeck (1949) ss. 493–494, dokonuje modyfikacji równania (33) w postaci równych przedziałów „możliwości”.

<sup>99</sup> F. L. Strodbeck (1950) ss. 123–130.

<sup>100</sup> Analiza modeli wyrażonych wzorami (33), (34) i (35) pozwala stwierdzić, że wzór (34) da się sprowadzić do sformułowania D. J. Ravensteina, a wzór (35) do wzoru na energię demograficzną J. Q. Stewarta. Można to wykazać przyjmując, że w ujęciu F. L. Strodbecka źródło migracji jest stałe ( $P_i$ ) i pomija się je we wzorze. Jeśli więc wprowadzi się tę stałą do wzoru tak, że  $k = GP_i$  i zastąpi wielkości  $\Delta x = x_j$ ,  $P = P_j$  to otrzymujemy jako odpowiedniki:

$$\text{wzoru (34)} \quad y_{ij} = G \frac{P_i}{D_{ij}}$$

$$\text{wzoru (35)} \quad y_{ij} = G \frac{P_i P_j}{D_{ij}}$$

$$\text{wzoru (33)} \quad y_{ij} = G \frac{P_i x_j}{x}$$

Por. W. Isard (1960) s. 540.

<sup>101</sup> T. R. Anderson (1955) ss. 281–297.

T. R. Anderson wykazuje, że różnica między sformułowaniem G. K. Zipfa i S. A. Stouffera sprowadza się do odmiennej interpretacji wielkości  $X$  i  $Y$  we wzorze:

$$(36) \quad m = \frac{aX}{Y}$$

gdzie

$m$  = wielkość migracji;

$X, Y$  = zmienne migracji;

$a$  = stała proporcjonalności.

Jako zmienną  $X$  G. K. Zipf przyjmuje wielkość zaludnienia danego obszaru, a S. A. Stouffer wielkości możliwości określonych na podstawie liczby imigrantów;  $Y$  jest pewną funkcją odległości, która stanowi u G. K. Zipfa najkrótszą odległość transportową, a u S. A. Stouffera liczbę możliwości pośrednich.

Porównanie przeprowadzone przez T. R. Andersona dotyczy alternatyw trzech wielkości: 1) różnego sposobu pomiaru odległości tj. najkrótszej odległości transportowej lub liczby imigrantów; 2) różnego sposobu ważenia wielkości regionów imigracji tj. ogólnej liczby ludności lub liczby imigrantów; 3) różnych funkcji potęgowych odległości tj.  $D^{-1}$ ,  $D^{-2}$ ,  $D^{-2/3}$ .<sup>102</sup> Alternatywy te zostały ujęte w postaci trzech grup testów po dwa wzory:

$$(36a) \quad \frac{P}{D} \quad \text{i} \quad \frac{P}{D^2}$$

$$(36b) \quad \frac{M}{D} \quad \text{i} \quad \frac{M}{D^2}$$

$$(36c) \quad \frac{M}{IM} \quad \text{i} \quad \frac{M}{IM^{2/3}}$$

gdzie

$M$  = liczba imigrantów do danego subregionu;

$P$  = wielkość zaludnienia subregionu przybycia;

$D$  = odległość drogowa między subregionami pochodzenia i przybycia;

$IM$  = liczba pośrednich imigrantów.

Posługując się nieparametrycznym testem statystycznym, T. R. Anderson ustalił stopień ścisłości między wielkościami oczekiwanymi a obserwowanymi migrantów. Testy te wykazują, że 1) liczba „pośrednich możliwości” nie stanowi ściślejszej miary aniżeli odległość drogowa; 2) wielkość zaludnienia winna być korygowana stopniem braku zatrudnienia, co idzie po linii koncepcji „możliwości”; 3) granice stanów działają jako czynniki wstrzymujące, co redukuje ścisłość hipotezy G. K. Zipfa; 4) zarówno wielkość zaludnienia jak i odległość mogą być podniesione do innej potęgi niż 1, przy czym odległość prawdopodobnie winna być podnoszona do zmiennej potęgi.

Analizując poglądy S. A. Stouffera, T. R. Anderson zwrócił też uwagę na to, że określenie pojęcia „możliwości” prowadzi do błędnego koła. Błąd ten w rozumowaniu

<sup>102</sup> Por. F. C. Iklé (1955) s. 713.

S. A. Stouffera polega na tym, że przewidywany strumień migracji stanowi część ogólnej liczby migracji, która z kolei jest podstawą określenia „możliwości”<sup>103</sup>.

Hipoteza S. A. Stouffera znalazła także zastosowanie przykładowe w badaniach nad migracjami w Szwecji T. Hägerstranda<sup>104</sup>. T. Hägerstrand posługując się procedurą testową T. R. Andersona uzyskuje podobne wyniki i zgadza się z jego wnioskiem co do oceny wartości poznawczej hipotezy<sup>105</sup>.

Należy podkreślić, że zasadnicza różnica, jaka zachodzi między hipotezą S. A. Stouffera a modelem grawitacji (jak to jest widoczne na podstawie analizy T. R. Andersona), sprowadza się do zastąpienia pojęcia odległości pojęciem „pośrednich możliwości”. W. Isard zwraca jednak uwagę, że to ostatnie pojęcie może być traktowane jako alternatywny miernik odległości ( $x = d_{ij}$ ), który proponuje nazwać „odległością społeczną”<sup>106</sup>. W takim ujęciu model S. A. Stouffera staje się konkretyzacją bardziej ogólnego modelu grawitacji.

Krytyczne omówienie hipotez G. K. Zipfa i S. A. Stouffera zawarte jest też w analizie migracji jako funkcji zaludnienia i odległości C. T. Stewarta Jr.<sup>107</sup>. Według C. T. Stewarta Jr. pomiar „możliwości” jako wcześniejszych migracji w modelu S. A. Stouffera wymaga redukcji *ad infinitum* do poprzedniej liczby migrantów; gdy zaś liczba „możliwości” jest proporcjonalna do liczby ludności równomiernie rozmieszczonej w przestrzeni, to sprowadza się ona do hipotezy  $P/D$  G. K. Zipfa.

C. T. Stewart Jr. twierdzi też, że częściowe dane empiryczne nie popierają hipotezy, że migracje są wprost proporcjonalne do liczby ludności miasta przybycia, ani też, że są odwrotnie proporcjonalne do odległości migracji. Badania empiryczne dowodzą, że wykładnik odległości powinien być większy niż jeden. Wykorzystując formułę Huxleya o allometrycznym wzroście organizmów wykazuje też, że wykładnik potęgowy  $P$  powinien być również większy niż jeden.

<sup>103</sup> T. R. Anderson (1955) s. 289.

<sup>104</sup> T. Hägerstrand (1957) ss. 119–126.

<sup>105</sup> Koncepcja „pośrednich możliwości” znalazła także zastosowanie jako czynnik wyjaśniający międzyregionalne przepływy towarowe w analizie E. L. Ullmana (1957).

<sup>106</sup> W. Isard (1960) ss. 541–543.

<sup>107</sup> C. T. Stewart Jr. (1960).

## POSTAĆ I SYTUACJA PROBLEMOWA MODELI GRAWITACJI I POTENCJAŁU

### 1. OGÓLNA POSTAĆ MODELI GRAWITACJI I POTENCJAŁU

Jak wynika z przedstawionego powyżej przeglądu założenia wyrażone w postaci wzorów podobnych lub zbliżonych do siły lub energii grawitacyjnej (model grawitacji) oraz potencjału grawitacyjnego (model potencjału) stanowią modele dla badania wzajemnego oddziaływania zespołów ludzkich w ujęciu przestrzennym. Modele te upraszczają całą złożoność wzajemnego oddziaływania i ogólnie biorąc ujmują wzajemne oddziaływanie jako funkcje masy (populacji) i odległości.

Taką ogólną postać modelu grawitacji lub ściślej grawitacyjnego modelu wzajemnego oddziaływania można sformułować następująco:

$$(37) \quad I_{ij} = k \frac{f(M_i, M_j)}{f(d_{ij})}$$

gdzie

$I_{ij}$  = wielkość wzajemnego oddziaływania, jaka zachodzi między ośrodkami lub obszarami  $i$  oraz  $j$ ;

$M_i, M_j$  = wielkość masy (populacji) ośrodków lub obszarów  $i$  oraz  $j$ ;

$d_{ij}$  = odległość między  $i$  a  $j$ ;

$k$  = stała.

Sformułowanie powyższe stwierdza, że wzajemne oddziaływanie między dwoma ośrodkami lub obszarami o określonej wielkości masy zmienia się wprost proporcjonalnie do pewnej funkcji masy tych ośrodków, a odwrotnie do pewnej funkcji odległości między nimi.

Podobnie ogólną postać modelu potencjału można przedstawić jako:

$$(38) \quad V_i = k \sum_{j=1}^n \frac{f(M_j)}{f(d_{ij})}$$

\* Model potencjału stwierdza, że całkowita wielkość potencjału wzajemnego oddziaływania w danym ośrodku lub obszarze jest pewną funkcją masy poszczególnych ośrodków lub obszarów rozpatrywanego układu oraz funkcją odległości między danym ośrodkiem lub obszarem a pozostałymi.

Równania reprezentujące oba modele przedstawiają relacje między zmienną zależną, którą stanowi aktualne lub potencjalne wzajemne oddziaływanie, a zmiennymi objaśnia-

jącymi tj. masą i odległością. Jak wykazuje historia rozwoju koncepcji tych modeli zarówno interpretacja masy i odległości jak i postaci ich funkcji może być różnorodna. Istniejące różnice dadzą się sprowadzić do dwóch zasadniczych stanowisk w sprawie określenia postaci funkcji modeli:

- 1) postaci analogicznej do pojęcia energii i potencjału grawitacyjnego,
- 2) postaci zmodyfikowanej i zinterpretowanej empirycznie-statystycznie.

### 2. SFORMUŁOWANIE MODELI W POSTACI ANALOGICZNEJ DO POJĘCIA ENERGII I POTENCJAŁU GRAWITACYJNEGO

Sformułowanie modeli grawitacji i potencjału przez J. Q. Stewarta i W. Warntza jako założenia w badaniu związków przestrzenno-ekonomicznych w ujęciu analogicznym do pojęcia energii i potencjału grawitacyjnego określa postać funkcji zmiennych i ich parametrów *a priori* nadając im charakter deterministyczny, a więc jako relacji wolnej od wahań przypadkowych. Podstawowy argument za takim ujęciem sprowadza się do twierdzenia, że „...przestrzeń i czas są rozpoznawane nie jako koszt wewnętrznego oporu, lecz jako wymiary systemu ekonomicznego i stąd winny być traktowane izomorficznie w stosunku do układu fizyki matematycznej”<sup>108</sup>. Należy w związku z tym zwrócić uwagę na to, że pewne wielkości takie jak masa, odległość i czas są przyjmowane w fizyce matematycznej jako wymiary elementarne i na zasadzie stałości stosunku stanowią podstawę określenia wymiarów wtórnych, takich jak siła, energia, praca itp.<sup>109</sup>.

Taka koncepcja pojmowania postaci modelu grawitacji i potencjału opiera się na założeniu istnienia izomorfizmu między własnościami wymiarowymi wielkości elementarnych – masy i odległości – w systemie fizycznym i społeczno-ekonomicznym, co jest podstawą dla ustalenia analogicznych wielkości wtórnych typu energii i potencjału grawitacyjnego.

J. Q. Stewart i W. Warntz założenie to konsekwentnie przyjmują, jednak jedynie w stosunku do „wymiaru” odległości. Odległość pełni według nich tę samą rolę w systemie społeczno-ekonomicznym, co w systemie fizycznym, gdyż stanowi rzeczywisty wymiar tego systemu, a funkcja odległości nie może być zależna od przystosowanego do obserwacji parametru<sup>110</sup>. W odniesieniu do „wymiaru” masy reprezentowanej przez liczbę ludności dopuszczają możliwość ważenia jej przez „wagi molekularne” interpretowane jako wielkość „masy społecznej na głowę”<sup>111</sup>. Należy zauważyć, że wprowadzenie wag masy jest nie-

<sup>108</sup> W. Warntz (1957 a), s. 128.

<sup>109</sup> Por. W. Bridgman (1930) oraz E. B. Wilson (1964) s. 480 i dalsze.

<sup>110</sup> Por. J. Q. Stewart (1958 c) s. 153; J. Q. Stewart, W. Warntz (1958 b) s. 116; W. Warntz (1964) s. 174.

<sup>111</sup> J. Q. Stewart (1958 a) s. 34 i 56 oraz J. Q. Stewart i W. Warntz s. 172. W badaniach nad wielkością potencjału demograficznego J. Q. Stewart określa wagi masy jako wielkości przystosowane do obserwacji. Oblicza je w postaci stosunku wielkości energii demograficznej danego obszaru do wielkości dochodu społecznego tego obszaru. Interpretuje je także jako wielkości dochodu społecznego na głowę.



konsekwencją w stosunku do założeń wymiarowych. Wynika to z większej złożoności wymiarów podstawowych w odniesieniu do wielkości społeczno-ekonomicznych niż fizycznych. I tak, jeżeli przyjmuje się określenie masy jako liczby ludności ważonej przez dochód na głowę, to mamy do czynienia z dwoma wielkościami, z których tylko pierwsza (liczba ludności) jest elementarna, a druga (dochód) ma wymiar złożony analogiczny do prędkości lub strumienia<sup>112</sup>. Niekonsekwencja ta, jak się wydaje jest trudna do uniknięcia. Aby bowiem pojęcie masy jako liczby ludności mogło wyrazić rzeczywiste własności zjawisk społeczno-ekonomicznych konieczne jest w pewnych przypadkach zróżnicowanie masy przez właściwe jej ważenie<sup>113</sup>.

W ujęciu takim modele grawitacji i potencjału przedstawione ogólnie jako równania (37) i (38) przybierają postać analogiczną do pojęcia energii i potencjału grawitacyjnego tj.:

$$(39) \quad I_{ij} = k \frac{[W_i M_i][W_j M_j]}{d_{ij}}$$

$$(40) \quad V_i = k \sum_{j=1}^n \frac{W_j M_j}{d_{ij}}$$

gdzie

$W_i, W_j$  = wagi.

W zasadzie więc w powyższym sformułowaniu izomorfizm wymiarów odnosi się do wymiaru odległości. Funkcja odległości  $f(d) = d^{-1}$  jest analogiczna jak we wzorach fizycznych. Nasuwa to pytanie czy analogia ta jest uzasadniona lub czy odległość pełni tę samą rolę w systemie społeczno-ekonomicznym, co w fizycznym.

Pojęcie odległości w badaniach przestrzenno-ekonomicznych da się ograniczyć tylko do odległości fizycznej.

Odległość ta może być mierzona trojako: 1) jako odległość fizyczna, 2) czas przejazdu i przewoźu lub koszt, lub też koszt energii zużytej w procesie transportu, 3) wielkość pośrednich możliwości jako miernik odległości społecznej.

Odległość fizyczna odnosi się do pomiaru linii łączącej dwa punkty. Znajduje się ją mierząc prostą łączącą punkty. Biegnie ona po linii największego koła jakie można wykreślić na powierzchni Ziemi przez dwa punkty (ortodroma)<sup>114</sup>. Pomiar tej odległości na mapie wykazuje pewne niedokładności zależne od typu odwzorowania.

Odległości mierzone czasem przejazdu, kosztem przejazdu lub kosztem zużytej energii w procesie transportu stanowią odległości czasowe i ekonomiczne.

<sup>112</sup> Przyjmując wprowadzone przez H. Dunajewskiego (1964) ss. 733–779, aksjomaty algebry wymiarów oraz trzy wymiary podstawowe (volumen fizyczny, pracę i czas) można stwierdzić, że inwestycje spożycie i dochód mają wymiary złożone, analogiczne do pojęcia prędkości tj. mają wymiar strumienia. Na rolę analizy wymiarowej w badaniach ekonomicznych zwraca uwagę O. Lange (1961) ss. 20–21. O. Lange stwierdza tamże, że „zainteresowanie we właściwym wymiarze badanych wielkości ekonomicznych ma duże znaczenie, gdyż pozwala uniknąć wiele nieporozumień”.

<sup>113</sup> W różnych badaniach stosujących model grawitacji i potencjału zmienna masy jest reprezentowana przez takie wielkości jak liczba rodzin, zatrudnionych i uczniów, wielkość dochodu regionalnego, wartość inwestycji, produktów rolnych, sprzedaży w sklepach detalicznych i hurtowych, wartość produkcji przemysłowej, liczby samochodów, traktorów, łóżek szpitalnych i nakładu gazet.

<sup>114</sup> Por. W. Krzyżanowski (1957) s. 288 oraz W. Bunge (1962) s. 171.

Odległości czasowe są zależne od szybkości ruchu w przestrzeni, a więc w przestrzeni ekonomicznej są zależne od rodzaju transportu, przy czym wraz z wzrostem szybkości maleje odległość czasowa. Zwiększenie szybkości ruchu różnych środków transportu, wynikające z postępu technicznego, skraca odległość czasową nadając przestrzeni ekonomicznej odmienne własności metryczne aniżeli przestrzeni fizycznej. Odległości czasowe określa się wymiarem czasu ( $T$ ).

Odległości ekonomiczne mierzy się przy pomocy wysiłku, a więc pracy potrzebnej do pokonania oporu na pewnej drodze i określa wartościowo jako koszty transportu lub cenę. Podobnie jak i w przypadku odległości czasowych postęp techniczny powoduje zmniejszenie się kosztów jednostkowych różnych rodzajów transportu, co również nadaje przestrzeni ekonomicznej różne własności metryczne.

Odległości te mają wymiar pracy ( $ML^2T^{-2}$ ).

Odległości określane na podstawie wielkości typu „możliwości pośrednich” można określić jako odległości społeczne. Ten typ odległości bliżej niezdefiniowany określa się przez wielkość pewnych zjawisk społecznych w przestrzeni ekonomicznej np. ilość wolnych miejsc pracy, natężenie rozmów telefonicznych, ilość sprzedanych gazet<sup>115</sup>.

Należy podkreślić, że w związku z badaniami przestrzenno-ekonomicznymi utwierdza się przekonanie, że odległości czasowe i ekonomiczne są odpowiedniejszymi miarami odległości niż odległości fizyczne<sup>116</sup>.

W związku z różnymi typami odległości w badaniach przestrzenno-ekonomicznych powstaje zagadnienie ich własności metrycznych.

Na podstawie twierdzeń dotyczących własności przestrzeni metrycznej można stwierdzić, że odległość  $d(a, b)$  posiada te same własności, co abstrakcyjne przestrzenie metryczne, przy czym każdej parze elementów  $(a, b, c, \dots)$  danego zbioru odpowiada jedyna liczba rzeczywista  $d(a, b)$  stanowiąca odległości z  $a$  do  $b$  zgodnie z następującymi postulatami<sup>117</sup>:

- (I) jeżeli  $a=b$ , to  $d(a, b)=0$
- (II) „  $a \neq b$ , to  $d(a, b)>0$
- (III) „  $d(a, b)=d(b, a)$
- (IV) „  $d(a, b)+d(b, c) \geq d(a, c)$ .

Jak wynika z powyższych postulatów pojęcia odległości w przestrzeni metrycznej są określane: a) nieujemnie (postulat I i II); b) symetrycznie (postulat III); c) spełniają postulat nierówności trójkąta (postulat IV). Przestrzenie, które nie spełniają postulatu III, nazywa się semimetrycznymi.

Nasuwa się z/kolei pytanie, czy odległość czasowa, ekonomiczna lub społeczna spełniają te postulaty. Pozwala to określić własności metryczne przestrzeni ekonomicznej.

Postulat pierwszy i drugi nie jest spełniony przez odległości mierzone wielkością sprzedaży gazet oraz odległości ekonomiczne typu kosztu transportu, gdy włącza się w nie koszty stacyjne.

Postulat trzeci jest rzadko spełniany przez odległości czasowe i ekonomiczne; odległości

<sup>115</sup> Por. J. W. Watson (1955) ss. 1–12 oraz W. Isard (1960) s. 542. Por. również W. Tobler (1961) s. 118.

<sup>116</sup> Por. W. Krzyżanowski (1957) s. 299.

<sup>117</sup> L. M. Blumenthal (1953) ss. 7–16 i 332 oraz W. Tobler (1961) ss. 119–120.

mierzone czasem lub kosztem zwykle nie są symetryczne. Jest to wynikiem odmiennego wpływu środowiska geograficznego na czas i koszt przewozu. Najprostszym przykładem może tu być czas przejazdu z góry i pod górę.

Postulat czwarty również nie jest spełniany w pewnych przypadkach odległości czasowych i ekonomicznych; może to zachodzić wówczas, gdy nie wzrastają one ściśle monotonicznie. Jednakże gdy zachodzi  $d(a, b) + d(b, c) < d(a, c)$ , to wybiera się drogę z  $a$  do  $c$  przez  $b$ .

Funkcja odległości  $d(a, b)$  może przybierać w przestrzeni metrycznej różne formy: w geometrii euklidesowej postać  $ds^2 = dx^2 + dy^2$ ; w geometrii sferycznej  $ds^2 = R^2 dp^2 + R^2 \sin^2 p d\lambda^2$ .

Zasadnicza trudność powstaje, gdy chodzi o określenie warunków, ze względu na które odpowiednia przestrzeń ekonomiczna może być traktowana jako przestrzeń metryczna lub semimetryczna. Stąd też, gdy założenie o metryczności przestrzeni ekonomicznej wydaje się być nierealistyczne można bądź stwierdzić, który zbiór postulatów jest spełniony, bądź też ustalić warunki matematyczne, które określą odchylenie od przestrzeni metrycznej<sup>118</sup>.

Analiza ta wykazuje, że odległość w systemie społeczno-ekonomicznym posiada różne wymiary i różne własności metryczne. Prowadzi to do przekonania, że argumenty dotyczące odpowiedniości wymiaru nie są uzasadnione i nie mogą stanowić podstawy dla przyjęcia ścisłej analogii.

Odmienność własności przestrzeni fizycznej i ekonomicznej oraz większa złożoność wymiarów tej ostatniej oraz odmienna metryczność w pewnych warunkach prowadzi do wniosku, że postać modelu grawitacji i potencjału wynikająca z analogii wymaga modyfikacji i właściwej interpretacji empirycznej postaci funkcji opartej o odpowiednie założenie problemowe<sup>119</sup>.

### 3. EMPIRYCZNA INTERPRETACJA MODELI GRAWITACJI I POTENCJAŁU I ICH MODYFIKACJA

Sformułowanie modeli grawitacji i potencjału jako założeń dla badania wzajemnego oddziaływania w oparciu o przesłanki probabilistyczne oraz różne ich konkretyzacje

<sup>118</sup> W. Tobler (1961) s. 121.

<sup>119</sup> Rozpatrzenie własności przestrzennego ujmowania zjawisk społeczno-ekonomicznych prowadzi do przekonania, że są one odmienne od własności przestrzennego ujmowania zjawisk fizycznych. Uogólniając własności przestrzennego ujmowania zjawisk społeczno-ekonomicznych w pojęciu przestrzeni ekonomicznej należy przyjąć, że idąc za określeniem pojęcia przestrzeni A. Einsteina stanowi ona własność pozycyjną świata obiektów materialnych określonego typu (Por. M. Jammer, — (1960) s. 14). Najbardziej ogólne własności tak pojmowanej przestrzeni ekonomicznej wynikają ze specyficznych własności i jakości świata społecznego. Jako własności takie należy wymienić: niejednorodność i nieciągłość, ograniczoność i w pewnych warunkach anizotropię. (Por. K. Dziewoński (1961) s. 599; M. Sorre (1957) ss. 87—114) oraz R. Domański (1965). Według M. Jammera (1960) s. 5, współczesna fizyka traktuje natomiast przestrzeń jako jednorodną, ciągłą, nieograniczoną i izotropową. Por. również E. Whittaker (1947) vol. II, s. 144 i dalsze. Według F. Perroux (1950) przyjęcie przestrzeni geonomicznej w badaniach ekonomicznych prowadzi do sprymityzowania analizy przestrzennej. F. Perroux traktuje ją jako przestrzeń „banalną”.

i zastosowania doprowadziły do modyfikacji pierwotnej postaci modeli analogicznej do pojęć grawitacyjnych i nadania im interpretacji empiryczno-statystycznej. Mimo że badania konkretyzujące modele grawitacji i potencjału lub dotyczące ich zastosowania nie opierały się na jednolitej postaci, to jednak dzięki zawartych w nich propozycjach i procedurach identyfikacji i estymacji wag i parametrów zmiennych modeli, tj. odległości i masy, rzucają one nowe światło na strukturę modeli i prowadzą do ich modyfikacji. Modyfikacja ta dotyczy typu funkcji zmiennej masy i odległości oraz ich statystycznego oszacowania. Wyraża się to w określeniu wag masy i wykładników potęgowych masy i odległości jako empirycznych parametrów stałych lub zmiennych.

#### a. FUNKCJA ZMIENNEJ MASY

Funkcja zmiennej masy w modelu o postaci analogicznej do energii grawitacyjnej sprowadza się do założenia stwierdzającego, że wzajemne oddziaływanie jakie zachodzi między dwoma masami (populacjami) jest wprost proporcjonalne do iloczynu tych mas, a więc przybiera postać  $f(M_i, M_j) = k \cdot M_i \cdot M_j$ .

Niezależnie od analogii do prawa grawitacji iloczyn ten może być interpretowany na podstawie twierdzenia o prawdopodobieństwie iloczynu zdarzeń niezależnych.

Jeżeli założy się, że zajście pewnego zdarzenia wyrażającego oddziaływanie np. wyjazdu mieszkańca miasta  $i$  o populacji  $M_i$  ma rozkład losowy i jest proporcjonalne do wielkości  $M$  tj. całkowitej populacji

$$[M = \sum_{i=1}^n M_i]$$

czyli, że prawdopodobieństwo zajścia tego zdarzenia wynosi  $M_i/M$  i odpowiednio dla miasta  $j$  wynosi  $M_j/M$ , to wielkość wzajemnego oddziaływania wyrażona ilością przejazdów między  $i$  a  $j$  przedstawia się jako iloczyn prawdopodobieństw:

$$(41) \quad \frac{M_i}{M} \cdot \frac{M_j}{M} = \frac{M_i \cdot M_j}{M^2}.$$

Jeżeli dalej przyjąć, że wielkość  $1/M^2$  jest stała dla krótkiego okresu czasu, to wielkość wzajemnego oddziaływania między  $i$  a  $j$  jest proporcjonalna do iloczynu  $(M_i \cdot M_j)$ <sup>120</sup>.

Przyjęcie założenia, że wzajemne oddziaływanie dwóch obszarów lub ośrodków jest proporcjonalne do iloczynu wielkości dwóch mas może być też interpretowane jako zachodzenie możliwych oddziaływań między parami jednostek dwóch różnych ośrodków<sup>121</sup>. Im większa jest liczba takich par, tym większe prawdopodobieństwo zajścia oddziaływania. Liczba wszystkich par dwóch ośrodków o wielkości populacji  $M_i$  oraz  $M_j$  jest równa iloczynowi tych populacji. Stąd można przyjąć, że łączny wpływ populacji dwóch ośrodków na wielkość (częstość) wzajemnego oddziaływania jest równy iloczynowi tych populacji.

Należy podkreślić, że założenie takie nie nadaje modelowi charakteru probabilistycznego. Stwierdza jedynie, że wielkość wzajemnego oddziaływania jest proporcjonalna do

<sup>120</sup> Por. E. Lövgren (1946) s. 356 oraz St. C. Dodd (1950) s. 246.

<sup>121</sup> Por. F. C. Iklé (1954) s. 126.

wielkości populacji. Jeżeli jednak przyjmie się to założenie, to wielkości  $M_i$  oraz  $M_j$  winny wyrażać tylko część masy  $i$  oraz  $j$ , która aktualnie bierze udział w procesie oddziaływania, a nie całkowite wielkości populacji grup  $i$  oraz  $j$ . W tym celu należy albo określić wielkość pewnych podgrup masy biorących udział we wzajemnym oddziaływaniu lub też wprowadzić pewne wagi masy.

Wagi masy stanowią stałe lub zmienne specyficzne dla populacji poszczególnych ośrodków lub typów ośrodków lub też obszarów ze względu na dany typ oddziaływania i wybierają zwykle postać liczb względnych takich jak wskaźniki lub liczby stosunkowe. Funkcja zmiennej masy przybiera więc w modelu grawitacji postać:

$$(42) \quad f(M_i, M_j) = (W_i M_i) \cdot (W_j M_j)$$

a w modelu potencjału odpowiednio:

$$(43) \quad f(M_j) = (W_j \cdot M_j)$$

gdzie  $W_i$ ,  $W_j$  = wagi masy  $M_i$  oraz  $M_j$ .

Interpretacja wag masy nie jest jednolita. St. C. Dodd przyjmuje, że zróżnicowanie populacji z punktu widzenia możliwości wzajemnego oddziaływania zależy od szeregu czynników przystosowujących, które specyfikują oddziaływanie populacji<sup>122</sup>. Wśród czynników takich wymienia St. C. Dodd: dochód, wiek, płeć, wykształcenie, zawód, stan cywilny. Określenie wpływu tych czynników wyraża się ważąc wielkość populacji poszczególnych ośrodków przez odpowiednie mnożniki. Jeżeli przyjąć, że mnożnik taki stanowi miarę intensywności np. wielkość na głowę, to:

$$(44) \quad W_i = \frac{[\sum W]_i}{M_i} \quad \text{i odpowiednio} \quad W_j = \frac{[\sum W]_j}{M_j}$$

gdzie  $[\sum W]_i = W_i M_i$  należy interpretować jako „aktywność” populacji ośrodka  $i$ .

Pozwala to sformułować wzór (42) w postaci:

$$(45) \quad [W_i M_i] \cdot [W_j M_j] = \left[ \sum_{i=1}^i W_i \right]_i \cdot \left[ \sum_{j=1}^j W_j \right]_j$$

Określenia wpływu kilku czynników można dokonać przez wprowadzenie wag, z których każda reprezentuje wpływ kilku ważonych czynników. W tym przypadku  $W_i$  i  $W_j$  byłyby wagami złożonymi a więc wielkościami przeciętnymi. W sformułowaniu W. Isarda, jeżeli  $W_{1i}$  oznacza wagę podregionu  $i$  dla pierwszego czynnika, a  $W_{gi}$  oznacza wagę podregionu  $i$  dla czynnika  $g$ , to  $W_i$  jako suma ważonych wag stanowi:<sup>123</sup>

$$(46) \quad W_i = \sum_{g=1}^G C_g W_{gi} \quad \text{i odpowiednio} \quad W_j = \sum_{g=1}^G C_g W_{gj}$$

<sup>122</sup> St. C. Dodd (1950) s. 246; por. również J. A. Cavanough (1950).

<sup>123</sup> W. Isard (1960) s. 507; wśród różnych możliwych wag jakie można by stosować W. Isard wymienia: strukturę zawodową, strukturę płci i wieku, skład rasowy lub etniczny, procentowy udział ludności o dochodzie powyżej pewnego poziomu, procentowy udział ludności uczęszczającej do kościoła lub posiadającej własne domy, udział ludności miejskiej i wiejskiej, udział zamówień pocztą do ogółu sprzedaży,

gdzie

$C_g$  = waga ważonego czynnika  $g$ .

W praktyce badawczej stosowano jednak pojedyncze wagi odnoszące się do wpływu jednego czynnika, a mianowicie przeciętnego dochodu na głowę<sup>124</sup>.

W zasadzie wagi traktuje się jako wielkości zaobserwowane. Można je jednak wyznaczyć jako wielkości przystosowane do obserwacji. F. Hammer i F. C. Iklé badając wzajemne oddziaływanie między parami miast wyrażone liczbą rozmów telefonicznych i podróży samolotowych w postaci modelu grawitacji wyznaczyli wagi poszczególnych miast jako parametry na podstawie metody najmniejszych kwadratów<sup>125</sup>. Wagi te interpretują jako mierniki różnej „skłonności” poszczególnych miast do wzajemnego oddziaływania.

Należy podkreślić, że brak jest jak dotąd bliższej analizy zależności, jaka zachodzi między wyborem odpowiednich wag, a określonym typem wzajemnego oddziaływania. Można jednak stwierdzić, że dobór odpowiednich wag ma na celu bądź określenie tej części populacji, która bierze udział we wzajemnym oddziaływaniu, bądź też znalezienie bardziej reprezentatywnego miernika masy, aniżeli liczba ludności. Stąd też np. gdy bada się migracje ludności w ujęciu międzyregionalnym dokonuje się na podstawie wiedzy o związku, jaki zachodzi między wielkością migracji a zróżnicowaniem wielkości dochodu regionalnego, ważenia liczby ludności regionów przez dochód regionalny na głowę. W ten sposób pierwotnie przyjęta jako miernik masy liczba ludności zostaje przekształcona w wielkość dochodu regionalnego. Przyjęcie określonych wag może zatem przekształcić charakter pierwotnie przyjętej wielkości masy.

Bardziej złożone jest zagadnienie wykładników potęgowych masy. Chodzi tu o próbę interpretacji funkcji zmiennej masy w postaci funkcji:

$$(47) \quad f(M_i, M_j) = M_i^\alpha \cdot M_j^\beta$$

gdzie

$\alpha$ ,  $\beta$  = wykładniki potęgowe masy  $i$  oraz  $j$ .

Na możliwość wprowadzenia wykładnika potęgowego masy różnego od jedności zwrócił uwagę T. R. Anderson<sup>126</sup>.

Według G. A. P. Carrothersa zmienność wykładnika potęgowego masy wyraża wpływ stopnia aglomeracji ludności, stąd też poszczególne populacje winny być podniesione

udział zakupów dokonanych w centrum ośrodka metropolitalnego w zakupach na obszarze metropolitalnym, stosunek inwestycji do produkcji rocznej, przeciętnej wysokości inwestycji na jednego zatrudnionego.

<sup>124</sup> Wielkość przeciętnego dochodu na głowę jako wagi została wprowadzona przez W. Isarda i G. Freutela (1954) do modelu potencjału, co pozwala przekształcić go w potencjał dochodu; podobnie czyni to G. A. Carrothers (1959). Odmiennie określili wagi J. Q. Stewart (1947 a) oraz W. Warntz (1957 a, 1959 e) odnosząc ich wielkość do regionalnego zróżnicowania poziomu dochodu.

<sup>125</sup> C. Hammer, F. C. Iklé (1957); wagi te wahają się od 0,34 do 3,06 dla rozmów telefonicznych, oraz od 0,14 do 7,61 dla ruchu samolotowego na obszarze USA.

<sup>126</sup> T. R. Anderson (1955) s. 291; w dyskusji nad postacią modeli grawitacji i potencjału J. Q. Stewart (1958 c) s. 153, podkreślił znaczenie niezmienności wymiarów, co sugeruje stałość wykładnika potęgowej masy jako jedności.



do różnych potęg<sup>127</sup>. W ten sposób wykładniki masy będą stanowić jej funkcję. Inni jeszcze autorzy jak R. G. Hennes oraz W. J. Platt proponują aby zamiast iloczynu wielkości mas wprowadzić pierwiastek kwadratowy tego iloczynu<sup>128</sup>.

$$(48) \quad f(M_i M_j) = \sqrt{M_i \cdot M_j}.$$

Powyższe sformułowanie zmienia jednak zasadniczo założenia modelu grawitacji oparte o zasadę iloczynu zdarzeń niezależnych i nie<sup>6</sup> daje się na tym gruncie uzasadnić.

Zagadnienie wykładników potęgowych masy nie posiada bliższego wyjaśnienia teoretycznego. Brak też badań empirycznych, które wykazałyby, że ujęcie takie daje lepszą weryfikowalność modeli<sup>129</sup>.

Przegląd powyższy wykazuje, że postać funkcji zmiennej masy może w modelu grawitacji przybierać postać:

$$(49) \quad f(M_i, M_j) = (W_i M_i)^\alpha \cdot (W_j M_j)^\beta$$

i odpowiednio modelu potencjału:

$$(50) \quad f(M_j) = (W_j M_j)^\beta.$$

### b. FUNKCJA ZMIENNEJ ODLEGŁOŚCI

Ustalenie postaci funkcji określającej zależność jaka zachodzi między wielkością reprezentującą wzajemne oddziaływanie a odległością wymaga empirycznego uzasadnienia. Empiryczna wiedza o wpływie odległości na wielkość wzajemnego oddziaływania jest mała. Dotychczasowe badania wykazują jednak, że wzajemne oddziaływanie zmniejsza się wraz ze wzrostem odległości<sup>130</sup>.

Wpływ odległości, ogólnie biorąc, prowadzi do zmniejszania się oddziaływania wraz ze wzrostem odległości, ma jednak charakter złożony co jest wynikiem dwóch grup przyczyn:

czyn:

1) wzrostu kosztu i czasu wielkości reprezentującej wzajemne oddziaływanie wraz ze wzrostem odległości fizycznej, a więc wzrostu odległości czasowych i przestrzennych;

127 G. A. P. Carrothers (1956) s. 98 stwierdza, że populacje o różnej wielkości winny być podniesione do potęgi większej niż jedność, ponieważ „istnienie większej populacji na jednym obszarze niż na innym, może samo w sobie wywierać wpływ, który jest proporcjonalnie większy niż może to być wyjaśnione przez modyfikację wielkości populacji przez pojedynczy mnożnik”.

128 R. G. Hennes (1953) oraz W. J. Platt (1946).

129 Badania takie przeprowadzili W. Mylroie (1956) oraz J. R. Mackay (1958) jednak ze względu na stosowaną procedurę aproksymacyjną nie pozwalają one na właściwą i jednoznaczną identyfikację tych wykładników.

130 Należy rozróżnić dwie sytuacje dotyczące wpływu odległości w zakresie przestrzennego oddziaływania: 1) częstość lub prawdopodobieństwo oddziaływania np. migracji lub przejazdu między poszczególnymi ośrodkami lub obszarami położonymi w odległości  $d$  od siebie tj.  $p(d)$ ; 2) częstość lub prawdopodobieństwo oddziaływania między danym ośrodkiem lub obszarem a otaczającym go obszarem strefowym w odległości  $d$  od źródła oddziaływania tj.  $f(d)$ . Jeżeli jednostki obszaru przylegają do siebie, to  $f(d)$  stanowi prostą funkcję  $p(d)$  tj.  $f(d) = dp(d)$ . Por. R. Morrill (1963) s. 75. Należy podkreślić, że w zasadzie rozpatrujemy funkcje zmiennej odległości w pierwszej sytuacji.

2) zmniejszania się prawdopodobieństwa (częstości) relacji między jednostkami wraz ze wzrostem odległości.

Wynikiem wpływu pierwszego czynnika jest zależność odwrotnie proporcjonalna jaka zachodzi np. między liczbą przejazdów a odległością pomiędzy dwoma ośrodkami.

Wynik drugiego czynnika zależy od specyficznego układu stosunków między populacjami różnych ośrodków lub obszarów i jest trudny do określenia. Upraszczając zagadnienie można stwierdzić jednak, że jest to trzystopniowy proces. Punktem wyjścia jest tu prawdopodobieństwo powstania relacji, następnie jej utrwalenia, przy czym częstość kontaktu zależy z kolei od wpływu czasu i kosztu pokonywania odległości. Zachodzi tu więc również wpływ odległości na powstanie, utrwalenie i ponowienie się kontaktów<sup>131</sup>.

Te ogólne przesłanki wskazują na monotonicznie zmniejszającą się postać zależności między wielkością wzajemnego oddziaływania a odległością. Nie wystarcza to jednak do ustalenia postaci funkcji opisującej tę zależność. Badania przeprowadzone nad różnymi formami oddziaływania (migracje, przejazdy, przewozy, rozmowy telefoniczne) wykazują, że w grę wchodzi tu następujące funkcje:<sup>132</sup>

$$(51) \quad f(d)-1 = ce^{-bd^2} \quad \text{tj. rozkład normalny ;}$$

$$(52) \quad f(d)-1 = ce^{-b(\log d)^2} \quad \text{tj. rozkład logarytmiczno-normalny ;}$$

$$(53) \quad f(d)-1 = ce^{-b(d)} \quad \text{tj. rozkład wykładniczy ;}$$

$$(54) \quad f(d)-1=ce^{-b(\log d)} \quad \text{tj. rozkład logarytmiczno-wykładniczy ;}$$

(55)  $f(d)-1=cd^{-b}$  tj. hiperboliczny (potęgowy)<sup>133</sup>;

(55a)  $f(d)-1=c-b\log d$  tj. rozkład potęgowy w postaci logarytmicznej;

$$(56) \quad f(d)-1=\frac{k^n}{\Gamma n} d^{n-1} e^{-kd} \quad \text{tj. rozkład funkcji Gamma.}$$

Rozkłady teoretyczne powyższych funkcji przedstawia ryc. 3.

Analiza porównawcza empirycznej interpretacji przedstawionych powyżej postaci funkcji wykazuje, że żadna z tych postaci nie posiada uniwersalnego znaczenia w zakresie opisu zależności między odległością, a wielkościami reprezentującymi wzajemne oddziaływanie<sup>134</sup>. Brak studiów porównawczych opartych o ten sam materiał obserwacyjny nie

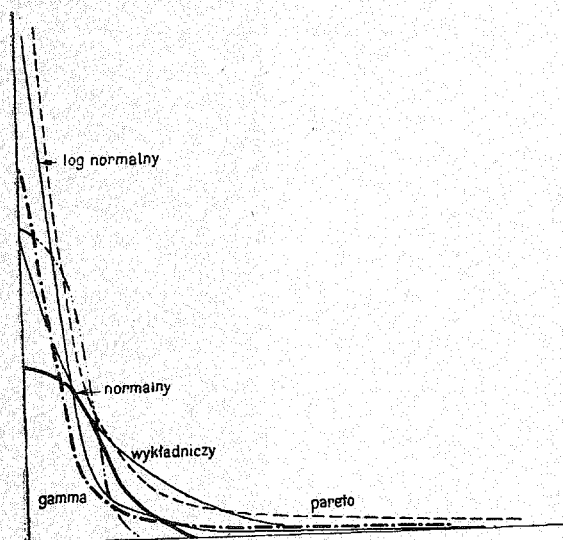
<sup>131</sup> Por. F. C. Iklé (1954) ss. 126–127 oraz W. Garrison (1956) s. 286.

<sup>132</sup> Por. R. Morrill (1963) ss. 75–84 oraz T. Hägerstrand (1957) s. 112 i dalsze.

<sup>133</sup> Postać funkcji potęgowej  $Y = ax^b$  może być sprowadzona przy pomocy transformacji  $\zeta = \lambda v \pm \gamma$  do zależności prostoliniowej, gdzie  $\zeta = \zeta(y)$ ,  $v = v(x)$ , a  $\lambda$  i  $\gamma$  są to pewne stałe. Jeżeli  $\zeta = \log y$ ,  $v = \log x$ ,  $\lambda = b$ ,  $\gamma = \log a$ , to wówczas  $\log y = b \log x \pm \log a$ . Transformację liniową stosuje się dlatego, że dzięki niej zostają spełnione warunki wymagane w twierdzeniu Markowa. Jeżeli parametry jakiegokolwiek funkcji aproksymacyjnej otrzymanej za pomocą wzoru  $\zeta = \lambda v \pm \gamma$  wyznacza się metodą najmniejszych kwadratów, to z twierdzenia Markowa wiadomo, że parametry te są estymatorami zgodnymi, nieobciążonymi i najefektowniejszymi. W twierdzeniu Markowa nie zakłada się normalności rozkładu zmiennych losowych a nawet niezależności tych zmiennych. Por. Z. Hellwig (1960) ss. 194–196.

<sup>134</sup> Empiryczne interpretacje poszczególnych postaci funkcji w odniesieniu do rozważanej zależności zawarte są w pracach: wykładnicza i gamma w pracy L. L. Cavalli-Sforza (1962); wykładnicza i logarytmiczno-normalna w pracy G. Kulldorffa (1955).

pozwała też na właściwe sprawdzenie hipotezy o przynależności danego rozkładu empirycznego do określonej klasy funkcji. Analiza porównawcza wykazuje równocześnie jednak, że zastosowanie funkcji potęgowej jest najprostsze i pozwala najłatwiej dobrać właściwe wyrażenia analityczne przedstawiające w przybliżeniu tę funkcję. Według R. Morrilla i F. R. Pittsa, którzy przeprowadzili analizę porównawczą niektórych postaci funkcji,



Ryc. 3. Rozkłady teoretyczne migracyjnych funkcji odległości dla jednostek przestrzennych. Źródło: R. L. Morrill (1963) s. 77.

należy przyjąć, że funkcja potęgowa daje dobre dopasowanie, gdy oddziaływanie nie jest stałe, podczas gdy funkcja logarytmiczno normalna i wykładnicza daje lepsze dopasowanie, gdy wprowadza się element związku w następstwie oddziaływania, jak to jest np. w pewnych typach migracji<sup>135</sup>.

Przyjęcie funkcji potęgowej jako tej postaci funkcji, która opisuje pomniejszający wpływ odległości na wzajemne oddziaływanie pozwala określić wpływ funkcji odległości w modelach grawitacji i potencjału jako parametru empirycznego przystosowanego do obserwacji tj.  $f(d) = d^{-b}$ . Estymacja parametru  $b$  przy pomocy regresji liniowej jest podstawą ustalenia wykładnika potęgowej odległości jako stałej w ściśle określonych warunkach. Jeżeli założy się, że powyższe założenie jest poprawne to oszacowanie parametru w modelach grawitacji i potencjału opiera się na zależności liniowej jaka zachodzi między wielkością typu  $\log I_{ij}/M_j$  lub  $\log I_{ij}/M_i M_j$  a  $\log d_{ij}$  tj.:<sup>136</sup>

$$(57) \quad \log \frac{I_{ij}}{M_j} = \log k - b \log d_{ij}$$

$$(58) \quad \log \frac{I_{ij}}{M_i M_j} = \log k - b \log d_{ij}$$

<sup>135</sup> R. Morrill i F. R. Pitts (1963). Należy podkreślić, że funkcja wykładnicza jest podobna do logarytmiczno-normalnej, obie te funkcje według R. Morrilla i F. R. Pittsa przeszacowują oddziaływanie na bliską odległość.

<sup>136</sup> Por. F. C. Iklé (1964) s. 127 oraz E. Lövgren (1956) ss. 368–369.

Posługując się regresją liniową na podstawie metody najmniejszych kwadratów dokonano oszacowania parametru  $b$  w równaniach o typie (57) i (58) dla różnych rodzajów wzajemnego oddziaływania tj. przejazdów, przewozów, migracji, rozmów telefonicznych i innych zjawisk. Badania te wykazały, że wielkość wykładnika jako parametru waha się dość znacznie; przyjęcie jednak różnych postaci modeli i stosowanie różnych procedur estymacyjnych utrudnia porównanie wielkości tego parametru.

Badania W. L. Garrisona oparte o model analogiczny do wzoru F. C. Iklé, dotyczące przejazdów drogowych mieszkańców osad wiejskich do miast wykazują, że wielkość wykładników potęgowych zróżnicowanych według sześciu typów dojazdów w małym stopniu różni się od zera, a wyjątkiem są tu jedynie dojazdy do pracy<sup>137</sup>. J. D. Carroll natomiast ustalił, również na podstawie modelu typu F. C. Iklé, że wykładniki potęgowe odległości wahają się od  $-2,62$  do  $-2,85$ , przy czym jako miarę wpływu przyjął liczbę rozmów telefonicznych<sup>138</sup>. Wielkość wykładnika waha się też znacznie w badaniach F. C. Iklé nad przejazdami samochodowymi od  $-0,69$  do  $-2,57$ <sup>139</sup>.

J. D. Carroll i H. W. Bevis ustalają dla przejazdów metropolitalnych wykładnik ten w wysokości  $-1,63$ , podkreślając jednak, że będzie się on różnił dla różnych typów przejazdów<sup>140</sup>.

Analiza C. Hammera i F. C. Iklé wykazuje, że wielkość wykładnika potęgowej odległości dla rozmów telefonicznych i przejazdów samolotowych waha się od  $-1,3$  do  $-1,8$ , ale procedura estymacyjna tych autorów obejmuje zarówno szacowanie wykładnika potęgowej odległości jak i wag masy<sup>141</sup>. M. Helvig wielkość tę ustala między  $-1,9$  a  $-2,0$ .<sup>142</sup>

Wąski zakres badań utrudnia określenie w jakich sytuacjach lub typach wzajemnego oddziaływania można oczekiwać określonej wartości wykładnika potęgowej, co zmniejsza przydatność dotychczasowych obliczeń dla przewidywania. Niektórzy autorzy usiłują jednak wyjaśnić, bądź naświetlić zmienność wykładnika potęgowej odległości.

A. M. Voorhees analizując różne rodzaje podróży stwierdził, że wykładnik potęgowej odległości zmienia się w zależności od celu podróży<sup>143</sup>. Podobnie J. D. Carroll i H. W. Bevis zauważają, że różne rodzaje przejazdów będą wykazywać odmienną wielkość wykładników; znajdują przy tym, że przejazdy do szkoły wykazują największą wrażliwość na wpływ odległości natomiast przejazdy „rozrywkowe” najmniejszą<sup>144</sup>. F. Lukermann i P. W. Porter wysuwają przypuszczenie, że wartość wykładnika odległości będzie wynosić jeden, gdy wzajemne oddziaływanie dotyczy całej populacji<sup>145</sup>.

Najwięcej światła na to zagadnienie rzucają prace szwedzkie prezentujące zmiany w czasie wykładników potęgowych odległości w badaniach nad migracjami tj. prace

<sup>137</sup> W. L. Garrison (1956) ss. 283–285.

<sup>138</sup> J. D. Carroll (1955) ss. D6–D9.

<sup>139</sup> F. C. Iklé (1954) s. 129.

<sup>140</sup> J. D. Carroll, H. W. Bevis (1957) s. 192.

<sup>141</sup> C. Hammer, F. C. Iklé (1957) s. 314.

<sup>142</sup> H. Hellwig (1964) s. 105.

<sup>143</sup> A. M. Voorhees (1955) s. 55–56.

<sup>144</sup> J. D. Carroll, H. W. Bevis (1957) s. 194.

<sup>145</sup> F. Lukermann, P. W. Porter (1960) s. 498.

K. E. Bergstena, E. Lövgrena, T. Hägerstranda, S. Dahla<sup>146</sup>. E. Lövgren oblicza te wykładniki na podstawie danych dotyczących migracji między parafiami dystryktu Sundsvall a powiatami Szwecji według dziesięcioleci za okres 1870–1948 w podwójnym sformułowaniu tj. wzoru (57) i (58)<sup>147</sup>. W sformułowaniu wzoru (58) najwyższy parametr występuje w okresie 1900–1909 (–2,35) oraz 1920–1929 (–2,23), a w pozostałych czasokresach jego wahania nie są wielkie i oscylują wokół –2,05. Dane dotyczące wykładnika według wzoru (57) zestawione przez T. Hägerstranda dla lat 1850–1950 wykazują znaczne wahania od –0,04 do –3,0; są one jednak wyrwykowe i dotyczą różnych obszarów miejskich i wiejskich<sup>148</sup>.

Analiza tych wykładników pozwala stwierdzić, że wykładniki te zmniejszają się w czasie, przy czym w miastach wykazują łagodniejszy spadek niż na obszarach wiejskich.

Również E. J. Taaffe stwierdza, że przeciętny wykładnik odległości, który najlepiej opisuje hierarchię dominacji miast na podstawie danych dotyczących lotniczego ruchu pasażerskiego w USA, zmniejszył się z –2,0 w 1940 r. do wartości niższej od tej wielkości w 1955 r.<sup>149</sup>.

T. Hägerstrand porównując ich wielkość dla USA i Szwecji wysuwa w związku z tym hipotezę, że wahania wykładnika potęgowego mogą być wyjaśnione różnicami poziomu rozwoju ekonomicznego. Odmienne przypuszczenie nasuwa natomiast R. Porter, który twierdzi, że kształt obszaru może wpływać na wahania wykładnika potęgowego odległości<sup>150</sup>. Podając jako przykład obszar USA, który jest bardziej zwarty i zbliżony do koła niż Szwecja, R. Porter formułuje przypuszczenie, że wielkość wykładnika odległości jest wprost proporcjonalna do poziomu zwartości obszaru.

Przeciwko szacowaniu wykładnika potęgowego odległości opartego o statystyczne metody estymacji można wysunąć zastrzeżenie, że oszacowanie wielkości  $b$  jest tylko dobraniem funkcji aproksymującej najlepiej dopasowaną wartość tego parametru i wprowadzenie nowych zmiennych zmieni jego wartość. Zarzut ten sformułowany przez T. R. Andersona w gruncie rzeczy jednak nie dotyczy zagadnienia wyznaczania wykładnika, a uproszczenia postaci modelu<sup>151</sup>. Stąd też T. R. Anderson przyjmuje arbitralnie wielkość wykładników  $d^{-1}$ ,  $d^{-2}$ ,  $d^{-2/3}$  i następnie weryfikuje je na podstawie testu *chi-kwadrat*. Podobnie arbitralnie przyjmuje wielkość wykładników potęgowych odległości w zastosowaniu modelu potencjału G. A. P. Carrothers w postaci wielkości  $d$ ,  $d^2$ , oraz  $\sqrt{d}$ , wykazując zresztą, że każdy z nich daje najlepsze rezultaty w odniesieniu do różnych obszarów<sup>152</sup>.

W związku z tym należy przypomnieć argumentację J. Q. Stewarta i W. Warntza przeciwko przyjmowaniu w modelu potencjału wykładników potęgowych większych

niż dwa<sup>153</sup>. Argumentacja ta sprowadza się do twierdzenia, że wprowadzenie do modelu potencjału wykładnika potęgowego odległości większej od dwa nie ma sensu, gdyż wielkość ta dawać będzie w wyniku nieskończenie wielkie wartości dla skończonego rozkładu gęstości ludności.

Odminnym podejściem do zagadnienia wykładnika potęgowego odległości jest propozycja traktowania go w modelu potencjału jako zmiennej zależnej bądź od wielkości masy tj.  $b=f[1/M_j]$  bądź od samej odległości tj.  $b=f[1/d_{ij}]$ .

Pierwszą propozycję wysunął T. R. Anderson sugerując, że wykładnik ten stanowi zmienną zależną odwrotnie od wielkości masy. Jeżeli np. dwa ośrodki  $j$  i  $m$  o różnej liczbie ludności ( $P_j > P_m$ ) znajdują się w równej odległości od trzeciego ośrodka ( $d_{ij} = d_{im}$ ), to potencjał wywołany w  $i$  przez mniejszy ośrodek  $m$  będzie silniej redukowany przez dzielącą odległość niż potencjał wywołany w  $i$  przez większy ośrodek  $j$ <sup>154</sup>. Propozycję tą uzasadnia również D. L. Huff stwierdzając, że im większa jest gęstość ludności danego miasta, tym większy jest opór odległości i stąd krótsza będzie odległość jaką konsument przebywa dla dokonania zakupów<sup>155</sup>.

Druga propozycja wynika pośrednio z pierwszej. G. A. P. Carrothers uzasadnia ją stwierdzając, że opór jednostki odległości przeciw wzajemnemu oddziaływaniu na krótkich odległościach jest nieproporcjonalnie większy niż na długich odległościach. Ponieważ częstość wzajemnego oddziaływania jest większa w ośrodkach o dużej liczbie ludności, opór będzie też większy i można oczekiwać, że wykładnik potęgowy odległości zmienia się raczej wprost proporcjonalnie do liczby ludności aniżeli odwrotnie<sup>156</sup>.

Badania wpływu odległości na wzajemne oddziaływanie koncentrowały się głównie na zagadnieniu oporu lub hamującego wpływu odległości, którego miernikiem jest wykładnik potęgowy odległości. Badania te opierają się na założeniu ciągłego charakteru wpływu odległości. Bez względu na wielkość wykładnika potęgowego odległości wielkość wzajemnego oddziaływania jest redukowana w pewien ciągły sposób.

Jednakże studia empiryczne nad transportem lotniczym podważają to założenie. Jak wykazują badania F. C. Iklé oraz E. J. Taaffe wpływ ten dotyczy tylko ograniczonych wewnętrznych stref poza których obrębem powstaje pewien rodzaj płaskowyzu oddziaływania<sup>157</sup>. Możliwe więc, że należałoby przyjąć tutaj funkcję schodkową. Innym rozwiązaniem tego problemu mogłoby być wyrażenie wpływu odległości w postaci układu przestrzennego, w którym weźmie się pod uwagę poszczególne sieci powiązań hierarchicznych między dużymi ośrodkami metropolitalnymi. Jeszcze inną alternatywą jest powiązanie analizy z pewnymi elementami teorii ośrodków centralnych tj. badanie wzajemnego oddziaływania na różnych poziomach hierarchiczności.

Należy również zwrócić uwagę na fakt, że w badaniach oddziaływania między danym

<sup>146</sup> Por.: K. E. Bergsten (1951), E. Lövgren (1956), T. Hägerstrand (1947, 1957, 1962), S. Dahl (1957).

<sup>147</sup> E. Lövgren (1956) s. 368.

<sup>148</sup> T. Hägerstrand (1957) ss. 118–119.

<sup>149</sup> E. J. Taaffe (1962).

<sup>150</sup> R. Porter (1956) ss. 341–342; por. również K. E. Bergsten (1961).

<sup>151</sup> T. R. Andersen (1955); por. również dyskusję między F. C. Iklé (1955) a T. R. Andersonem (1955 b).

<sup>152</sup> G. A. P. Carrothers (1958) s. 149.

<sup>153</sup> J. Q. Stewart, W. Warntz (1958) s. 119. Innym argumentem J. Q. Stewarta i W. Warntza przeciw zmienności wykładnika potęgowego odległości są ewentualne trudności jakie nasuwa to przy wykrywaniu pewnych stałych zachodzących np. w relacjach między potencjałem ludności a gęstością ludności.

<sup>154</sup> R. Anderson (1955) s. 291 oraz (1956) s. 180; por. również P. D. Converse (1949) oraz E. S. Dunn (1956).

<sup>155</sup> D. L. Huff (1961) s. 26.

<sup>156</sup> G. A. P. Carrothers (1956 a) s. 97; por. również (1956 b) s. 198, (1958) s. 149.

<sup>157</sup> F. C. Iklé (1954) s. 133, E. J. Taaffe (1959, 1962).



ośrodkiem a otaczającym go obszarem funkcja odległości zależy od kierunku pomiaru odległości<sup>158</sup>. Zagadnienie to bliżej nie zostało sprecyzowane. Badania E. Lövgrena i T. Hägerstranda wykazują jednak, że założenie o zmniejszaniu się wzajemnego oddziaływania wraz z odległością we wszystkich kierunkach nie jest realistyczne i wymaga szczegółowej analizy<sup>159</sup>.

Nie udało się też bliżej ustalić związku między wielkością wykładników potęgowych odległości a typem odległości tj. odległościami fizycznymi, ekonomicznymi, czasowymi i społecznymi<sup>160</sup>.

### c. ZMODYFIKOWANA POSTAĆ MODELI GRAWITACJI I POTENCJAŁU

Empiryczno-statystyczna interpretacja funkcji masy i odległości implikuje modyfikację pierwotnej postaci modeli grawitacji i potencjału przez wprowadzenie do nich wag masy i wykładników potęgowych masy i odległości. W ten sposób równanie (39) reprezentujące model grawitacji może przybierać postać:

$$(59) \quad I_{ij} = k \frac{W_i(M_i)^{\alpha} \cdot W_j(M_j)^{\beta}}{d_{ij}^b}$$

a równanie (40), które przedstawia model potencjału podobnie może mieć postać:

$$(60) \quad V_i = k \sum_{j \neq i}^n \frac{W_j(M_j)^{\beta}}{d_{ij}^b}$$

gdzie

$I_{ij}$  = wielkość wzajemnego oddziaływania między  $i$  a  $j$  w danym okresie czasu;  
 $i, j = 1, 2, 3, \dots, n$ , gdzie  $n$  stanowi całkowitą liczbę rozpatrywanych ośrodków lub obszarów; przy  $n$  ośrodków liczba możliwych par oddziaływania wynosi:  $N = n[n-1]/2$ ;

$M_i, M_j$  = wielkość masy (populacji) ośrodka lub obszaru  $i$  oraz  $j$ ;

$d_{ij}$  = odległość między  $i$  a  $j$  przy założeniu  $d_{ij} \equiv d_{ji}$ ;

$W_i, W_j$  = wagi  $M_i$  oraz  $M_j$ ;

<sup>158</sup> D. O. Price (1948).

<sup>159</sup> E. Lövgren (1956), T. Hägerstrand (1957).

<sup>160</sup> Odległość fizyczną mierzoną w linii prostej wprowadzają J. Q. Stewart (1948 a), F. C. Iklé (1954) i inni, odległość wzdłuż drogi — G. K. Zipf (1949) oraz T. R. Anderson (1955). W. Garrison stosuje odległość drogową, ale zróżnicowaną według typów dróg (1956). Odległości kolejowe stosuje G. A. P. Carrothers (1958, 1959). Czas przejazdu jako miernik odległości wprowadzają A. M. Voorhees (1955) oraz L. W. Ellwood (1954), koszt transportu — Ch. D. Harris (1954); liczbę pośrednich możliwości — S. A. Stouffer (1940–1960). Jako miernik odległości proponuje również T. R. Anderson (1956) zużycie paliwa w transporcie. T. R. Anderson (1956) zwraca uwagę na konieczność zróżnicowania pomiaru odległości od rodzaju określonej trasy oraz oporu środowiska. Najbardziej złożony pomiar odległości w modelu potencjału proponuje R. Lachene (1965), który zamiast odległości wprowadza „oddalenie” jako wymiar, będący funkcją odległości fizycznej, czasu przejazdu, przepustowości sieci i wielkości ruchu.

$\alpha, \beta, b$  = wykładniki potęgowe reprezentujące czynniki przystosowujące zarówno stałe jak i zmienne masy i odległości;

$k$  = stała;

$V_i$  = całkowite wzajemne oddziaływania na jednostkę masy w punkcie  $i$ .

Należy podkreślić, że tak zmodyfikowana postać modeli wyraża jedynie pewien ogólny typ założenia, który wymaga konkretyzacji tj. rozwiązania pojęciowego i technicznego mierników masy i odległości oraz wykładników tych zmiennych. Konkretyzacja modeli i określenie ich postaci strukturalnej dokonuje się na dwojaki sposób:

1) przez estymację parametrów modeli tj. wag  $i$  (lub) wykładników na podstawie ustalenia regresji liniowej, w zasadzie w odniesieniu do modelu grawitacji,

2) przez przyjęcie *a priori* określonej wielkości wykładników i dokonanie następnie weryfikacji statystycznej.

Zagadnienie to kształtuje się odmiennie w odniesieniu do modelu grawitacji i potencjału. Należy podkreślić, że wraz z rozwojem problematyki badawczej zarysował się odmienny zakres konkretyzacji i zastosowania obu modeli, stąd też należy odrębnie rozpatrzyć zakres i warunki konkretyzacji i zastosowania modelu grawitacji i modelu potencjału.

# ZAKRES I WARUNKI KONKRETYZACJI I ZASTOSOWANIA MODELU GRAWITACJI W BADANIACH PRZESTRZENNO-EKONOMICZNYCH

Model grawitacji jako empirycznie zinterpretowane założenie służy do badania różnych rodzajów wzajemnego oddziaływania tj. procesów ruchliwości przestrzennej wyrażających się w przewozach osobowych i towarowych, przepływach pieniężnych, łączności i migracjach. Model ten stanowi narzędzie dla ustalenia pewnych empirycznych zależności rządzących zachowaniem zjawisk masowych odnoszących się do tych procesów. Na tej podstawie można dokonywać wnioskowania o charakterze ekstrapolacyjnym. Ponadto może służyć jako metoda wydzielenia obszarów rynkowych oraz określania takich wielkości jak „efektywna odległość” i eliminacji czynników wpływających na wzajemne oddziaływanie.

Zastosowanie modelu grawitacji odnosi się do następujących zagadnień:

- 1) badania wielkości ruchu w transporcie, łączności i przepływach pieniężnych;
- 2) badania ruchliwości migracji;
- 3) wyznaczania obszarów rynkowych oraz obszarów dominacji miast;
- 4) wyznaczania „efektywnej odległości” oraz elementów resztowych z modelu.

## 1. BADANIE WIELKOŚCI RUCHU W TRANSPORCIE, ŁĄCZNOŚCI ORAZ PRZEPŁYWACH PIENIĘŻNYCH

Dotychczasowe zastosowania modelu grawitacji w badaniu wielkości ruchu w transporcie, łączności oraz przepływach pieniężnych miały charakter analityczno-opisowy i dotyczyły statystycznej estymacji modelu lub jego parametrów celem skonkretyzowania zależności jaka zachodzi między wielkością ruchu, a liczbą ludności i odległościami. Chodzi tu o dwa cele badawcze:

- 1) badanie przestrzennej zmienności wzajemnego oddziaływania reprezentowanego przez różne rodzaje ruchu;
- 2) szacowanie wielkości ruchu jako miernika wzajemnego oddziaływania na podstawie modelu.

Praktycznie biorąc model grawitacji w badaniach tych jest sformułowany i szacowany w dwóch zasadniczych postaciach:

Pierwsza postać wywodzi się od G. K. Zipfa i przedstawia się następująco <sup>161</sup>:

<sup>161</sup> Por. sformułowanie wzoru (7) w ujęciu G. K. Zipfa.

(61)

$$I_{ij} = \left[ \frac{M_i \cdot M_j}{d_{ij}} \right]^b$$

a w postaci logarytmicznej:

(61a)

$$\log I_{ij} = \log k + b \log (M_i \cdot M_j / d_{ij}).$$

Druga postać wprowadzona przez F. C. Iklé przedstawia się jako równanie <sup>162</sup>:

(62)

$$I_{ij} = k \frac{M_i \cdot M_j}{d_{ij}^b}$$

lub

(62a)

$$I_{ij} / M_i \cdot M_j = k d_{ij}^{-b}$$

a w postaci logarytmicznej:

(62b)

$$\log I_{ij} - \log M_i - \log M_j = \log k - b \log d_{ij}.$$

Pierwsza postać sformułowania modelu została przyjęta w badaniach J. A. Cavanaugh, O. D. Duncana, oraz R. H. T. Smitha i stała się podstawą dla określenia przy pomocy analizy regresji stopnia korelacji jaka zachodzi między wielkościami zaobserwowanymi ( $I_{ij}$ ), dotyczącymi różnych rodzajów ruchu, a wielkościami wyliczonymi z modelu. F. C. Iklé zwrócił uwagę na trudności identyfikacji parametru  $b$  w tym sformułowaniu, gdyż odnosi

<sup>162</sup> Por. z wzorami F. C. Iklé (19), (19a) i (19b). Sformułowanie modelu grawitacji w postaci reprezentowanej przez równanie (62) sugeruje na podstawie analizy graficznej rozkładu punktów różnych zjawisk w skali podwójnie logarytmicznej między  $I_{ij}/M_i M_j$  a  $d_{ij}$  postać funkcji (62b) lub w formie nie-logarytmicznej (62a). Procedura estymacji parametrów regresji nieliniowej za pomocą metody najmniejszych kwadratów prowadzi do warunku  $\sum (k M_i M_j d_{ij}^{-b} - I_{ij})^2 = \min$ .

W postaci logarytmicznej wymaga to sformułowania równania (62b) jako:

(62c)

$$\log I_{ij} = \log k + \log M_i + \log M_j - b \log d_{ij} = \log k + \log M_i + \log M_j - b [\log d_{ij} - \Delta],$$

gdzie  $\Delta = \sum [\log d_{ij}] / N$ .

Aby znaleźć wartość estymatorów parametrów  $\log k$  i  $b$  należy zminimalizować wyrażenie:

$$\sum [\log k + \log M_i + \log M_j - b (\log d_{ij} - \Delta) - \log I_{ij}]^2 = \min.$$

W wyniku przekształceń uzyskuje się układ równań normalnych, których rozwiązanie względem  $\log k$  i  $b$  dostarcza:

(62d)

$$\log \hat{k} = \sum \log I_{ij} / N - 2 \sum \log M_i / n$$

(62e)

$$\hat{b} = \frac{\sum_i [(\log M_i \sum_j \log d_{ij}) + \Delta \sum \log I_{ij} - (n-1) \Delta \sum M_i - \sum \log I_{ij} \log d_{ij}]}{[\sum (\log d_{ij})^2 - N \Delta^2]}.$$

Zastosowanie testu chi-kwadrat pozwala stwierdzić niezależność stochastyczną estymatorów. Estymacja wariancji jest dana jako:

(62f)

$$S_1^2 = \sum (\log I_{ij} - \log \hat{I}_{ij})^2 / (N-2).$$

Wariancja parametrów  $\log k$  i  $b$  wynosi:

(62g)

$$\text{Var} (\log k) = S_1^2 / N$$

się on do całego wyrażenia  $[M_i M_j / d_{ij}]$ <sup>163</sup>. W obronie tego sformułowania należy przytoczyć twierdzenie, że dopasowując wielkości  $[M_i \cdot M_j]$  oraz  $d_{ij}$  odrębnie przy pomocy metody najmniejszych kwadratów traci się jeden stopień swobody w porównaniu z dopasowaniem wielkości  $M_i M_j / d_{ij}$ <sup>164</sup>.

Należy także zwrócić uwagę, że współczynniki korelacji obliczone na podstawie pierwszego sformułowania (61) można traktować jako współczynniki korelacji wielorakiej a w drugim sformułowaniu (62) jako współczynniki korelacji częściowej<sup>165</sup>.

Regresyjną postać zależności w sformułowaniu równania (61) między wielkością ruchu samochodowego, autobusowego, lotniczego, rozmów telefonicznych, ruchu w hotelach a wielkością  $[M_i M_j / d_{ij}]$  przedstawia J. A. Cavanaugh<sup>166</sup>.

Analiza współczynników korelacji między  $(I_{ij})$  a  $(M_i M_j / d_{ij})$  obliczonych przez J. A. Cavanaugh dla 27 typów wzajemnego oddziaływania wykazuje, że w badaniu ruchu samochodowego wielkość współczynnika korelacji wzrasta do 0,94, gdy zamiast liczby ludności dla  $M_j$  zostaje wprowadzona liczba samochodów miasta, stanu lub powiatu. Wielkość współczynników korelacji waha się od 0,50 do 0,97, przy czym ponad 70%  $r$  wykazuje wielkość ponad 0,80.

Model grawitacji w postaci równania (61) został również zastosowany przez O. D. Duncana do badania międzyregionalnych przepływów pieniężnych w układzie  $36 \times 35/2$  par jednostek przestrzennych federalnego systemu bankowego USA, gdzie  $I_{ij}$  stanowi przepływ pieniężny w dolarach,  $M_i$  oraz  $M_j$  liczby mieszkańców właściwych jednostek przestrzennych a  $d_{ij}$  odległość kolejową między miejscowościami – siedzibami banków<sup>167</sup>.

$$(62h) \quad \text{Var } b = S_1^2 / [\Sigma (\log d_{ij})^2 - N A^2].$$

Estymację wariancji wyliczonej wartości  $\log I_{ij}$  dla pewnego  $\log d_{ij}$  można określić jako:

$$(62i) \quad \text{Var} (\log I_{ij}) = S_1^2 \{ 1/N + [\log d_{ij} - A]^2 / [\Sigma (\log d_{ij})^2 - N A^2] \}.$$

Sprawdzenie hipotezy zerowej modelu zakłada, że nie istnieje związek między odległościami, a częstotliwością oddziaływania dla pary indywiduów. Dla parametru  $\log k_0$  wynosi to:

$$(62j) \quad \log I_{ij} = \log M_i + \log M_j + \log k_0.$$

Zastosowanie warunku najmniejszych kwadratów daje:

$$(62k) \quad N \log \hat{k}_0 = \Sigma \log I_{ij} - (N-1) \Sigma \log M_i.$$

Wariancję  $S_0^2$  można wówczas otrzymać z:

$$(62l) \quad (N-1) S_0^2 = \Sigma [\log I_{ij} - \log M_i - \log M_j - \log \hat{k}_0]^2.$$

<sup>163</sup> F. C. Iklé (1954) s. 129.

<sup>164</sup> Twierdzenie to sformułował W. Warntz w swoich wykładach w Wharton School, University of Philadelphia w jesieni 1961 r.

<sup>165</sup> Por. O. D. Duncan, W. R. Scott, S. Lieberman, B. Duncan, H. H. Winsborough (1960) ss. 138.

<sup>166</sup> J. A. Cavanaugh (1950).

<sup>167</sup> O. D. Duncan, W. R. Scott, S. Lieberman, B. Duncan, H. H. Winsborough (1960) ss. 133–154.

Analiza współczynników korelacji i wielkości odchyień wykazuje, że model ten pozwala dobrze opisać strukturę przestrzenną przepływów a przeprowadzona analiza błędów powstałych z pominięcia zmiennych w modelu oraz wielkości resztowych nasuwa przypuszczenie, że ulepszenia modelu w tych badaniach można dokonać przez znalezienie lepszej miary „wielkości ekonomicznej” niż liczba ludności.

Zastosowanie tego typu modelu grawitacji do mierzenia stopnia komplementarności wprowadza R. H. T. Smith<sup>168</sup>. Na podstawie danych dotyczących przesyłek kolejowych produktów rolnych z poszczególnych stanów do Nowej Anglii (USA) oblicza przy pomocy analizy regresji zależność według wzoru (61a), gdzie  $I_{ij}$  stanowi ważony tonaż tych przesyłek do Nowej Anglii, przy czym wagą jest procentowy udział tonażu danej przesyłki do sumy tonażu przesyłek do Nowej Anglii. Dla obliczenia wielkości  $[M_i M_j / d_{ij}]$  jako  $M_i$  przyjmuje się sumę nadwyżek produktów rolnych wysyłanych koleją z poszczególnych stanów,  $M_j$  – liczbę ludności Nowej Anglii, a  $d_{ij}$  stanowi odległość w linii prostej między poszczególnymi stanami a Nową Anglią. Wyliczone równanie regresji:  $\log Y = 0,73 + +1,56 \log X$  pozwala na znalezienie dla poszczególnych wielkości ( $X$ ) tj.  $[M_i M_j / d_{ij}]$  dla każdego stanu „oczekiwanych” wielkości przesyłek ( $Y$ ), które dzieli się przez pierwotnie wprowadzone do  $I_{ij}$  wagi, celem uzyskania czystego tonażu przesyłek. Stosunek rzeczywistych wielkości przesyłek ( $n$ ) z każdego stanu do „oczekiwanych” ( $m$ ) tj.  $n/m$  jest wskaźnikiem komplementarności między dwoma obszarami wymiany<sup>169</sup>.

Drugie sformułowanie modelu grawitacji (wzór 62) stało się podstawą szacowania wielkości ruchu przez J. D. Carrola, W. Garrisona, M. Helviga, a w postaci rozszerzonej C. Hammera i F. C. Iklé, W. Mylroie oraz J. R. Mackay.

W tej postaci zasadniczym elementem badawczym jest identyfikacja i estymacja zależności, jaka zachodzi między  $[I_{ij} / M_i M_j]$  a  $d_{ij}^{-b}$ , co prowadzi do oszacowania wykładnika potęgowego odległości jako parametru  $b$ . Zróznicowanie wzajemnego oddziaływania według różnych rodzajów ruchu pozwala uzyskać odpowiednie wykładniki potęgowe i wagi dla opisu różnych rodzajów ruchu.

W przypadku wykorzystania modelu dla celów prognostycznych powstaje tu zagadnienie teoretycznego wyjaśnienia wartości wykładników potęgowych i funkcji masy w odniesieniu do określonych rodzajów ruchu<sup>170</sup>. Pewne światło na to zagadnienie rzuca analiza przesłanek zastosowania modelu grawitacji w badaniach ruchu przeprowadzona przez F. C. Iklé<sup>171</sup>. Ogólnie biorąc zarówno wpływ wielkości masy jak i odległości nie jest jednakowy w stosunku do różnych rodzajów ruchu w transporcie jako wskaźnikach wzajemnego oddziaływania.

Ograniczając swoją analizę do liczby przejazdów w transporcie drogowym, F. C. Iklé rozpatruje odrębnie wpływ liczby ludności jako masy w modelu grawitacji na przejazdy (A) osobowe i (B) towarowe. W związku z tym należy rozróżnić cztery rodzaje przejazdów osobowych:

$A_1$  – przejazdy międzyrezydencjalne;

$A_2$  – przejazdy z miejsca zamieszkania do pracy, sklepów, instytucji i zakładów użyteczności publicznej;

<sup>168</sup> R. T. Smith (1964).

<sup>169</sup> Pojęcie komplementarności międzyregionalnej wprowadził E. Ullmann (1956).

<sup>170</sup> Por. W. Isard (1960) s. 366.

<sup>171</sup> F. C. Iklé (1954).



$A_3$  — przejazdy do miejsc rekreacyjnych;

$A_4$  — przejazdy powrotne i kombinowane.

Przejazdy towarowe należy podzielić na trzy rodzaje:

$B_1$  — przejazdy z miejsc wydobywania surowca do miejsca składowania lub instytucji (zakładu przemysłowego, hurtowni, detalu) albo do konsumenta;

$B_2$  — przejazdy z miejsca składowania lub instytucji do innego miejsca składowania instytucji lub konsumenta;

$B_3$  — przejazdy międzyrezydencjalne.

U podstawy analizy o wpływie liczby ludności na wielkość przejazdów w modelu grawitacji tkwi założenie, że każda jednostka populacji ma jednakowy udział w ruchu, czyli wielkość ruchu pozostaje w prostym związku z wielkością populacji, a przejazd sprowadza się do relacji pary jednostek, jednej znajdującej się w miejscu powstania przejazdu a drugiej u celu przejazdu.

W odniesieniu do przejazdów pierwszego rodzaju ( $A_1$ ) określenie wpływu liczby ludności na częstość przejazdów tj. w postaci iloczynu ( $M_i M_j$ ) nie budzi zasadniczych zastrzeżeń<sup>172</sup>. W stosunku do innych rodzajów przejazdów a mianowicie  $A_2$ ,  $A_3$  i  $A_4$  założenie, że częstość przejazdów jest proporcjonalna do liczby ludności miejsca przeznaczenia może być przyjęte pod pewnymi warunkami. Warunkiem takim jest aby liczba ludności miejsca przeznaczenia odnosiła się do całego miasta, a nie jego części, gdyż tylko wtedy istnieć będzie proporcja między ilością sklepów, instytucji i zakładów użyteczności publicznej a liczbą ludności. Stąd też trudności z zastosowaniem modelu grawitacji dla szacowania ruchu wewnątrz miasta, przyjmując liczby ludności jako masy. Podobne ograniczenia powstają w odniesieniu do przejazdów towarowych. Jedynie przejazdy typu  $B_3$  są obustronnie proporcjonalne do liczby ludności; natomiast przejazdy typu  $B_2$  są częściowo proporcjonalne do liczby ludności, a typu  $B_1$  nie są proporcjonalne w stosunku do liczby ludności miejsca powstania przejazdu.

Analiza F. C. Iklé wykazuje, że założenie o prostej proporcjonalności między częstością przejazdów jako miernikiem wzajemnego oddziaływania a iloczynem liczby ludności jest nadmiernie upraszczające, gdy nie ma prostej zależności między liczbą ludności, a wielkością wzajemnego oddziaływania. Aby zbliżyć to założenie do rzeczywistości poznać należy i określić związki funkcjonalne lub przyczynowe, jakie zachodzą między określonym typem oddziaływania, a pewnymi własnościami populacji jak np. określonymi funkcjami miastotwórczymi.

Ścisłe określenie wpływu odległości na kształtowanie się wielkości wzajemnego oddziaływania wyrażającego się w wielkości przejazdów nie jest zatem możliwe bez badań empirycznych. Należy zwrócić tu uwagę na dwa ograniczenia związane z wpływem odległości na wielkość ruchu w transporcie. Jedno ograniczenie wynika z zakresu przestrzennego działania różnych rodzajów środków transportu np. wyraźnej dolnej granicy pracy transportu lotniczego oraz różnych typów przejazdów, drugie z nasycenia przejazdami.

Dalsza konkretyzacja modelu grawitacji, a w szczególności identyfikacja i oszacowanie wykładnika potęgowego odległości zawarta jest w badaniach J. D. Carrolla dotyczą-

cych rozmów telefonicznych, ruchu samochodowego i samolotowego<sup>173</sup>. W badaniach nad przejazdami samochodowymi na obszarze stanu Michigan, USA, gdzie  $M_j$  stanowi liczbę samochodów, a wielkość  $M_i$  jest opuszczona jako stała, J. D. Carroll przeprowadził następującą klasyfikację miast, stanowiących miejsce przeznaczenia przejazdu obliczając dla każdego typu wielkość parametru  $b$ :

- 1) ośrodki sąsiedzkie (3,36)
- 2) mniejsze ośrodki rynkowe I rzędu (3,10),
- 3) mniejsze ośrodki rynkowe II rzędu (3,01),
- 4) pośrednie ośrodki rynkowe I rzędu (2,84),
- 5) pośrednie ośrodki rynkowe II rzędu (2,83),
- 6) mniejsze ośrodki regionalne (3,04),
- 7) większe ośrodki regionalne (2,84).

Daleko idącą dezagregację i warstwowanie wielkości zmiennych modelu grawitacji w sformułowaniu równania (62) przeprowadza W. L. Garrison w badaniach przejazdów drogowych<sup>174</sup>. Materiał statystyczny opiera się na obserwacjach obejmujących 400 wywiadów, które przeprowadzono wśród mieszkańców osad wiejskich trzech powiatów stanu Washington (USA) na podstawie wyboru losowego. Przejazdy są podzielone na sześć grup: 1) przejazdy zwyczajne dla dokonywania zakupów; 2) przejazdy specjalne dla dokonywania zakupów; 3) przejazdy „dla przyjemności”; 4) przejazdy farmerów dla dokonywania zakupów związanych z prowadzeniem gospodarki rolnej; 5) sprzedaż produktów rolnych; 6) dojazdy do pracy.

Dla każdego z sześciu typów przejazdu ustalono trzy kategorie dróg: 1) brukowane 2) żwirowe 3) wiejskie oraz podział na przejazdy farmerów i osób nie będących farmerami.

Na podstawie tych podziałów W. L. Garrison uzyskuje kombinacje  $6 \times 3 \times 2$  typów przejazdów i dla większości z nich szacuje wielkość parametru  $b$  w każdym z trzech powiatów przy wykorzystaniu analizy regresji w postaci równania:

$$(63) \quad \log Y = \sum_{i=1}^n \beta_i \log (X_i + 1)$$

gdzie

$Y$  = częstość przejazdu (w ciągu tygodnia);

$X_i$  = odległość drogowa między miejscem zamieszkania a miejscem celu przejazdu do rodzaju drogi;

$\beta_i$  = parametr odległości.

Uzyskane wielkości parametrów są niskie i jedynie w niektórych przypadkach osiągają wielkości, które wynoszą od  $-0,1$  do  $-0,4$ . Wyższe wartości osiągają dojazdy do pracy oraz przejazdy na drogach pierwszej kategorii. Jednoznaczna interpretację tych wyników utrudnia mała reprezentatywność materiału. Słaby wpływ oporu odległości można jednak wyjaśnić częściowo ograniczeniem się w tych badaniach do pewnej niewielkiej skali odle-

<sup>172</sup> Por. s. 49—50.

<sup>173</sup> J. D. Carroll (1955).

<sup>174</sup> W. L. Garrison (1956 a, 1956 b).

głości w ramach której opór jej jest mało zróżnicowany, a w grę wchodzi inne czynniki<sup>175</sup>. Bliżej wyjaśniają to badania przeprowadzone przez M. Helviga<sup>176</sup>.

Badania i analiza M. Helviga dotyczą statystycznej oceny parametrów modelu grawitacji na podstawie materiału statystycznego obejmującego przejazdy samochodów ciężarowych do Chicago z całego obszaru USA. Materiał ten pochodzi z obserwacji przejazdów w miesiącach letnich 1956 i dzięki wysokiej reprezentatywności i odpowiedniości dostarcza dokładnych danych dla oszacowania modelu<sup>177</sup>.

Estymacja modelu odnosi się do uproszczonej postaci równania (62) gdzie eliminuje się wielkość  $M_j$ , tj. wielkość obszaru Chicago, gdyż stanowi ona stałą i przybiera więc postać:

$$(64) \quad I_{ij}/M_i = k d_{ij}^{-b}$$

lub w postaci logarytmicznej:

$$(64a) \quad \log I_{ij}/M_i = \log k - b \log d_{ij}$$

gdzie

$I_{ij}$  = liczba przejazdów samochodów ciężarowych z danej jednostki przestrzennej z jednej z trzech stref zewnętrznych do każdej z 44 jednostek obszaru Chicago;

$M_i$  = zmieniająca się wielkość (w różnych wariantach analizy regresji) masy danej jednostki przestrzennej jak: liczba ludności, liczba zatrudnionych w przemyśle, wartość dodana w produkcji przemysłowej, liczba zatrudnionych w handlu hurtowym, wartość sprzedaży w handlu hurtowym, wielkość efektywnego dochodu i inne;

$d_{ij}$  = ważona średnia odległość przejazdów ( $D_w$ ) według wzoru:

$$(65) \quad D_w = \frac{\sum_{j=1}^n [(T \cdot D)_{i-j}]}{\sum_{j=1}^n T_{i-j}}$$

gdzie

$D$  = odległość w linii prostej między ośrodkiem ciężkości jednostki przestrzennej powstania przejazdu i obszaru Chicago;

$T$  = wielkość przejazdów z danej jednostki przestrzennej.

M. Helvig przeprowadza estymację modelu przy użyciu analizy regresji zależności między  $I_{ij}/M_i$  a  $d_{ij}$  ( $\equiv D_w$ ) oddzielnie na trzech poziomach: stanowym, powiatowym i lokalnym.

Poziom stanowy obejmuje przejazdy z wszystkich stanów jako podstawowych jednostek przestrzennych badania do obszaru Chicago. Poziom powiatowy ze strefy czterech stanów otaczających obszar Chicago (Illinois, Indiana, Michigan, Wisconsin), gdzie podstawowo-

<sup>175</sup> Por. badania I. S. Lowry (1963).

<sup>176</sup> M. Helvig (1964).

<sup>177</sup> Dzienna średnia przyjazdów samochodów ciężarowych do obszaru Chicago według M. Helviga (1964) ss. 20–21 wynosi dla rozpatrywanego okresu 25635; suma tonażu przewiezionego transportem samochodowym w 1958 r. 101,8 mln. ton tj. 26,3% całego tonażu przewiezionego do Chicago.

wymi jednostkami są powiaty. Poziom lokalny obejmuje przejazdy o długości nie przewyższającej 50 mil ze strefy lokalnej dziewięciu powiatów podzielonych na 125 jednostek przestrzennych.

Analiza regresji na poziomie stanowym dla sześciu różnych wielkości masy wykazuje, że wielkość parametru  $b$  waha się od  $-1,8$  do  $-2,1$ , a na poziomie powiatowym od  $-1,9$  do  $-2,1$ . Analiza na obu poziomach wykazuje zasadniczą rolę odległości jako czynnika determinującego wzajemne oddziaływanie wyrażone przejazdami samochodów ciężarowych. Obie zmienne (odległości i masy) pozwalają wyjaśnić ponad 80% zmienności na poziomie stanowym i ponad 70% na poziomie powiatowym. Analiza wielkości resztowych wykazuje, że część odchyleń jest wynikiem błędów w wartościach zmiennych, ale krańcowe odchylenia należy traktować jako miernik przestrzennego zróżnicowania warunków ekonomicznych, wielkości produkcji rolnej i przemysłowej, położenia obszaru oraz stopnia konkurencji między transportem samochodowym a innymi rodzajami transportu. Na poziomie powiatowym występuje również wyraźne zróżnicowanie w intensywności przejazdów ze względu na stopień urbanizacji przy czym między wzrostem urbanizacji a wielkością przejazdów zachodzi stosunek odwrotny<sup>178</sup>.

Analiza regresji na poziomie lokalnym, a więc w najbliższej strefie obszaru Chicago wykazuje, że wielkość parametru  $b$  wynosi  $-0,5$ , a więc zbliżona jest do wyników W. L. Garrisona. Interesujące światło na to zagadnienie rzuca zastosowanie analizy wariancyjnej. Analiza ta dowodzi, że wpływ odległości ma charakter drugorzędny a na pierwszym miejscu znajduje się natomiast wpływ zróżnicowania funkcjonalnego obszaru, a więc zróżnicowania funkcji miast. Duży wpływ ma tu również wzajemne powiązanie jednostek przestrzennych między sobą, jakie zachodzi na tym obszarze jako metropolitalnym. Równocześnie jednak dla grupy większych miast o jednolitych funkcjach na poziomie lokalnym uzyskuje się wielkości  $b$  równe  $-2,0$ . Pozwala to stwierdzić, że wpływ wielkości może być wyraźniej określony przez właściwe zróżnicowanie wielkości masy w ujęciu funkcjonalnym.

Badania M. Helviga stanowią wzorowe zastosowanie modelu grawitacji zarówno pod względem wartości materiału statystycznego jak i statystycznej procedury estymacyjnej. Odpowiednie dane statystyczne oraz uwzględnienie własności stochastycznych opisywanej zależności umożliwiły prawidłową estymację modelu oraz weryfikację.

Praktycznym wnioskiem z tej analizy jest potwierdzenie wartości poznawczej modelu w prostym sformułowaniu w makroskali oraz zwrócenie uwagi na konieczność wzbogacenia modelu przez eliminację zróżnicowania regionalnego w mikroskali badawczej.

Estymacja rozszerzonej postaci modelu grawitacji przez wprowadzenie wag masy jako parametrów dostosowanych do obserwacji została przeprowadzona przez G. Hammera i F. C. Iklé<sup>179</sup>. Badania ich dotyczą natężenia rozmów telefonicznych i przejazdów samolotowych między parami miast na obszarze USA. Istotnym elementem analizy jest, obok parametru odległości, wyznaczenie dla poszczególnych miast wag. Przyjęta w tym celu

<sup>178</sup> M. Helvig przeprowadza estymację modelu w dwóch wariantach pomiaru odległości: w linii prostej oraz długości dróg; pomiar odległości według długości dróg ulepsza nieco wyniki. Analiza ta pozwala również stwierdzić, że najlepszym miernikiem masy na poziomie stanowym jest liczba ludności miejskiej.

<sup>179</sup> C. Hammer, F. C. Iklé (1957).

postać modelu grawitacji w formie logarytmicznej przedstawia się następująco:

$$(66) \quad \log I_{ij} = \log k + \log M_i + \log W_i + \log M_j + \log W_j - b(\log d_{ij})$$

gdzie

$W_i, W_j$  = wagi miast  $i$  oraz  $j$ .

Zastosowanie regresji liniowej pozwala za pomocą metody najmniejszych kwadratów ustalić dla różnych miast wagi, które dają najlepszą zgodność z danymi faktycznymi<sup>180</sup>.

Wagi te wahają się od 0,34 do 3,06 dla rozmów telefonicznych oraz od 0,14 do 7,61 dla ruchu samolotowego. Wagi te interpretują autorzy jako wielkości będące miernikiem zróżnicowania „skłonności” do wzajemnego oddziaływania poszczególnych par miast. Analiza korelacji pozwala stwierdzić, że wagi te są dodatnio skorelowane z 1) proporcją liczby kierowników, właścicieli i urzędników w ogólnej liczbie ludności, 2) przeciętną liczbą pokoi hotelowych na głowę oraz 3) przeciętną wielkością sprzedaży detalicznej na głowę. Wielkość parametru  $b$  waha się natomiast od 1,3 do 1,8.

Należy zwrócić uwagę, że szacowanie wielkości wag poszczególnych par miast dla celów prognostycznych nie ma zbyt wielkiego znaczenia, gdyż stanowi bardzo wąskie ograniczenie przestrzenno-czasowe.

Odmienne sformułowanie modelu grawitacji zawierające wykładniki masy i odległości prezentuje J. R. Mackay<sup>181</sup>.

Sformułowanie to w postaci uproszczonej to znaczy opuszczając  $M_i$  jako wspólne dla wszystkich oddziaływań przedstawia się jako równanie:

$$(67) \quad I_{ij} = k \frac{M_j^\beta}{d_{ij}^b}$$

a w postaci logarytmicznej:

$$(67a) \quad \log I_{ij} = \log k + \beta \log M_j - b \log d_{ij}.$$

J. R. Mackay przyjmuje tę postać modelu jako podstawę dla badania wewnętrznych granic (prowincji) w Kanadzie jako barier kontaktów ludności w zakresie rozmów telefonicznych. Wpływ granic uwidacznia się w zależności jaka zachodzi między ilością rozmów telefonicznych z miasta  $i$  do  $j$  położonych w różnych prowincjach a wielkością  $M_j/d_{ij}^b$ . J. R. Mackay szacuje równanie (67a) przy pomocy metody najmniejszych kwadratów i ustala wykładniki dla rozmów telefonicznych między Montrealem a miastami Quebec, a jako parametry  $\beta = 1,1$  i  $b = 0,9$ , a między Montrealem a miastami Ontario  $\beta = 0,9$  i  $b = 1,7$ ;

<sup>180</sup> Maksymalizacja funkcji wiarygodności pozwala na podstawie metody najmniejszych kwadratów na szacowanie wartości wag jako estymatorów. W postaci logarytmicznej wymaga to sformułowania równania (66) jako:

$$(66a) \quad \log I_{ij} = \log k + \log M_i + \log W_i + \log M_j + \log W_j - b(\log d_{ij} - \Delta)$$

gdzie

$$\Delta = \Sigma (\log d_{ij}) / N.$$

Estymatory parametrów uzyskane w wyniku maksymalizacji funkcji wiarygodności tj.  $\log \hat{k}, \hat{b}$  oraz  $\log W_i$  nie są stochastycznie niezależne.

<sup>181</sup> J. R. Mackay (1958).

te ostatnie interpretacje jako wykładniki potęgowe sugerują zależność nieliniową. Należy stwierdzić jednak, że w sformułowaniu powyższym zachodzi trudność identyfikacji wykładników obu zmiennych, przy czym brak omówienia procedury estymacyjnej uniemożliwia ocenę i weryfikację postępowania badawczego J. R. Mackay.

Podobnie W. Mylroie w badaniach przejazdów osobowych między miastami analizowała wykładniki masy ( $M^\alpha$  i  $M^\beta$ ) stwierdzając najlepszą korelację dla  $\alpha = \beta = 0,5$  oraz odległości  $b = 2,0$ <sup>182</sup>.

Na możliwość zastosowania modelu grawitacji do pomiaru przewozów potencjalnych dla określenia ważności dróg zwraca uwagę R. Domański<sup>183</sup>. Proponuje w tym celu model o postaci równania (59), gdzie wielkość typu  $I_{ij}$  interpretuje jako przyciąganie komunikacyjne, a wagi masy ( $W_i, W_j$ ) jako dochody ludności (dla przewozów pasażerskich) lub tonaż produkcji przemysłowej (dla przewozów ładunków) w przeliczeniu na jednego mieszkańca; wykładniki potęgowe ( $\alpha, \beta$ ) mają stanowić wykładniki ruchliwości mieszkańców lub przewozowości produkcji przemysłowej. Dla ustalenia przewozów potencjalnych należy według R. Domańskiego dodać siły przyciągania komunikacyjnego między  $n$  ośrodkami na jej miejscowym i tranzytowym obszarze obsługi. Ograniczając odpowiednio obszar obsługi można ustalić przewozy potencjalne kolejnych odcinków drogi.

Należy podkreślić, że nieparametryczną postać modelu grawitacji typu równania (39) w sformułowaniu ściśle deterministycznym proponuje L. Tomaszewski dla obliczenia przewozów osobowych między miastami<sup>184</sup>. Autor nazywa ten model regułą grawitacji komunikacyjnej i zaleca ją dla przewidywania natężeń ruchu na gęstej sieci kolejowej przy czym zamiast wag masy wprowadza tzw. współczynniki poprawkowe, które odnosi również do zmiennej odległości.

Powyższy przegląd zastosowań modelu grawitacji prowadzi do przekonania, że najbardziej efektywny charakter mają zastosowania dotyczące szacowania wielkości przejazdów w ruchu osobowym i towarowym. Konkretnie badania empiryczne wymagają rozpatrzenia stosunku przesłanek przyjętych w modelu do badanej rzeczywistości. W odniesieniu do zmiennej masy zasadnicze znaczenie ma empiryczne określenie wag masy lub wprowadzenie jako miernika masy innych wielkości niż liczba ludności. Wybór właściwych wielkości masy może być efektywnie przeprowadzony przez porównawczą analizę różnych wielkości przy użyciu analizy regresji na odpowiednio dobranym materiale empirycznym. Wydaje się, że dużą rolę może tu odegrać wprowadzenie np. wag w postaci charakterystyki funkcji struktury zawodowej ludności. Ścisłe określenie wpływu odległości opiera się w zasadzie na analizie regresji związku między odległością a wielkością ruchu. Analiza taka wymaga jednak rozpoznania i ustalenia zakresu tego wpływu. Mechanizm, który wiąże częstość ruchu i odległość jest złożony. Zasadniczymi elementami tego wpływu są koszt i czas. Szczegółowej analizie wymaga przede wszystkim element kosztu; wpływ tej wielkości wykazuje niemonotoniczną postać funkcji i jest wysoce zróżnicowany w zależności od środka przewozowego i rodzaju przewożonego produktu. Należy też zwrócić uwagę na efekty substytucyjne zachodzące między różnymi rodzajami transportu. Wpływ czasu

<sup>182</sup> W. Mylroie (1956).

<sup>183</sup> R. Domański (1963).

<sup>184</sup> L. Tomaszewski (1956).



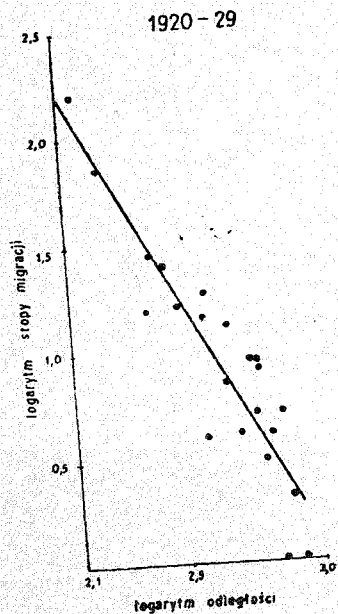
dojazdu uwidacznia się w przejazdach osobowych typu dojazdów do pracy, które posiadają wyraźne granice.

Należy też podkreślić, że możliwości przeprowadzenia poprawnej estymacji statystycznej parametrów regresyjnej postaci modelu zależą od posiadania odpowiednich danych statystycznych tj. obfitych pod względem ilościowym.

## 2. BADANIE RUCHLIWOŚCI MIGRACJI

Zastosowanie modelu grawitacji do badania ruchliwości migracji międzyregionalnych ujmuje ten proces jako przejaw wzajemnego oddziaływania sprowadzając zespół czynników wpływających na kształtowanie się wielkości migracji do dwóch zmiennych modelu tj. funkcji liczby ludności miejsca pochodzenia i celu migracji oraz pewnej funkcji odległości między nimi.

Model grawitacji został przyjęty w badaniach ruchliwości migracji przez E. J. Ravensteina, E. C. Younga, G. K. Zipfa, E. Lövgrena oraz T. R. Andersona.



Ryc. 4. Zależność między odległością a wielkością emigracji z Njurunda do poszczególnych powiatów (Szwecja) na 100 000 mieszkańców. Źródło: E. Lövgren (1956) s. 362.

Pierwotne sformułowanie E. J. Ravensteina oraz E. C. Younga mają charakter deterministyczny i ujmują wielkość migracji jako prostą funkcję liczby ludności i odległości<sup>185</sup>. Podobny charakter ma sformułowanie G. K. Zipfa. Badania jego zawierały już jednak próbę oszacowania modelu grawitacji stanowią badania E. Lövgrena

Najpełniejszą próbę zastosowania modelu grawitacji stanowią badania E. Lövgrena dotyczące ruchliwości siły roboczej i zawierające estymację i weryfikację zależności opartej

<sup>185</sup> E. J. Ravenstein (1885, 1889), E. C. Young (1924).

<sup>186</sup> G. K. Zipf (1946 c).

na równaniu (62a)<sup>187</sup>. Analiza E. Lövgrena obejmuje dane dotyczące migracji z parali dystryktu Sundvall do wszystkich powiatów Szwecji oraz odwrotnie według dziesięciolecia za okres 1870–1948. Odległość mierzono w linii prostej między ośrodkami dystryktu Sundvall i odpowiednich powiatów. Postać funkcji regresji w formie równania (62b) została oszacowana w dwóch ujęciach  $I_{ij}/M_j$  oraz  $I_{ij}/M_iM_j$ , przy czym sprawdzone zostały założenia na jakich oparto postać funkcji tj. liniowość, jednakową zmienność wszystkich części linii regresji oraz normalny rozkład zmiennej zależnej (ryc. 4). Parametry  $b$  jako wykładniki potęgowe odległości w postaci  $I_{ij}/M_iM_j$  nie wykazują większych zmian w czasie i wahają się od  $-2,03$  do  $-2,35$ . Wykładnik ten interpretuje E. Lövgren jako stopień zmniejszania zakresu migracji. Dopasowanie modelu jest dobre, co wyraża się tym, że 2/3 wariancji wielkości migracji może być wyjaśnione przez model<sup>188</sup>.

Pewną skonkretyzowaną odmianą modelu grawitacji w zastosowaniu do badań migracji międzymetropolitalnych jest wzór T. R. Andersona, który stanowi alternatywę w stosunku do sformułowań G. K. Zipfa oraz S. A. Stouffera. Brak jednak danych co do podstaw sformułowania tego modelu oraz metody jego sprawdzenia uniemożliwia bliższą jego analizę<sup>189</sup>.

Za formę zbliżoną do modelu grawitacji należy też uznać w badaniach migracji sformułowanie modelu „pośrednich możliwości” S. A. Stouffera, odrębnie omówione w rozdziale II/6.

<sup>187</sup> E. Lövgren (1956).

<sup>188</sup> Analogiczny wzór do modelu grawitacji E. Lövgrena w zastosowaniu do badania migracji wprowadził P. Nelson, niezależnie od koncepcji modelu grawitacji (1959) ss. 34–74. P. Nelson wprowadza jako podstawową miarę migracji stopę migracji w postaci  $M_{A \rightarrow B}/P_A P_B$  gdzie  $P_A, P_B$  = ludność A i B;  $M_{A \rightarrow B}$  = wielkość migracji z A do B, i wykazuje, że istnieje ujemny współczynnik korelacji ( $-0,568$ ) między log stopy migracji a log odległości ( $D$ ). Zapisując powyższy wzór w postaci równania prostoliniowego przedstawionego poniżej można stwierdzić, że posiada on postać analogiczną do modelu grawitacji:

$$\log \frac{M_{A \rightarrow B}}{P_A P_B} = \log b - a \log D \text{ lub po usunięciu log:}$$

$$\frac{M_{A \rightarrow B}}{P_A P_B} = \frac{b}{D^a}$$

Wzór ten po przekształceniu przedstawia się jako:

$$M_{A \rightarrow B} = \frac{b(P_A P_B)}{D^a}$$

<sup>189</sup> T. R. Anderson (1955); model T. R. Andersona przedstawia się następująco:

(68)

$$m = a P^{0,75} W D^{-x}$$

gdzie

$m$  = liczba migracji;

$a$  = stała proporcjonalności;

$P$  = liczba ludności regionu przybycia;

$W$  = waga, która wynosi 1,0 lub 1,5 w zależności od tego czy region pochodzenia migrantów znajduje się w tym samym stanie, co region przybycia migrantów;

$$x = 1 + \frac{125\,000}{P_s}$$

gdzie  $P_s$  = liczba ludności regionu pochodzenia migrantów.

Należy podkreślić, że zastosowania modelu grawitacji w badaniu ruchliwości migracji budzą zasadnicze zastrzeżenia m. in. w wyniku sformułowania innych modeli migracji o typie probabilistycznym<sup>190</sup>.

Głównym zastrzeżeniem jest wysoce upraszczający charakter modelu grawitacji w odniesieniu do badania wielkości migracji międzyregionalnych. Ogólnie biorąc wielkość migracji zależy od: 1) odległości między miejscem pochodzenia i przeznaczenia migracji. Wraz z wzrostem odległości migrujący ma coraz mniejsze prawdopodobieństwo uzyskania odpowiednich korzyści migracji, przy czym wpływ odległości jako bariery migracji zmienia się w czasie wraz z ulepszaniem transportu i łączności, a różne pośrednie możliwości mogą zasadniczo modyfikować wpływ odległości; 2) zróżnicowania stopnia atrakcyjności między miejscem pochodzenia i celu migracji. Największą atrakcyjnością odznaczają się obszary o wysokim stopniu urbanizacji i poziomie ekonomicznego<sup>191</sup>; 3) możliwości uzyskania informacji dotyczących korzyści migracji. Istotne znaczenie mają tu informacje uzyskane od osób, które wyemigrują wcześniej. Model grawitacji uwzględnia przede wszystkim pierwszą grupę przesłanek, a zmienne modelu jedynie pośrednio mogą być wskaźnikami (liczba ludności) – możliwości zatrudnienia i korzyści urbanizacji, a odległość – możliwości uzyskania informacji.

Innym zastrzeżeniem jest nieuwzględnianie w modelu grawitacji przesłanek dotyczących zachowania jednostki, co wymaga probabilistycznej postaci modelu. Nieregresyjna postać modelu nie pozwala określić, jaki będzie poziom lub udział ruchliwości ze względu na dany zbiór warunków, a jedynie jaka wielkość migracji będzie podzielona między możliwe miejsca przybycia. Regresyjna postać opiera się natomiast na stałych, statycznych założeniach i może służyć przede wszystkim wyjaśnianiu struktury migracji w przeszłości, ale jest mało przydatna dla celów prognostycznych<sup>192</sup>. Z zastrzeżeń tych wynika, że konieczne jest wzbogacenie modelu przez odpowiednie wagi zmiennych masy jak np. wielkość dochodu regionalnego, ilość izb mieszkalnych na głowę oraz dostosowania odległości w postaci czynnika możliwości pośrednich. Zasadnicze możliwości rozszerzenia zastosowania modelu grawitacji dla badań migracyjnych wymagają ograniczenia szacowania parametrów modelu:

1) do układów przestrzennych pewnych typów wielkości miast o określonych funkcjach np. w ujęciu teorii ośrodków centralnych,

2) pewnych zakresów odległości oraz kierunku migracji. Muszą być w związku z tym sformułowane odpowiednie założenia empiryczne ograniczające zakres szacowania parametrów modelu. Wymaga to przeprowadzenia typologii zmiennych i określenia różnych ich kombinacji dla których szacuje się model, np. typy ośrodków, zakres odległości.

Rozwój innych modeli migracji w szczególności typu probabilistycznego nie zmniejsza przydatności modelu grawitacji dla badań migracji<sup>193</sup>. Modele grawitacji mogą bowiem stanowić element bardziej złożonych modeli służąc w zmodyfikowanej formie do określenia odległości społecznej lub pewnych elementów resztowych z modelu.

### 3. WYZNACZANIE OBSZARÓW RYNKOWYCH ORAZ DOMINACJI MIAST

Sformułowane przez W. J. Reilly oraz P. D. Converse modele dotyczące grawitacji handlu detalicznego (równanie 4 oraz 4b) pozwalają określić granice obszarów rynkowych miast. Wyznaczenie obszarów wpływu miast polega według J. D. Carrolla na określeniu punktów równowagi wpływu dla każdej pary dwóch miast w oparciu o wzór W. J. Reilly<sup>194</sup>:

$$(69) \quad \frac{P_i}{d_{zi}^b} = \frac{P_j}{d_{zj}^b}$$

lub gdy  $b$  jest liczbą naturalną

$$(70) \quad d_{zj} = \sqrt[b]{\frac{P_j}{P_i}} \cdot d_{zi} \quad \text{przy czym} \quad d_{zj} + d_{zi} = d_{ij}$$

gdzie

$P_i, P_j$  = liczba ludności miasta  $i$  oraz  $j$ ;

$z$  = punkt równowagi na linii łączącej  $i$  oraz  $j$ ;

$d_{zi}$  = odległość miasta  $i$  od punktu  $z$ ;

$d_{zj}$  = odległość miasta  $j$  od punktu  $z$ ;

$b$  = wykładnik potęgowy odległości.

Na podstawie określenia P. D. Converse można sformułować wzór analogiczny do wzoru (70), który również pozwala określić punkt równowagi wpływu dwóch miast<sup>195</sup>:

$$(71) \quad d_{zi} = \frac{d_{ij}}{1 + \sqrt{\frac{P_j}{P_i}}}$$

P. D. Converse proponuje również w odniesieniu do badania pary miast o wysoce zróżnicowanej wielkości przyjąć pierwiastek trzeciego stopnia z ilorazu  $P_j/P_i$ .

Powyższe określenie stało się podstawą wyznaczenia map obszarów rynkowych dla różnych towarów przez F. Strohkarcka i K. Phelps<sup>196</sup>. Autorzy ci wysuwają postulat modyfikacji tego sformułowania proponując przyjęcie wielkości sprzedaży zamiast zmiennej ludności oraz ważenia odległości przez gęstość zaludnienia.

Wzory (70) lub (71) pozwalają w sposób prosty na określenie punktów równowagi. Właściwe ich zastosowanie wymaga jednak oszacowania wykładnika potęgowego odległości ( $b$ ) na podstawie odpowiednich danych oraz przeprowadzenia weryfikacji uzyskanych wyników.

Próbie przydatności zastosowania modelu grawitacji do określenia obszarów dominacji miast oraz hierarchiczności struktury powiązań przeprowadził E. J. Taaffe na

<sup>190</sup> Por. T. Hägerstrand (1957) s. 126 i dalsze oraz R. Morrill (1963) s. 82.

<sup>191</sup> Por. G. Beijer (1963) s. 15.

<sup>192</sup> D. J. Bogue (1959) ss. 499–501.

<sup>193</sup> Modele takie prezentuje B. Wendel (1953), G. Kuldorff (1955), R. Porter (1956), T. Hägerstrand (1957) i inni.

<sup>194</sup> J. D. Carroll (1955) s. D 11.

<sup>195</sup> P. A. Converse (1949) s. 379.

<sup>196</sup> F. Strohkarck, K. Phelps (1948); autorzy ci znali określenie punktu równowagi na podstawie wcześniejszych prac P. D. Converse (1943); nie przytaczają oni też map obszarów rynkowych a jedynie o nich wzmiankują.

podstawie danych dotyczących lotniczego ruchu pasażerskiego w USA w 1940 i 1955 r.<sup>197</sup>. Wstępna analiza wpływu odległości na wielkość ruchu wykazuje istnienie trzech stref wpływu odległości dla miast: 1) strefy wewnętrznej w której wielkość ruchu wzrasta wraz z odległością, ale pozostaje na niskim poziomie; 2) strefy przejściowej w której ruch spada gwałtownie z wysokiego poziomu oraz 3) strefy zewnętrznej gdzie ruch spada powoli wraz z odległością. Wielkość dominacji ujmuje E. J. Taaffe podwójnie: na podstawie wielkości pasażerskiego ruchu lotniczego oraz na podstawie modelu grawitacji w dwóch prostych sformułowaniach  $M_i \cdot M_j / d_{ij}$  oraz  $M_i \cdot M_j / d_{ij}^2$  (gdzie  $M_i$  oraz  $M_j$  jest liczbą ludności dla pary miast, a  $d_{ij}$  odległością w linii prostej) przy czym przyjmuje, że miasto  $A$  dominuje nad miastem  $B$  jeżeli wielkość ruchu lotniczego lub wielkość wzajemnego oddziaływania wyliczona na podstawie modelu grawitacji między  $A$  i  $B$  jest wyższa niż między  $B$  a jakimkolwiek innym miastem. Porównanie obszarów dominacji miast na podstawie rzeczywistej wielkości ruchu oraz modelu grawitacji z wykładnikiem  $d^{-1}$  oraz  $d^{-2}$  wykazuje, że lepszą zgodność daje wykładnik kwadratowy z tym, że przeszacowuje on znaczenie największych ośrodków ruchu w 1940 r. a niedoszacowuje w 1955 r. Pozwala to przyjąć, że wykładnik potęgowy odległości dla opisu ruchu lotniczego zmniejszył się z wartości około dwa w 1940 r. do poniżej dwa w 1955 r. Badania te wykazały także zwiększenie się dominacji wielkich ośrodków w rozpatrywanym czasokresie oraz wzrost hierarchiczności układu powiązań.

Badania te wskazują na możliwość rozszerzenia przydatności modelu grawitacji przede wszystkim dla wyznaczenia regionów węzłowych, bądź prostej weryfikacji układów wyznaczonych.

#### 4. WYZNACZANIE „EFEKTYWNEJ” ODLEGŁOŚCI ORAZ WIELKOŚCI „RESZTOWYCH”

Pojęcie „efektywnej” odległości i sposób jej pomiaru na podstawie modelu grawitacji zostało wprowadzone przez K. Deutscha i W. Isarda<sup>198</sup>. Pojęcie efektywnej odległości stanowi próbę uogólnienia różnych rodzajów odległości w postaci wektora  $X_{ij}$  w  $n$  wymiarowej przestrzeni o  $W_{ij}$  wagach:

$$(72) \quad d_{ij} = X_{ij} \cdot W_{ij}.$$

Każdy składnik wektora  $X_{ij}$  mierzy jeden aspekt przestrzeni np. jeden mierzy odległość fizyczną, drugi odległość ekonomiczną, trzeci odległość społeczną itd.

Ze względu na trudności teoretyczne jakie nasuwają się przy wyznaczaniu podstawowych składników wektora i ich wag, K. Deutsch i W. Isard proponują oszacowanie go jako średniej ważonej na podstawie modelu grawitacji. Przyjmując prostą postać modelu ( $I_{ij} = k M_i M_j / d_{ij}$ ) i wielkości  $I_{ij}$ ,  $k$ ,  $M_i$  oraz  $M_j$  jako dane, uzyskuje się rozwiązanie dla  $d_{ij}$  jako niewiadomej. Tak wyznaczoną wielkość  $d_{ij}$  interpretuje się jako pierwsze przybliżenie efektywnej odległości dla danych wielkości populacji i typu oddziaływania.

<sup>197</sup> E. J. Taaffe (1962).

<sup>198</sup> K. Deutsch, W. Isard (1961).

Autorzy nie podali jednak bliższych szczegółów procedury obliczeniowej efektywnej odległości, ani nie próbowali naświetlić zagadnienia zmienności efektywnej odległości od innych czynników (zmiennych).

Zbliżoną choć odmienną koncepcją wykorzystania modelu grawitacji stanowi zastosowanie go przez J. S. Colemana do badania odległości społecznej na podstawie metody resztowej<sup>199</sup>. Punktem wyjścia tej metody jest przyjęcie modelu grawitacji jako hipotezy zerowej przy pomocy której dokonuje się standaryzacji wielkości zaobserwowanych a następnie eliminuje poszczególne grupy wielkości (czynniki), aby uzyskać wielkość resztową interpretowaną jako „odległość” społeczną między rozpatrywanymi w modelu grupami ludzkimi.

Procedura analityczna tej metody przedstawia się następująco (na przykładzie badania wielkości przejazdów): 1) jako założenie wyjściowe dla obliczenia macierzy wielkości  $I_{ij}$  służy model grawitacji w prostym sformułowaniu:

$$(73) \quad I_{ij} = \frac{M_i M_j}{d_{ij}}$$

gdzie

$I_{ij}$  = liczba przejazdów między  $i$  a  $j$  ( $I_{ij} = I_{ji}$ );

$M_i, M_j$  = liczba ludności miast  $i$  oraz  $j$ ;

$d_{ij}$  = odległość fizyczna między  $i$  a  $j$ .

2) Standaryzowana stopa przejazdów dla iloczynu liczby ludności miast  $i$  oraz  $j$  tj.

$Y_{ij}$  wynosi:

$$(73a) \quad Y_{ij} = \frac{I_{ij}}{M_i \cdot M_j}.$$

3) Wielkość  $Y_{ij}$  jest następnie standaryzowana ze względu na odległości ( $W_{ij}$ ):

$$(73b) \quad W_{ij} = Y_{ij} \cdot d_{ij}.$$

4) Podzielenie wielkości  $W_{ij}$  przez średnią  $W_{ij}$  dla całej macierzy  $n$  miast [ $n(n-1)/2$ ] pozwala obliczyć wielkość  $Z_{ij}$  tj. standaryzowaną stopę przejazdu ze względu na liczbę ludności i odległości.

$$(73c) \quad Z_{ij} = \frac{W_{ij}}{\sum \sum W_{ij} / (N(N-1))}.$$

5) Podzielenie wielkości  $Z_{ij}$  z kolei przez iloczyn średnich wielkości  $Z_i$  oraz  $Z_j$  pozwala eliminować standaryzowany stopień przejazdu i uzyskać wielkości resztowe  $V_{ij}$ :

$$(73d) \quad V_{ij} = \frac{Z_{ij}}{Z_i \cdot Z_j / N^2}.$$

6) Można też z kolei eliminować wielkość czynnika odległości ( $d_{ij}$ ) przez obliczanie

<sup>199</sup> J. S. Coleman (1964) ss. 469–478.



parametru  $b$  w równaniu  $v_{ij} = a \pm bd_{ij}$  przy pomocy analizy regresji. Pozwala na obliczanie wielkości resztowych  $S_{ij}$ :

$$(73e) \quad S_{ij} = V_{ij} - bd_{ij}.$$

Wielkości  $S_{ij}$  reprezentują różne czynniki typu ekonomicznego, politycznego lub społecznego. Przez kolejne eliminacje można niektóre z nich jeszcze usunąć. W wyniku tych eliminacji końcowe macierze danych wykazują coraz większe ujednolicenie wartości liczbowych. Pozostałe wielkości stanowią niewyjaśnione elementy, przy czym można je interpretować jako odległości społeczne.

Przedstawiona powyżej metoda obliczenia wielkości resztowych wydaje się być obiecująca w badaniu i eliminacji różnych czynników jako odchyleń od wielkości oczekiwanych z modelu grawitacji, a przede wszystkim tzw. odległości społecznych. Właściwie wystandaryzowana odległość społeczna w danym układzie odniesienia mogłaby być z kolei stosowana w badaniach tych procesów, gdzie monotoniczny wpływ odległości nie jest wyraźny, jak np. w migracjach.

## Rozdział V

### ZAKRES I WARUNKI ZASTOSOWANIA MODELU POTENCJAŁU W BADANIACH PRZESTRZENNO-EKONOMICZNYCH

Zastosowanie modelu potencjału w badaniach przestrzenno-ekonomicznych stanowi zasadniczą zmianę w podejściu do przestrzennego ujmowania zjawisk społeczno-ekonomicznych.

Podczas gdy dotychczasowe miary ograniczały się bądź do charakterystyki danego miejsca lub punktu, względnie określenia relacji między nimi, to model potencjału pozwala na kwantyfikację położenia miejsca (punktu lub obszaru) jako zbioru relacji do układu wszystkich innych miejsc.

Badanie relacji zostaje tu przeniesione na strukturę przestrzenną układu rozpatrywaną jako funkcjonalną całość<sup>200</sup>.

Określenie wielkości potencjału pozwala zsumować pewne własności danego układu przestrzennego i jest w zasadzie dla danego punktu bardzo precyzyjne. Na przykład porównanie potencjału populacji z gęstością populacji uwiadamia zasadniczą odmienną tych dwóch miar. Gdy gęstość populacji danego podobszaru jest zależna tylko od liczebności populacji tego podobszaru, to wielkość potencjału populacji danego podobszaru zależy od rozkładu populacji w całym zbiorze podobszarów.

Mimo że model potencjału nie jest bezpośrednio sprawdzalny, to jednak posiada duże heurystyczne znaczenie.

W związku z tym należy się przeciwstawić pogładowi F. Lukermanna i P. Portera o małej wartości i przydatności modelu potencjału w badaniach przestrzenno-ekonomicznych<sup>201</sup>.

Zastosowania modelu potencjału w badaniach przestrzenno-ekonomicznych dotyczą zasadniczo dwóch grup zagadnień:

- 1) opisu rozmieszczenia ludności i pewnych skorelowanych wielkości ekonomicznych;
- 2) opisu zmian w rozmieszczeniu ludności.

Pierwsza grupa zagadnień obejmuje:

- 1) pomiar przestrzennego rozmieszczenia ludności w postaci map potencjału ludności;
- 2) badanie korelacji między wielkością potencjału a pewnymi wielkościami społeczno-ekonomicznymi;
- 3) pomiar przestrzennej zmienności dochodu oraz popytu i podaży rynkowej.

<sup>200</sup> Por. W. Warntz (1956) s. 599 oraz (1959 b) s. 54 i dalsze; O. D. Duncan (1957 a) s. 36.

<sup>201</sup> F. Lukermann, P. Porter (1960).

Druga grupa zagadnień dotyczy:

4) przewidywania zmian w rozmieszczeniu ludności w ujęciu regionalnym;

5) przewidywania rozwoju miast jako punktów sieci transportowej.

Odrębne zagadnienie stanowi próba sformułowania:

6) potencjału uczestnictwa jako elementu przestrzennej organizacji decyzji planistycznych.

# 1. POMIAR PRZESTRZENNEGO ROZMIESZCZENIA LUDNOŚCI W POSTACI POTENCJAŁU LUDNOŚCI ORAZ MAP POTENCJAŁU LUDNOŚCI

Punktem wyjścia w zastosowaniu modelu potencjału w badaniach przestrzenno-ekonomicznych jest pomiar przestrzennego rozmieszczenia ludności w postaci potencjału ludności oraz przedstawienie go w postaci map potencjału ludności.

Potencjał ludności w danym punkcie ( $L_0$ ) jest funkcją rozkładu przestrzennego każdej jednostki populacji na danym obszarze. Teoretycznie, potencjał ludności w punkcie  $L_0$  można obliczyć przez pomiar odległości każdej jednostki od tego punktu i zsumowanie odwrotności tych odległości.

Stąd też potencjał ludności wyraża się wymiarem osób na km.

Ponieważ jednak dostępne dane dotyczące rozmieszczenia ludności odnoszą się tylko do pewnych jednostek powierzchni to przyjmuje się, że ludność każdej jednostki przestrzennej koncentruje się w centrum lub jakimś innym wybranym punkcie w obrębie jednostki przestrzennej. Obliczenia wielkości potencjału dokonuje się więc przez pomiar odległości między punktem koncentracji danej jednostki przestrzennej, a punktami wszystkich innych jednostek rozpatrywanego obszaru na podstawie wzoru:

$$(74) \quad V_i = \sum_{j=1}^n \frac{P_j}{d_{ij}} \quad (1, 2, \dots, m)$$

gdzie

$V_i$  = całkowity potencjał ludności jednostki przestrzennej  $i$ ;

$P_j$  = liczba ludności jednostki przestrzennej  $j$ ;

$d_{ij}$  = odległość między  $i$  a  $j$ .

Dokładność wyników jest oczywiście proporcjonalna do liczby jednostek przestrzennych będących podstawą obliczeń. W rezultacie im mniejszy jest obszar dla którego posiadamy dane, tym całkowity potencjał ludności jest dokładniejszy.

Na podstawie obliczeń wielkości potencjału dla pewnej liczby punktów możliwa jest interpolacja graficzna potencjału dla innych punktów i konstrukcja linii ekwipotencjalnych.

W związku z pomiarem wielkości potencjału ludności nasuwają się trzy zagadnienia:

1) obliczenia wpływu potencjału ludności „na siebie”;

2) określenia wykładnika potęgowego odległości;

3) określenia wielkości i kształtu jednostek przestrzennych rozpatrywanego układu.

Zgodnie z określeniem pojęcia potencjału każda populacja stwarza potencjał w stosunku „do siebie”. Stąd też obliczenie całkowitego potencjału ludności danego miejsca wymaga włączenia wielkości potencjału tego miejsca tj. punktu wyjściowego układu. Pozwala to

określić wewnętrzną spójność rozpatrywanego miejsca (obszaru). Obliczenie potencjału w stosunku do „siebie” wymaga przyjęcia warunku, że populacja w punkcie  $i$  lub skoncentrowana wokół  $i$  znajduje się w odległości skończonej od  $i$ . Jeżeli odległość tej populacji od  $i$  wynosi zero tj.  $d_{ii}=0$ , to wartość  $V_i$  staje się nieskończenie wielka.

W praktyce ustalenie  $d_{ii}$  dla określenia wielkości potencjału w punkcie wyjściowym układu było dokonywane w dwojaki sposób:

a) jako średnia odległość od centrum obszaru (lub miasta) do jego granic <sup>202</sup>;

b) przez dodanie stałej wielkości do  $d_{ii}$  np.  $1 + d_{ii}$  <sup>203</sup>.

W zastosowaniu modelu potencjału do pomiaru rozmieszczenia ludności postać funkcji odległości nie ulegała w zasadzie zmianie i wynosiła  $f(d)=d$ . Jedynie G. A. P. Carrothers wprowadził arbitralnie trzy różne postacie funkcji odległości do pomiaru potencjału dochodu, a mianowicie  $f(d)=d$ ,  $f(d)=d^2$  i  $f(d)=\sqrt{d}$  sprawdzając ich przydatność. Analiza ta wykazała, że postać funkcji  $f(d)=d$  daje lepszy wynik aniżeli sformułowanie  $f(d)=d^2$  oraz  $f(d)=\sqrt{d}$  na obszarach zachodniej części USA. We wschodniej części USA a w szczególności na obszarze północo-wschodu postać  $f(d)=d^2$  daje najlepszy rezultat. Powyższe badanie doprowadziło G. A. P. Carrothersa do postawienia hipotezy, że opór odległości przeciw wzajemnemu oddziaływaniu jest wyższy na obszarach o większej gęstości zaludnienia <sup>204</sup>.

Mimo braku studiów dotyczących zastosowania modelu potencjału, w których wykładnik potęgowej odległości  $b$  w funkcji odległości  $f(d)=d^{-b}$  byłby określony empirycznie, analogicznie jak w modelu grawitacji, to jednak niektórzy autorzy dopuszczają taką możliwość <sup>205</sup>. J. Q. Stewart i W. Warntz stwierdzają, że wprowadzenie innych wielkości niż to wynika z analogii do pojęcia potencjału to jest pierwszej potęgi zmiennej odległości jest błędem <sup>206</sup>. Należy w związku z tym zwrócić uwagę, że gdy wykładnik potęgowej odległości stopniowo wzrasta ( $b>1$ ), to wpływ jakiegokolwiek oddalonego punktu na wielkość potencjału w punkcie wyjściowym spada. Kiedy wykładnik jest wysoki to oddalone populacje nie mają wpływu i potencjał wykazuje tendencję do pomiaru wpływu jedynie wyjściowej populacji. Kiedy natomiast  $d_{ij}=0$  to potencjał ludności jest wszędzie taki sam i równa się sumie ludności rozpatrywanego obszaru <sup>207</sup>.

Wybór właściwego układu jednostek przestrzennych tj. punktów odniesienia wymaga rozpatrzenia zależności jakie zachodzą między wielkością i kształtem jednostki (regionu) a przestrzennym rozmieszczeniem populacji. Wpływ wielkości jednostki przestrzennej związany jest z tym, że w praktyce obliczania potencjału przyjmuje się założenie o pomiarze ludności w postaci skoncentrowanej w jakimś wybranym punkcie obszaru, a odległość ustala się między tymi punktami koncentracji jak „przeciętną” wielkość. Wraz z wzrostem

<sup>202</sup> J. Q. Stewart (1947) s. 477, (1948) s. 48; J. Q. Stewart, W. Warntz (1958 a) s. 121; W. Warntz (1964) s. 178.

<sup>203</sup> T. R. Anderson (1956) s. 178.

<sup>204</sup> G. A. P. Carrothers (1958) s. 149.

<sup>205</sup> Por. W. Isard (1960) s. 507.

<sup>206</sup> J. Q. Stewart, W. Warntz (1958) s. 119; autorzy ci dowodzą, że jeżeli  $b>2$ , to wielkość potencjału przybiera wartość nieskończenie wielką dla skończonego rozkładu gęstości zaludnienia. Jest tak, ponieważ wielkość  $\pi r^2 D/r^b = \pi D/r^{b-2}$ , a gdy  $b>2$ , to  $r \rightarrow \infty$ , a wielkość ta zmierza również do nieskończoności.

<sup>207</sup> W. Isard (1960) s. 516.

wielkości jednostki przestrzennej ta „przeciętna” odległość staje się coraz mniej dokładną miarą odległości między elementami populacji.

Wpływ kształtu jednostki przestrzennej na obliczenie wielkości potencjału wynika z faktu, że im kształt ten staje się bardziej nieregularny, tym bardziej krytyczna jest aproksymacja punktu koncentracji jako środka obszaru. Zagadnienia te postawione przez E. S. Dunna zostały zaanalizowane przez G. A. P. Carrothersa<sup>208</sup>. Z analizy G. A. P. Carrothersa wypływają następujące postulaty, jakie powinien spełniać układ jednostek przestrzennych (regionów) dla obliczenia potencjału populacji:

- 1) brak koncentracji ludności na obszarach peryferyjnych regionu;
- 2) posiadanie określonego węzłowego ośrodka grawitacji ludności;
- 3) koincydencja ośrodka grawitacji ludności i ośrodka grawitacji obszaru fizycznego;
- 4) regularność fizycznego kształtu obszaru;
- 5) w przybliżeniu proporcjonalnie równa wielkość regionu w stosunku do obszarów przyległych regionów, gdy gęstość ludności jest względnie jednolita i odpowiednio mała wielkość, gdy gęstość ludności jest wysoka.

Ze względu na zbiór powyższych postulatów układ regionów jest najlepszy wówczas, gdy suma odchyleń od tych kryteriów jest najmniejsza.

W oparciu o zlokalizowane na mapie wartości całkowitego potencjału ludności różnych punktów odniesienia sporządzono szereg map potencjału. Mapy takie zostały opracowane pierwotnie przez J. Q. Stewarta dla różnych części świata oraz USA, D. Kirka, następnie przez W. Warntza, O. D. Duncana, K. Norborge, a ostatnio także L. Kosińskiego<sup>209</sup>.

Mapę potencjału opracowuje się przy zastosowaniu metody izarytmicznej (izolinii), która najlepiej nadaje się do przedstawienia zjawisk występujących w sposób ciągły. Linie potencjału jako izarytmy teoretycznie są miejscem geometrycznym punktów jednakowej wartości potencjału.

Wykreślenie linii potencjału dokonuje się przez interpolację między dwoma punktami odniesienia o określonej wartości potencjału. Punkt odniesienia reprezentuje pole podstawowe przyjmując wartość odnoszącą się do tego pola.

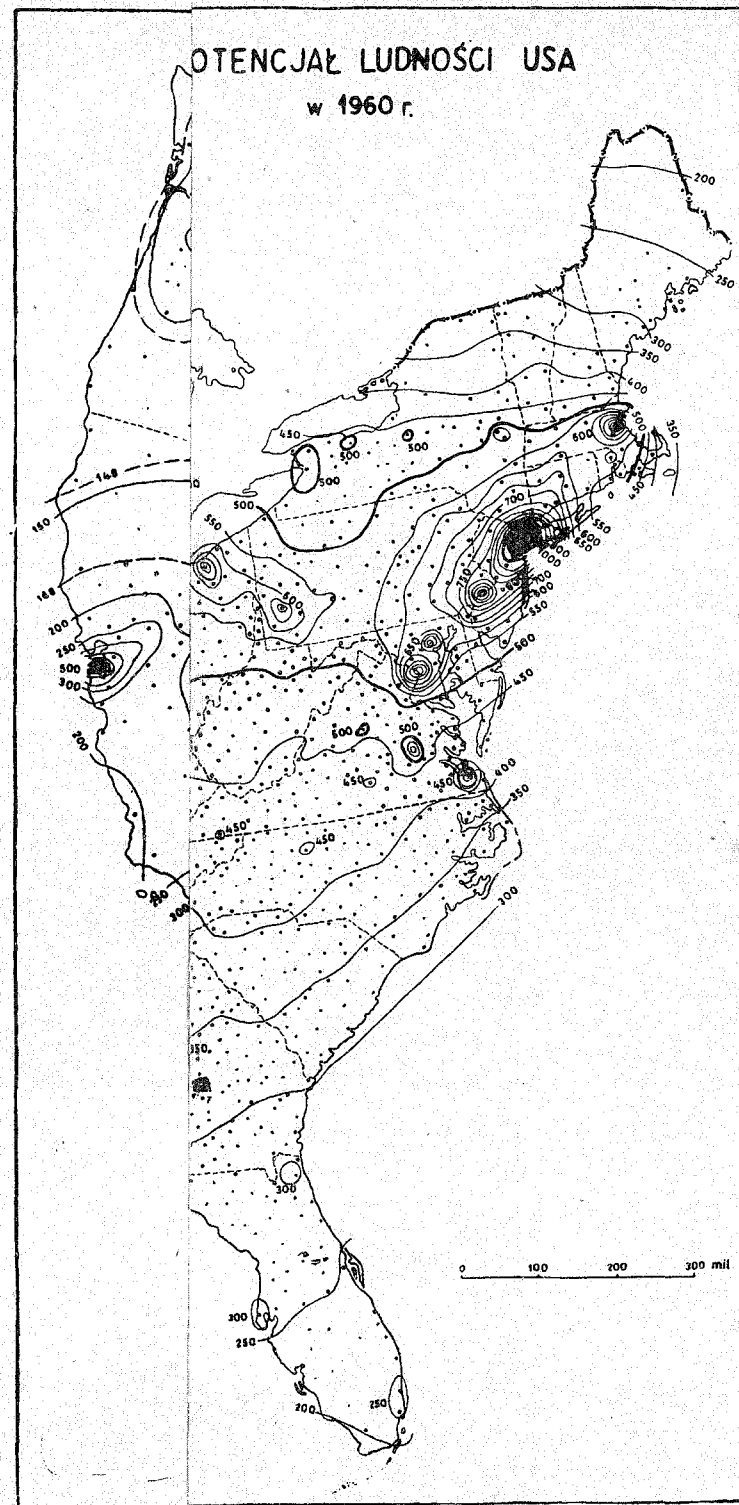
Polem podstawowym jest zwykle jednostka administracyjna lub regionalna. Przy opracowaniu mapy potencjału ludności USA (1940 r.) J. Q. Stewart podzielił ten obszar na podregiony zakładając, że ludność każdego podregionu koncentruje się w jednym punkcie; nie podaje jednak bliżej sposobu określenia tego punktu<sup>210</sup>. W. Warntz przyjął dla mapy potencjału ludności USA (1960 r.) za podstawową jednostkę przestrzenną — powiat, a jako punkty odniesienia główny ośrodek ludności powiatu<sup>211</sup>. Mapy potencjału ludności Polski oparto na układzie powiatowym; punkty odniesienia stanowią miasta

<sup>208</sup> E. S. Dunn (1956); G. A. P. Carrothers (1958) ss. 124—132.

<sup>209</sup> J. Q. Stewart (1945), (1947), (1950); D. Kirk (1946); J. Q. Stewart i W. Warntz (1958 a), (1958 b); W. Warntz (1959 c), (1959 e), (1964); O. D. Duncan (1957); K. Norborg (1962); L. Kosiński (1965).

<sup>210</sup> J. Q. Stewart (1947) s. 476.

<sup>211</sup> W. Warntz (1964) ss. 170—184.



stawiano w postaci linii przerywanych, gładnej dokładności mapy.

ości

kali

liza

łto-

ólne

jak

iety,

kte-

chni

pół-

alne

kich

zede

aleje

dla

ł się

być

akże

łości

chni

znej,

tość

yczne)

lenie

towi

nieje

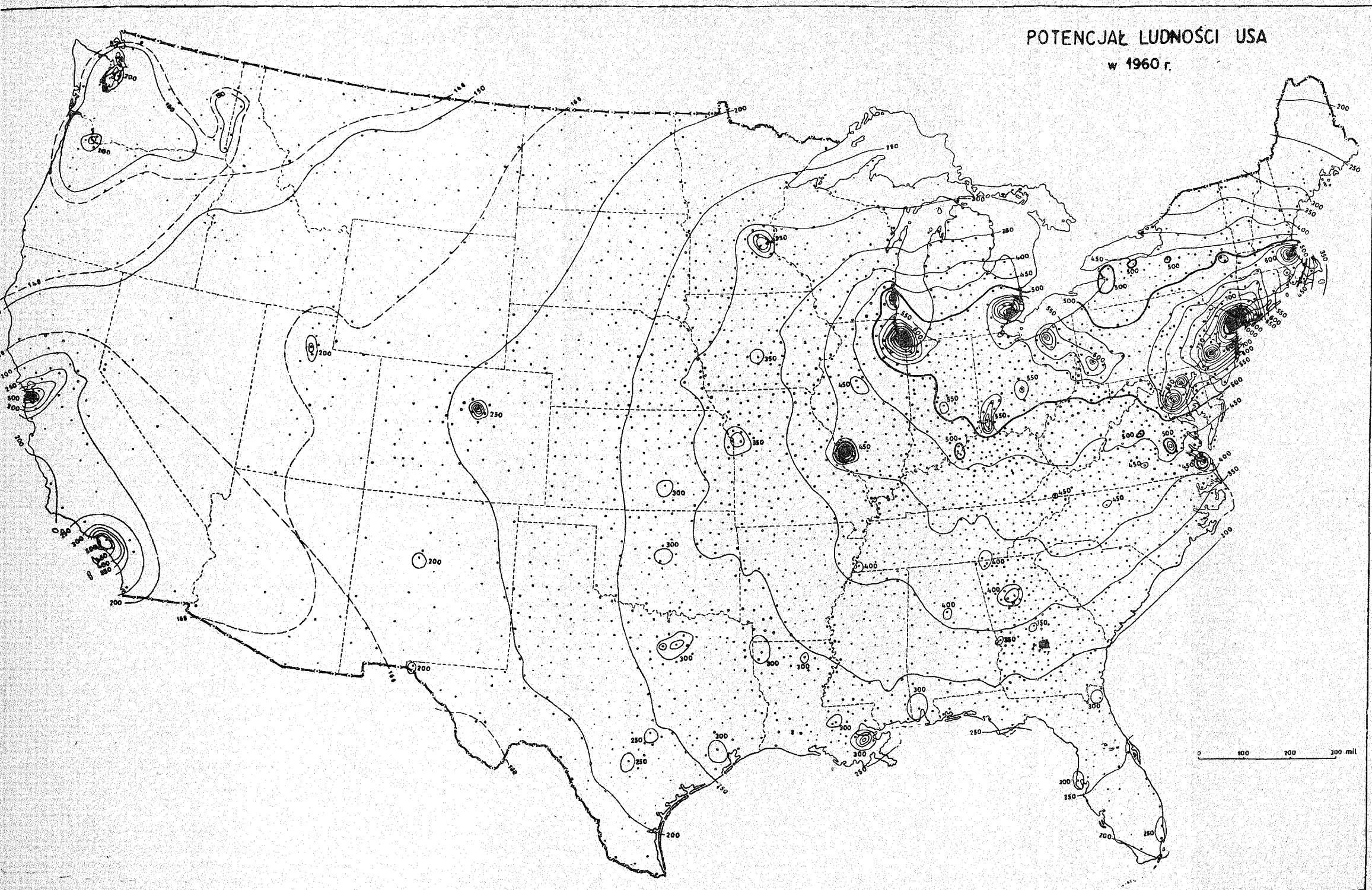
: po

o po-

które

rntz





Ryc. 5. Mapa potencjału ludności USA w 1960 r. Źródło: W. Warntz (1964)

Wartość izolinii w tys. osób na milę. Dla wartości potencjału poniżej 1000 interwał wynosi 50, dla wartości wyższych — 5000. Pewne wartości krytyczne, nie odpowiadające temu interwałowi, przedstawiano w postaci linii przerywanych. Kropki odpowiadają punktom odniesienia, stosowanym dla obliczenia i interpolacji danych przedstawionych na mapie, ich rozmieszczenie określa zróżnicowanie przestrzenne względnej dokładności mapy.

powiatowe<sup>212</sup>. Odległości między punktami odniesienia obliczono według wzoru

$$d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}.$$

Odstępy między liniami jednakowego potencjału ustala się na podstawie rozpiętości między wartościami potencjału.

Wielkość tego interwału zależy od urozmaicenia powierzchni potencjału oraz od skali mapy.

Układ linii potencjału odzwierciedla konfigurację powierzchni potencjału. Analiza przeprowadzona przez J. Q. Stewarta i W. Warntza wykazuje, że pomiędzy ukształtowaniem powierzchni potencjału i powierzchni topograficznej istnieje pewne szczególne podobieństwo<sup>213</sup>. Pozwala to wyróżnić na powierzchni potencjału analogiczne formy jak na powierzchni topograficznej, a mianowicie szczyty, obniżenia, siodła, łęki, grzbiety, masywy oraz linie nachylenia i linie grzbietowe. Znajomość tych form i charakterystycznych punktów linii stanowi podstawę konstrukcji miar złożoności powierzchni potencjału.

Szczytowy potencjał wykazują miasta. W pobliżu szczytu izolinie mają układ współśrodkowy. Dno obniżenia może posiadać również wysoki potencjał, ale jest to lokalne minimum, od którego obserwuje się wznoszenie powierzchni potencjału we wszystkich kierunkach. Odtworzenie na mapie każdego lokalnego szczytu czy obniżenia zależy przede wszystkim od wybranego interwału; prawdopodobieństwo uchwycenia tych form maleje ze wzrostem wielkości interwału.

W praktyce kieruje się tu zasadą wyboru mniejszego odstępu między izoliniami dla powierzchni mało urozmaiconej, o drobnych formach, gdyż wtedy lepiej uwydatniają się różnice urzeźbienia powierzchni. Dla powierzchni silnie zróżnicowanej odstęp może być większy.

Należy podkreślić, że przyczyną nieuchwycenia form niższego rzędu może być także metoda obliczania punktowych wartości.

W ścisłym związku z wielkością interwału pozostaje możliwość ukazania rozciągłości powierzchni okołoszczytowej (w granicach której obserwujemy wznoszenie się powierzchni potencjału w kierunku danego szczytu). Przedstawienie na mapie najbardziej zewnętrznej, zamkniętej izolinii, otaczającej określony szczyt zależy bowiem od tego, czy jej wartość stanowi całkowitą wielokrotność odstępu linii potencjału.

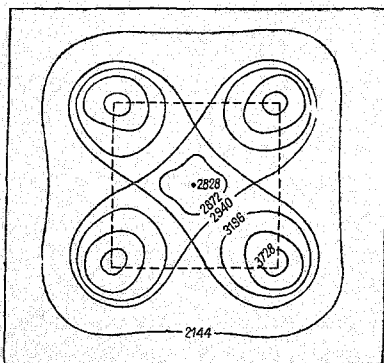
Odmienne formy rozmieszczenia ludności tworzą na mapie potencjału siodła (przełęcze) i łęki. Siodło to forma obniżenia powierzchni między dwoma szczytami. Wzniesienie między obniżeniami nosi nazwę łęku. Aby znaleźć siodło towarzyszące danemu szczytowi określa się najbardziej zewnętrzną zamkniętą izolinię okołoszczytową. Siodło istnieje w punkcie przecięcia czyli samoskrzyżowania się izolinii, która tworzy dwie pętle: po jednej dokoła każdego z dwu sąsiednich szczytów.

<sup>212</sup> L. Kosiński (1965) s. 358; według L. Kosińskiego lokalizacja punktu odniesienia dla map potencjału Polski polegała na podaniu jego współrzędnych w układzie 2500 kwadratów (50×50) na które podzielono mapę Polski w skali 1 : 1 000 000.

<sup>213</sup> J. Q. Stewart (1947) ss. 473—480; J. Q. Stewart, W. Warntz (1959) ss. 118—123; W. Warntz (1964) s. 175.

Rycina 6 przedstawia linie potencjału dla hipotetycznego rozmieszczenia 4 równych koncentracji ludności w wierzchołkach kwadratu i ukazuje zależność między szczytami, siodłami i obniżeniem w przypadku tego rozmieszczenia.

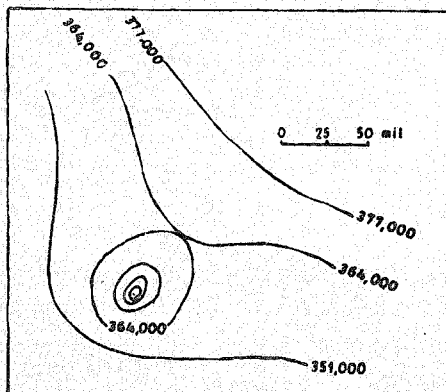
Izolinie poza zewnętrzną linią o wartości 2144 stają się koliste; w pobliżu czterech koncentracji mogą być rozpatrywane jako współśrodkowe. Masyw powyżej poziomu 2940 rozdziela się na 4 szczyty, każdy z nich wznosi się powyżej 3728. Dno centralnego obniżenia spada do minimum 2828, ale pomimo tego zalega powyżej poziomu nizin pozaszczytowych.



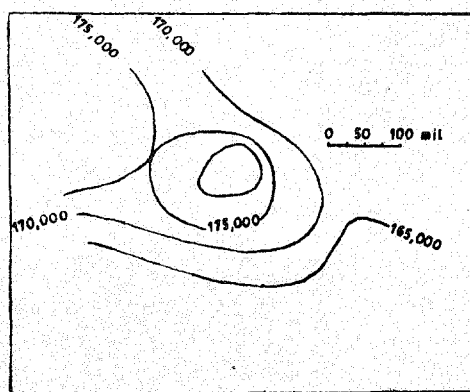
Ryc. 6. Hipotetyczny układ linii ekwipotencjalnych.  
Źródło: J. Q. Stewart (1947 a) s. 475.

Ryciny 7 i 8 przedstawiające rozmieszczenie potencjału ludności w 1960 r. odpowiednio dla miast Memphis i Phoenix zawierają klasycznie wykształcone siodła, towarzyszące każdemu z tych miast. W przypadku Memphis izolinia 364 000 osób na milę tworzy jedną pętlę dookoła miasta oraz drugą pętlę otaczającą rozległą powierzchnię USA z maksimum w mieście Nowy Jork wraz z Chicago, Bostonem, Filadelfią, Detroit i Baltimore. Siodło Phoenixu o wartości 175 000 osób na milę określa pętlę tego miasta styczna do pętli obejmującej San Francisco i Los Angeles. Takie izoliny o postaci „cyfry 8” istnieją także na powierzchni fizycznej, w przypadku górskich przełęczy. Jednak na mapie topograficznej stosuje się wygięcia nieistniejące w rzeczywistości, aby uniknąć krzyżowania się linii albo stycznej pętli, gdyż dwie linie o różnej wartości nie mogą przecinać się na powierzchni.

Ryc. 7. Linie potencjału dla miasta Memphis  
Źródło: W. Wartz (1964) s. 180.



Ryc. 8. Linie potencjału dla miasta Phoenix (1960)  
Źródło: por. ryc. 7.



Na mapie potencjału te komplikacje nie występują, ponieważ krzyżująca się izolinia ma jedną, stałą wartość.

Można zauważyć, że nie każde miasto na mapie potencjału zaznacza się w postaci szczytu niezależnie od wielkości interwału.

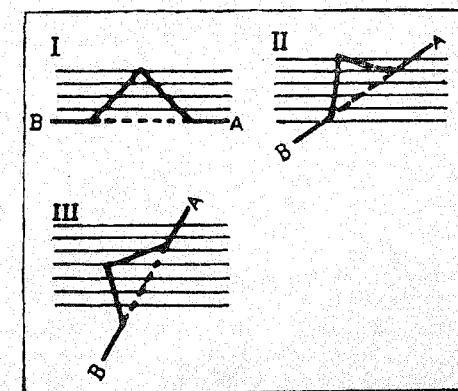
Na obszarze rolniczym kontury ekwipotencjalne są liniami równoległymi, biegnącymi w równych, małych odstępach; gradient jest wtedy jednakowy. Natomiast izolowane miasto otaczają mniej lub bardziej koliste linie konturowe o nachyleniu radialnym na zewnątrz. Gdy małe miasto leży w okręgu rolniczym mamy do czynienia z nakładaniem się tych dwóch układów. Superpozycję stanowi jeden system izolinii. Jeśli miasto (lub nawet wieś) jest bardzo małe wtedy pętla nie występuje, nie obserwujemy również zamkniętych izolinii. Tworzy się jedynie wydłużona wypukłość powierzchni – grzbiet wyniesiony powyżej głównego poziomu potencjału.

Warunkiem występowania lokalnego szczytu jest wyższa wartość gęstości zaludnienia, uśredniona dla miast, od wartości jednolitego gradientu mierzonego w pewnej odległości, poza zasięgiem wpływu miasta.

Stąd nawet duże miasta leżące w sąsiedztwie Nowego Jorku (gdzie główny gradient jest bardzo silny) nie stanowią lokalnych szczytów. Jest to zjawisko rozrywania miast, dobrze znane w pobliżu wielkich miast; potężna grawitacja centralnej metropolii rozrywa miasta-satelity.

Rycina 9–I przedstawia profil powierzchni potencjału hipotetycznego izolowanego miasta. Poziome linie biegnące w równych odstępach reprezentują płaszczyzny poziome, które przecinają powierzchnię potencjału wzdłuż określonych zamkniętych linii. Kiedy linie przecięcia rzutujemy (stosując rzut ortograficzny) na płaszczyznę odniesienia, otrzymujemy obraz powierzchni w postaci mapy linii konturowych potencjału. W sytuacji 9–II gradient nie jest dość silny, aby uniemożliwić istnienie siodła i lokalnie zamkniętych linii. Natomiast w przypadku 9–III – wzdłuż linii nachylenia pojawi się tylko wygięcie linii potencjału. Pewnym sprawdzianem poprawności konstrukcji mapy potencjału ludności jest sformułowany przez Maxwella i Morse’a teoremat topologii, która stwierdza, że na powierzchni ograniczonej zamkniętą linią ekwipotencjału liczba szczytów plus liczba obniżen minus liczba siodła równa się jeden.

Ryc. 9. Profile powierzchni potencjału. Źródło: W. Wartz (1964) s. 182





Na mapie potencjału ludności USA (1960 r.) W. Warntza (ryc. 7) interwał wynosi 50 000 osób na milę poniżej wartości 1 mln i 500 000 osób na milę powyżej tej wartości. W dwóch przypadkach wprowadzono nawet nieregularny interwał, aby uchwycić charakterystyczne formy. Linia o wartości 168 000, z największym w kraju demograficznym siodłem w punkcie samoskrzyżowania się tworzy pętlę obejmującą wielki masyw z *maximum maximorum* w Nowym Jorku oraz mniejszą pętlę zawierającą masyw Los Angeles i San Francisco.

Drugi wyjątek stanowi izolinia 148 000, która wewnątrz większej pętli zamyka oba poprzednie masywy, a w mniejszej pętli obejmuje Seattle, Spokane i Portland. Siodło na tej izolacji znajduje się w pn.-wsch. części Oregonu.

Wzdłuż wybrzeża środkowego Atlantyku ciągnie się grzbiet z wieloma szczytami: najwyższy z nich stanowi Nowy Jork. Pod kątem prostym do tego grzbietu biegnie największa oś kraju, nachylona łagodnie z powierzchnią, płaskowyzu rozciągającego się w kierunku Chicago i na zachód. Z tej powierzchni wyrasta wiele szczytów, które tworzą drugą linię grzbietową: od Toledo przez Youngstown do Pittsburga i dalej w kierunku wschodnim do środkowej Pensylwanii.

Denver, Salt Lake City, Nowy Orlean, Minneapolis – St. Paul wykazują względną izolację. Na zachodzie wyraźnie wykształcony jest Masyw Zachodniego Wybrzeża z dwoma głównymi szczytami Los Angeles i San Francisco oraz wyczuwalnym siodłem (6 tys. mil na północo-zachód od Bakersfield).

Warto podkreślić, że w warunkach idealnie równomiernego rozmieszczenia ludności na obszarze jakiegoś kraju najwyższy potencjał występowałby w centrum geometrycznym kraju, malejąc ku granicom, a izolacje układałyby się w postaci kół współśrodkowych.

## 2. BADANIE KORELACJI MIĘDZY WIELKOŚCIĄ POTENCJAŁU LUDNOŚCI A PEWNYMI WIELKOŚCIAMI SPOŁECZNO-EKONOMICZNYMI

Użyteczność pomiaru potencjału ludności została w pewnym stopniu wykazana przez wykrycie związków jakie zachodzą między wielkością potencjału a pewnymi wielkościami społeczno-ekonomicznymi<sup>214</sup>. Badania prowadzone przez J. Q. Stewarta i częściowo W. Warntza ujawniły, że przestrzenna zmienność szeregu zjawisk społeczno-ekonomicznych na obszarze USA i W. Brytanii jest związana z przestrzenną zmiennością potencjału ludności. W szczególności stwierdzono istnienie zależności między kształtowaniem się wielkości potencjału ludności ( $V_i = 10^4$  osób na milę) na obszarach 28 stanów USA dla 1940 r. a:

- 1) gęstością ludności wiejskiej (osób na milę<sup>2</sup>) = 0,0336  $V^2$ ,
- 2) gęstością nierolniczej ludności wiejskiej = 0,000562  $V^2$ ,

<sup>214</sup> J. Q. Stewart (1958 c) s. 154, interpretując rolę potencjału ludności stwierdza, że sam potencjał nie wywiera wpływu socjologicznego. Stanowi tylko jeden z czynników (często przodujący) całkowitego „natężenia socjologicznego”; pojęcia tego jednak nie definiuje. Pojęcie „natężenia socjologicznego” odpowiada – według J. Q. Stewarta i W. Warntza (1958 b) s. 123 – statystycznej koncepcji temperatury w fizyce.

- 3) rentą nierolniczej ludności wiejskiej (dolarów miesięcznie na rodzinę) = 0,556  $V$ ,
- 4) wartością ziemi farmerskiej (dolarów na akr) = 0,050  $V^2$ ,
- 5) długością linii kolejowych (na milę<sup>2</sup>) = 0,00413  $V$ ,
- 6) długością dróg wiejskich (na milę<sup>2</sup>) = 0,00517  $V^{3/2}$ .

Zależność jaka zachodzi między gęstością ludności a potencjałem ludności wyraża następujące równanie:

$$(75) \quad D_r = kV^2$$

gdzie

$D_r$  = gęstość ludności wiejskiej danego obszaru;

$V$  = potencjał ludności danego obszaru;

$k$  = stała dla danej grupy ludności.

Równanie to jest równoważne z równaniem:

$$(76) \quad P_r = kV^2 A$$

gdzie

$P_r$  = liczba ludności wiejskiej małego obszaru  $A$  wykazującego potencjał  $V$ .

Sumując powyższe dla całego rozpatrywanego obszaru uzyskuje się:

$$(77) \quad P_r = k\Sigma V^2 A.$$

Równanie (77) pozwala na określenie wielkości  $k$  na podstawie danych, przy czym wartości  $V$  można uzyskać z mapy potencjału dla każdego obszaru  $A$ <sup>215</sup>.

Równanie (75) wyraża równowagę między wielkością ludności wiejskiej a całkowitym załudnieniem.

J. Q. Stewart i W. Warntz zwracają uwagę, że w powyższej relacji potencjał ludności nie daje ścisłego wyniku i stanowi całościowy miernik, który jest pierwszym przybliżeniem w badaniach geograficznej zmienności poszczególnych wielkości<sup>216</sup>.

Zależność wyrażona równaniem (75) pozwala także według J. Q. Stewarta i W. Warntza na określenie wskaźnika centralnej koncentracji ludności wiejskiej. Wskaźnik taki oznaczony  $q$  da się wyrazić wzorem:

$$(78) \quad q = \frac{P_r k}{W} \quad \text{przy czym} \quad W = \frac{P_r}{P_T}$$

gdzie

$P_T$  = liczba ludności całkowitego obszaru  $A$ ;

$P_r$  = liczba ludności wiejskiej obszaru  $A$ ;

$k$  = stała jak we wzorze (4).

Jeżeli  $A$  stanowi całkowity obszar na którym populacje  $P_r$  i  $P_T$  są rozproszone, to wielkość  $P_r$  można przedstawić jako:

$$(79) \quad P_r = \int D_r dA = k \int V^2 dA$$

<sup>215</sup> J. Q. Stewart (1947) s. 482.

<sup>216</sup> J. Q. Stewart i W. Warntz (1958 b) s. 113.

a wielkość  $q$  jako:

$$(80) \quad q = \frac{P_T^2}{\int V^2 dA}.$$

Można teraz wykazać, że wielkość  $\int V^2 dA$ , na danym obszarze dla stałej liczby ludności  $P_T$ , jest większa, jeżeli populacja jest silnie skoncentrowana w pobliżu centrum obszaru, a mniejsza gdy znajduje się w pobliżu granicy obszaru. Stąd mała wartość  $q$  wskazuje na centralną koncentrację ludności, średnia wartość na równomierny rozkład, wysoka wartość natomiast na graniczny rozkład<sup>217</sup>. Tak pojmowany miernik koncentracji może stanowić podstawę dla określenia stopnia jednolitości obszaru, a tym samym pozwala odróżnić obszary jednolite od węzłowych.

Tablica 1  
PARAMETRY GĘSTOŚCI LUDNOŚCI WIEJSKIEJ

| Region         |      | $P_T$<br>mln | $P_r$<br>mln | $10^{12} K$ | $W$   | $q$   |
|----------------|------|--------------|--------------|-------------|-------|-------|
| USA            | 1900 | 76,0         | 45,8         | 880         | 0,603 | 0,121 |
|                | 1930 | 122,8        | 53,8         | 425         | 0,438 | 0,119 |
|                | 1940 | 131,7        | 57,2         | 351         | 0,435 | 0,106 |
| Europa         | 1930 | 499,7        | 312,8        | 149         | 0,644 | 0,116 |
| Meksyk         | 1930 | 16,4         | 11,0         | 3820        | 0,671 | 0,093 |
| Anglia i Walia | 1951 | 43,7         | 8,4          | 555         | 0,192 | 0,126 |

ŹRÓDŁO: J. Q. Stewart, W. Warntz (1958 b) s. 113.

Inne badania J. Q. Stewarta oparte na danych dotyczących 253 powiatów wiejskich na tym samym obszarze co w poprzednich badaniach tj. 28 stanów USA dla 1940 r. ujawniły dalsze zależności między potencjałem ludności a:

- 1) gęstością ludności  $= 0,0301 V^2$ ;
- 2) liczbą pracowników przemysłowych na milę<sup>2</sup>  $= 7,45 \cdot 10^{-9} V^5$ ;
- 3) stopą śmiertelności (na 1000 mieszkańców rocznie, średnio dla lat 1939–1940)  $= 1,97 \cdot V^{1/2}$ <sup>218</sup>.

W obu grupach przedstawionych badań analiza danych ograniczała się do przedstawienia diagramów rozkładu punktów i dopasowania linii regresji bez zastosowania właściwych metod estymacji typu metody najmniejszych kwadratów<sup>219</sup>.

Obok tego w pewnym stopniu prymitywizmu analitycznego istotnym zarzutem jaki można sformułować w stosunku do przedstawionych badań jest przede wszystkim ograniczenie się do analizy jedynie części obszaru kraju tj. 28 stanów, a następnie dość dowolne ich pogrupowanie w 11 jednostek przestrzennych<sup>220</sup>. Ograniczenie się do części USA

<sup>217</sup> J. Q. Stewart i W. Warntz przedstawiają tablicę podstawowych parametrów gęstości ludności wiejskiej (tablica 1).

<sup>218</sup> J. Q. Stewart (1948 a) s. 39 i dalsze.

<sup>219</sup> Por. uwagi J. Q. Stewarta (1948 a) s. 43, dotyczące metody aproksymacji.

<sup>220</sup> Należy zwrócić uwagę na fakt stosowania różnych wag (1,0; 0,8; 2,0) dla grup stanów. Por. uwagi o wagach masy s. 28.

należy uznać za sprzeczne z podstawowym postulatem traktowania potencjału ludności jako miary struktury lub całości układu przestrzennego jaki stanowi obszar kraju<sup>221</sup>.

Z innych zależności jakie zachodzą między potencjałem ludności a pewnymi wielkościami społeczno-ekonomicznymi należy wyróżnić sformułowanie J. Q. Stewarta i W. Warntza, oparte na badaniu zmienności potencjału ludności miast w USA i W. Brytanii, stwierdzające, że miasta tej samej klasy wielkości o niskim potencjale ludności wykazują tendencje do posiadania większego obszaru (miasta), niższych podatków i nadwyżki urodzin nad umieralnością aniżeli miasta o wyższym potencjale<sup>222</sup>.

Badanie relacji między gęstością ludności wiejskiej ( $y$ ) a potencjałem ludności ( $X_1$ ) rozszerzyła B. Duncan wprowadzając dodatkowe zmienne, reprezentujące obok potencjału ludności wpływ innych czynników na gęstość ludności wiejskiej<sup>223</sup>. Są to:  $X_2$  = log odległości niemetropolitalnego ekonomicznego obszaru stanowego do najbliższej metropolii;  $X_3$  = wskaźnik urbanizacji obszaru;  $X_4$  = wskaźnik przewodnictwa gruntu Albrechta jako miernika jakości gleby. Wnioski z zastosowanej analizy regresji są następujące: 1) wpływ potencjału ludności na gęstość ludności rolniczej nie da się wyjaśnić, gdy się wprowadzi dodatkowe zmienne; 2) wpływ potencjału jest co najmniej częściowo niezależny od odległości do danego ośrodka metropolitalnego i wpływu lokalnej koncentracji ludności; 3) „przyciąganie” potencjału jest wystarczająco silne, aby wyciągnąć poważną część ludności rolniczej z terenów o najlepszej glebie. Zastosowanie analizy regresji sugeruje tu potrzebę rozwoju modeli ujmujących jednocześnie te aspekty ludnościowe, które są zwykle badane oddzielnie tj. lokalizacji miast, zmienności gęstości ludności i orientacji ośrodków metropolitalnych.

Badania korelacji między kształtowaniem się wielkości potencjału zapotrzebowania na produkty rolnicze a rozmieszczeniem niektórych elementów produkcji rolniczej przeprowadzone zostały dla Polski w układzie wojewódzkim przez S. Rokitę<sup>224</sup>. Wielkość potencjału zapotrzebowania S. Rokita oblicza według wzoru (74) przyjmując jako masę ( $P$ ) liczbę ludności nierolniczej poszczególnych województw łącznie z miastami wojewódzkimi, a jako odległość ( $d$ ) długość linii kolejowych pomiędzy odpowiednimi miastami wojewódzkimi<sup>225</sup>. Najwyższe natężenie potencjału zapotrzebowania przypada na województwo katowickie z przyległymi do niego częściami województw opolskiego i krakowskiego; najniższe natężenie natomiast na województwa północne i wschodnie. Wyniki obliczenia współzależności przy pomocy nieparametrycznej metody korelacji rangi Kendalla wskazują na istotną współzależność między potencjałem zapotrzebowania, a wskaźnikiem produkcji mleka, warzyw, zbóż i ziemniaków, pogłowia zwierząt, produkcji końcowej i towarowej na jednostkę powierzchni użytków rolnych. Dość silna współzależność wystę-

<sup>221</sup> Por. J. Q. Stewart, W. Warntz (1958 a) s. 168.

<sup>222</sup> J. Q. Stewart, W. Warntz (1958 b) s. 102 oraz 106 i dalsze.

<sup>223</sup> Według O. D. Duncana (1957 b) s. 368.

<sup>224</sup> S. Rokita (1963) ss. 47–52.

<sup>225</sup> Dla określenia potencjału na „siebie” S. Rokita przyjmuje jako odległość ( $d_{ii}$ ) połowę promienia koła o powierzchni równej powierzchni danego województwa. Należy zauważyć, że bliżej nie wyjaśnia on pojęcia potencjału zapotrzebowania. Fakt, że jako jednostkę pomiaru potencjału zapotrzebowania wprowadza mln jednostek zbożowych na 10 km świadczy o tym, że dokonuje ważenia potencjału ludności przez bliżej nieokreśloną wielkość jednostek zboża, o czym jednak nie wspomina.

puje również między potencjałem zapotrzebowania a intensywnością gruntów ornych, obliczoną przez Schramma dla lat 1952 – 1954, oraz gęstością ludności rolniczej.

Stosunkowo wysoka korelacja między potencjałem zapotrzebowania a gęstością zaludnienia rolniczego nasunęła przypuszczenie, czy ta ostatnia wielkość nie wyjaśnia lepiej rozmieszczenia badanych elementów niż potencjał. Obliczenie odpowiednich współczynników korelacji wykazuje jednak, że potencjał lepiej wyjaśnia rozmieszczenie produkcji mleka, warzyw i zbóż.

Badania S. Rokity wykazują, że potencjał zapotrzebowania wyjaśnia w znacznej mierze rozmieszczenie produkcji i artykułów rolnych, które nie będąc bezpośrednio związane z rynkiem lokalnym, wykazują jednak znaczny stopień wrażliwości na dalsze przewozy<sup>226</sup>.

Wyniki badania korelacji wykazują, że znajomość związku korelacyjnego między potencjałem a innymi wielkościami dotyczącymi rozmieszczenia produkcji rolnej pozwoli wykorzystać pojęcie potencjału dla analizy istniejącego rozmieszczenia oraz dla celów prognostycznych. Wymaga to jednak bardziej systematycznego i szczegółowego badania również w ujęciu dynamicznym.

### 3. POMIAR PRZESTRZENNEJ ZMIENNOŚCI DOCHODU ORAZ POPYTU I PODAŻY RYNKOWEJ

Zastosowanie modelu potencjału do badania przestrzennej zmienności dochodu, popytu i podaży rynkowej znalazło swój wyraz w sformułowaniu pojęcia potencjału dochodu, potencjału rynkowego, popytu i podaży.

Pojęcie potencjału dochodu zostało sformułowane przez W. Isarda i G. Freutela<sup>227</sup>. Wychodząc ze sformułowania pojęcia potencjału ludności można określić potencjał dochodu wytworzony przez jakikolwiek region  $j$  w innym regionie  $i$  jako:

$$(81) \quad V_{ij} = \frac{k Y_j}{d_{ij}} \quad (i=1, 2, 3, \dots, m)$$

a potencjał wytworzony przez wszystkie regiony danego systemu w regionie  $i$  jako:

$$(82) \quad V_i = \sum_{j=1}^m \frac{K_j Y_j}{d_{ij}} \quad (i=1, 2, 3, \dots, m)$$

gdzie

$Y_j$  = dochód regionu  $j$ ;

$k, K_j$  = stałe;

$d_{ij}$  = odległość regionu  $i$  od regionu  $j$ .

Pojęcie potencjału dochodu zostało wykorzystane przez W. Isarda i G. Freutela przy budowie prognoz regionalnych do określenia wpływu położenia regionu na kształtowanie się tych współzależności gospodarczych między regionami, które zależą od dzielących je odległości.

<sup>226</sup> Pewne zastrzeżenia co do tych wyników badań nasuwa zbyt duża generalizacja wynikająca z szczupłej bazy analitycznej wynoszącej 17 punktów odniesienia.

<sup>227</sup> W. Isard, G. Freutel (1954) ss. 427–471.

Przy budowie prognoz produktu regionalnego trzeba wziąć pod uwagę kierunki i wskaźniki zmian produktu regionalnego innych regionów. Takie współzależności zależą nie tylko od struktury przemysłowej innych regionów, lecz także od dzielącej je odległości, która osłabia związki gospodarcze oraz wpływ wymiany międzyregionalnej.

Kształtowanie się wielkości potencjału dochodu regionu rzuca światło na jego sytuację ekonomiczną. Oczekuje się, że gdy potencjał dochodu jest niski region ze względu na swoje oddalenie od rynku zbytu i wysokie koszty transportu będzie posiadał słabe powiązania międzyregionalne. W przypadku, gdy natomiast potencjał jest wysoki należy oczekiwać silnych powiązań.

Potencjał dochodu stał się również przedmiotem badań empirycznych ze względu na zależności występujące między jego wielkością a różnymi innymi wielkościami. J. Q. Stewart i W. Warntz ujawnili szereg takich zależności o postaci równania  $\log y = -a \pm b \log x$ , gdzie  $x$  przedstawia wielkość potencjału dochodu wyrażoną w mln dolarów na milę a  $y$  różne wielkości jak np. gęstość dochodu (w tys. dolarów na milę<sup>2</sup>), gęstość sieci telefonicznej (w tys. mil na milę<sup>2</sup>) gęstość sieci kolejowej i drogowej (w setkach mil na milę<sup>2</sup>), gęstość dochodu na obszarach wiejskich (w tys. dolarów na milę<sup>2</sup>), obszar rynkowy hurtu bławatniczego (w tys. mil<sup>2</sup>), wielkość obszarów stanowych (w tys. mil<sup>2</sup>), średnia wielkość farm (w akrach) i inne<sup>228</sup>.

Należy podkreślić, że w przeciwieństwie do wcześniejszych badań tego typu J. Q. Stewart i W. Warntz stosowali tu bardziej rygorystyczne metody analizy statystycznej posługując się dla aproksymacji metodą najmniejszych kwadratów. Część badań oparta jest też na losowym wyborze próby 100 powiatów wiejskich. Wyniki tych badań wykazują dość znaczne zróżnicowanie wykładników potęgowych potencjału dochodu<sup>229</sup>.

Pojęcie potencjału wprowadzone przez C. D. Harrisa jest analogiczne do potencjału ludności<sup>230</sup>. Potencjał rynkowy określa C. D. Harris jako sumę dostępu poszczególnych rynków do danego punktu i wyraża w postaci wzoru:

$$(83) \quad P = \sum \left( \frac{M}{d} \right)$$

gdzie

$P$  = potencjał rynkowy danego punktu (miasta);

$M$  = wielkość sprzedaży detalicznej powiatu jako miara masy;

$d$  = koszt transportu lądowego jako miara odległości<sup>231</sup>.

<sup>228</sup> J. Q. Stewart, W. Warntz (1958 a) s. 175 i dalsze.

<sup>229</sup> Jako przykład można za J. Q. Stewartem i W. Warntzem (1958 a) s. 176 przytoczyć następujące zależności: 1)  $\log$  gęstości dochodu =  $-4,92 + 2,58 \log$  potencjału dochodu ( $r=0,87$ ), 2)  $\log$  gęstości drogowej =  $-0,80 + 1,12 \log$  potencjału dochodu ( $r=0,87$ ).

<sup>230</sup> C. D. Harris (1954).

<sup>231</sup> Procedura obliczenia przez C. D. Harrisa (1954) s. 323, wielkości potencjału rynkowego poszczególnych punktów była uproszczona. Wokół każdego punktu obliczenia potencjału wykreślono strefy oddalone o pewną wielkość kosztów transportu obliczoną skokowo od 6 do 80 dolarów. Wielkość sprzedaży detalicznej każdej strefy została obliczona przez podsumowanie sprzedaży detalicznej wszystkich powiatów wchodzących w skład strefy. Potencjał rynkowy każdej strefy obliczono przez podzielenie wielkości sprzedaży detalicznej całej strefy przez koszt transportu do tej strefy. Całkowity potencjał rynkowy danego punktu stanowi sumę potencjałów rynkowych wszystkich stref.



Opracowana na tej podstawie mapa potencjału rynkowego USA pozwala według C. D. Harrisa mierzyć dostępność dowolnego powiatu do rynku krajowego. Mapa ta posiada według niego znaczenie dla analizy lokalizacyjnej, gdy lokalizacja ta ma charakter rynkowy. W związku z tym C. D. Harris prezentuje drugi rodzaj mapy, która dotyczy kosztów transportu do rynku krajowego. W tym celu wyznacza dla każdego z wybranych miast koszt transportu obsługi całego rynku krajowego zakładając, że wielkość rynku każdego powiatu równa się wielkości sprzedaży detalicznej powiatu, a koszt transportu oblicza się jak dla potencjału rynkowego<sup>232</sup>. Odpowiedni wzór przedstawia się następująco:

$$(83a) \quad T = \sum (Md)$$

gdzie

$T$  = wielkość całkowitego kosztu transportu z danego punktu miasta do całego obszaru rynkowego kraju tj. wszystkich powiatów.

Porównanie obu map wykazuje, że położenie punktu stanowiącego szczyt potencjału rynkowego tj. punktu najbardziej dostępnego dla całego rynku USA (Nowy Jork) jest odmienne od punktu z którego można osiągnąć cały rynek przy najniższych kosztach transportu (Fort Wayne).

Dylematu tego C. D. Harris nie rozstrzyga i nie wyciąga też wniosków co do orientacji lokalizacji przemysłu na podstawie przeprowadzonej analizy. Oblicza natomiast dodatkowo potencjał przemysłowy dla USA mierzony wielkością zatrudnienia oraz potencjał gospodarstw rolnych mierzony liczbą traktorów i przedstawia na mapach.

Koncepcja potencjału rynkowego znalazła jednak dalsze zastosowanie w analizie lokalizacyjnej w pracy E. S. Dunna<sup>233</sup>.

E. S. Dunn zwrócił uwagę na ograniczoną rolę potencjału rynkowego i wskaźnika kosztów transportu w analizie przeprowadzonej przez C. D. Harrisa. Sam potencjał rynkowy może stanowić tylko wskazówkę dla lokalizacji przedsiębiorstwa nieorientowanego transportowo to znaczy, gdy koszty transportu na nakłady i produkt nie odgrywają roli w określeniu lokalizacji. Wskaźnik kosztów transportu natomiast można zastosować dla określenia lokalizacji przedsiębiorstwa zorientowanego transportowo i rynkowo, a więc gdy koszty transportu na nakłady nie mają znaczenia, a potencjał rynkowy jest stały. W przypadku tym, ta lokalizacja będzie miała wyższość, która minimalizuje koszty transportu w obsłudze rynku.

Problemem lokalizacyjnym częściej występującym od obu powyższych jest przypadek, gdy przedsiębiorstwo zorientowane transportowo i rynkowo napotyka zmienny potencjał rynkowy. Rozwiązanie dla tego przypadku znaleźć można według E. S. Dunna w zastosowaniu wskaźnika lokalizacyjnego, który stanowi połączenie miernika potencjału rynkowego i wskaźnika kosztów transportu.

Procedura obliczenia wskaźnika lokalizacji dla danej jednostki przestrzennej składa się z następujących etapów:

1) Wyrażenia potencjału rynkowego ( $P$ ) danej jednostki przestrzennej i wchodzącej

<sup>232</sup> Procedura obliczenia całkowitego kosztu transportu opiera się na tych samych założeniach co potencjału rynkowego.

<sup>233</sup> E. S. Dunn (1956).

w skład pewnego obszaru w procentach potencjału jednostki przestrzennej o najwyższej wielkości ( $P_{\max}$ ) tj.

$$\frac{P_i}{P_{\max}} \cdot 100 \quad (i=1, 2, 3, \dots n).^{234}$$

2) Wyrażenia wskaźnika kosztów transportu ( $T$ ) danej jednostki przestrzennej  $i$  w procentach wskaźnika kosztów transportu jednostki przestrzennej o najniższej wielkości ( $T_{\min}$ ) tj.

$$\frac{T_i}{T_{\min}} \cdot 100 \quad (i=1, 2, 3, \dots n).^{235}$$

3) Obliczenia ważonych kosztów transportu danej jednostki przestrzennej tj.  $[(1) \times (2)]$ .

4) Wyrażenia ważonych kosztów transportu danej jednostki przestrzennej w procentach tych danych ważonych kosztów jednostki przestrzennej wykazującej maksimum wielkości potencjału rynkowego tj.  $[(3) : (3) P_{\max}]$ .

5) Obliczenia dla danej jednostki przestrzennej różnicy między wielkościami (1) i (4) tj.  $[(1) - (4)]$ .

6) Odjęcia od powyżej wyliczonej różnicy (5) dla danej jednostki przestrzennej różnicy (5) wyliczonej dla jednostki przestrzennej, która wykazała minimum wielkości wskaźnika kosztów transportu tj.  $[(5) - (5) T_{\min}]$ , co daje wielkość wskaźnika lokalizacji dla danej jednostki przestrzennej.

Kształtowanie się wielkości wskaźnika lokalizacji dla danego obszaru można przedstawić za pomocą mapy izodapan tego wskaźnika w stosunku do jednostki przestrzennej o minimalnej wielkości kosztów transportu ( $T_{\min}$ ).

Słabość wskaźnika lokalizacji E. S. Dunna polega na tym, że podstawą jego konstrukcji jest porównywanie wymiernych korzyści wynikających ze zminimalizowania kosztów transportu z niesprowadzalnymi do nich korzyściami wysokiego potencjału rynkowego. Zagadnienia tego E. S. Dunn nie rozstrzygnął zakładając, że jeden procent wzrostu potencjału rynkowego równa się jednemu procentowi spadku ogólnych kosztów transportu. Założenie to jest dowolne i nie pozwala na porównanie obu tych wielkości, co podważa w wysokim stopniu wartość wyprowadzonego wskaźnika.

Pojęcia potencjału dochodu (popytu) oraz podaży zostały wykorzystane przez W. Warntza do badania przestrzennego kształtowania się cen niektórych produktów rolnych<sup>236</sup>. Zmienność cen oraz kształtowanie się popytu i podaży traktuje jako ciągle w przestrzeni. Miernikiem zmienności popytu w przestrzeni jest „ekonomiczny potencjał ludności brutto”, który jest potencjałem ludności ważonym przez dochód na głowę ludności i stanowi substytut dla potencjału popytu. Wielkość tą interpretuje W. Warntz jako miarę dostępności poszczególnych punktów do punktu siły kupna.

Miernikami zmienności podaży produktów są „przestrzenny” oraz „czasowy potencjał podaży produktu”. Przestrzenny potencjał podaży produktu określony jest podobnie jak

<sup>234</sup> Obliczenie wielkości potencjału rynkowego jak u C. D. Harrisa, wzór (83).

<sup>235</sup> Obliczenie wielkości wskaźnika kosztów transportu jak u C. D. Harrisa, wzór (83a).

<sup>236</sup> W. Warntz (1959); por. ponadto (1956) i (1957).

potencjał ludności z tym, że liczbę ludności zastępuje tu wielkość wytworzonego produktu danego obszaru. Interpretowany jest on jako miara dostępności do punktu podaży dobra.

Czasowy potencjał podaży produktu dotyczy zmian wielkości produkcji określonego dobra w danym okresie czasu i może być traktowany jako miara bliskości różnych okresów czasu do czasokresu produkcji. Każda jednostka czasowa produktu dokonuje wkładu do całkowitego potencjału czasowego produktu, który jest tym mniejszy, im bardziej jest oddalony czasokres produkcji od rozpatrywanego okresu czasu. Na przykład produkty rolne wykazują dużą podaż w lecie, a mniejszą w zimie. Obliczanie potencjału czasowego ma na celu uchwycenie tych zmian.

Zmienność cen niektórych produktów rolnych w przestrzeni sprowadza W. Warntz do prostej zależności wielkości ceny od ekonomicznego potencjału ludności brutto i odwrotnej zależności od przestrzennego i czasowego potencjału podaży produktu. Zależność tę przedstawia równanie estymacyjne<sup>237</sup>:

$$(84) \quad X_{c1.234} = a_{1.234} + b_{12.34} X_2 + b_{13.24} X_3 + b_{14.23} X_4$$

gdzie

$X_1$  = wielkość ceny jednostkowej produktu rolnego;

$X_{c1.234}$  = szacowana wielkość cen czterech produktów rolnych (pszenicy, ziemniaków, cebuli i truskawek) na podstawie metody najmniejszych kwadratów;

$X_2$  = ekonomiczny potencjał ludności brutto;

$X_3$  = przestrzenny potencjał podaży produktu;

$X_4$  = czasowy potencjał podaży produktu;

$a_{1.234}$  = stała wyrażająca hipotetyczną wartość dla  $X_1$ , gdy zmienne niezależne mają wartość zero;

$b$  = stała wyrażająca współczynniki regresji netto, wskazująca na zmienność  $X_1$  związaną z odpowiednią zmienną niezależną<sup>238</sup>.

Znalezienie właściwych wartości dla równania estymacyjnego dla każdego produktu wymaga równoczesnego rozwiązania (dla każdego produktu) czterech równań normalnych:<sup>239</sup>

$$(85) \quad \begin{aligned} \sum X_1 &= N a_{1.234} + b_{12.34} \sum X_2 + b_{13.24} \sum X_3 + b_{14.23} \sum X_4, \\ \sum X_1 X_2 &= a_{1.234} \sum X_2 + b_{12.34} \sum X_2^2 + b_{13.24} \sum X_2 X_3 + b_{14.23} \sum X_2 X_4, \\ \sum X_1 X_3 &= a_{1.234} \sum X_3 + b_{12.34} \sum X_2 X_3 + b_{13.24} \sum X_3^2 + b_{14.23} \sum X_3 X_4, \\ \sum X_1 X_4 &= a_{1.234} \sum X_4 + b_{12.34} \sum X_2 X_4 + b_{13.24} \sum X_3 X_4 + b_{14.23} \sum X_4^2. \end{aligned}$$

Estymacja przedstawionych równań opiera się na materiale statystycznym dotyczącym produkcji pszenicy, ziemniaków, cebuli i truskawek w układzie stanowym i 10-letnim czasokresie dla USA.

<sup>237</sup> W. Warntz (1959 e).

<sup>238</sup> Wielkość  $b_{12.34}$  jest estymatorem zmienności jednostek  $X_1$  dla każdej jednostki  $X_2$  niezależnie od zmienności  $X_3$  i  $X_4$ . Podobnie  $b_{13.24}$  jest estymatorem wpływu netto  $X_4$  na  $X_1$ , a  $b_{14.23}$   $X_4$  na  $X_1$ , przy nierozpatrywaniu wpływu pozostałych dwóch zmiennych niezależnych.

<sup>239</sup> Estymacja ceny dla każdego miejsca jest zatem sumą wielkości netto związanych z każdą zmienną niezależną plus wartość dla  $a_{1.234}$ . Por. W. Warntz (1959) s. 44 i dalsze.

Estymacja statystyczna równań i analiza korelacyjna prowadzą do hipotezy, że cena każdego z wymienionych produktów wykazuje tendencję do wzrostu, wraz ze wzrostem ekonomicznego potencjału ludności brutto (popytu), oraz spadku, wraz ze wzrostem przestrzennego i czasowego potencjału podaży produktu.

W. Warntz podaje szczegółowy opis procedury estymacyjnej modelu i weryfikacji, nie dokonuje natomiast analizy założeń zastosowania modelu, a w szczególności jego identyfikacji. Zmienne modelu wydają się być z góry określone, sam zaś model odwrotnym równaniem popytu (tj. ilość produkcji jest funkcją ceny i dochodu). Wątpliwość co do możliwości identyfikacji modelu opiera się na tym, że nie spełnia on warunku głoszącego, by między zmiennymi objaśniającymi równania nie zachodziło zjawisko współliniowości tj. by nie zachodziły związki liniowe między wartościami przynajmniej dwóch zmiennych objaśniających tego równania<sup>240</sup>.

Zarzut ten podważa w wysokim stopniu wartość przeprowadzonej estymacji modelu, a tym samym zastosowania go do badania przestrzennego kształtowania się cen.

#### 4. PRZEWIDYWANIE ZMIAN W ROZMIESZCZENIU LUDNOŚCI W UJĘCIU REGIONALNYM

Zastosowanie modelu potencjału do przewidywania zmian w rozmieszczeniu ludności w ujęciu regionalnym obejmuje dwa ujęcia: 1) G. A. P. Carrothersa; 2) W. Isarda i D. F. Bramhalla.

Ujęcie G. A. P. Carrothersa dotyczy zastosowania modelu potencjału do przewidywania całkowitej liczby ludności obszarów „otwartych” tj. obszarów mniejszych od kraju i opiera się na założeniu, że wzrost ludności jest zjawiskiem typu wzajemnego oddziaływania<sup>241</sup>. Samo zastosowanie statystyczne nie ma charakteru ściśle operacyjnego i prognostycznego i jest próbą wykazania przydatności takiego ujęcia *ex post*.

Istota zastosowania modelu potencjału leży w objęciu różnych czynników determinujących wzrost lub spadek zaludnienia (biologicznych, społecznych i ekonomicznych) w jedną miarę – potencjału dochodu – która służy do wyjaśnienia międzyregionalnych różnic wzrostu zatrudnienia.

Pojęcie potencjału dochodu stosowane przez G. A. P. Carrothersa jest analogiczne do pojęcia potencjału dochodu wprowadzonego przez W. Isarda i G. Freutela<sup>242</sup>. W budowie potencjału dochodu wprowadza on trzy wartości zmiennej odległości tj.  $f(d)=d$ ,  $d^2$  oraz  $\sqrt{d}$ ; konstruuje zatem trzy alternatywne funkcje odległości:

$$(86a) \quad V_i = \sum_{j=1}^n \frac{Y_j}{i d_j}$$

$$(86b) \quad V_i' = \sum_{j=1}^n \frac{Y_j}{i d_j^2}$$

$$(86c) \quad V_i'' = \sum_{j=1}^n \frac{Y_j}{\sqrt{i d_j}}$$

<sup>240</sup> Por. Z. Pawłowski (1963) s. 77.

<sup>241</sup> G. A. P. Carrothers (1958) ss. 121–152.

<sup>242</sup> W. Isard, G. Freutel (1954).

gdzie

$V_i, V'_i, V''_i$  = wielkość potencjału dochodu regionu  $i$ ;

$Y_j$  = wielkość dochodu każdego z  $n$  regionów danego kraju;

$d_j$  = odległość „kolejowa” między ośrodkiem regionu  $i$  a ośrodkiem regionu  $j$ .

Punktem wyjścia dla budowy modelu prognostycznego jest ogólne założenie, że liczba ludności danego regionu  $i$  w czasie  $t+\theta$  składa się z:

1) liczby ludności regionu na początku okresu przewidywania w chwili  $t$ ; plus

2) wzrost liczby ludności regionu na poziomie wzrostu ludności kraju w okresie  $\theta$ , plus (lub minus)

3) wzrost lub spadek liczby ludności regionu  $i$  w okresie  $\theta$ , który jest wynikiem zmiany międzyregionalnej pozycji regionu  $i$  ze względu na czynniki wzrostu ludności reprezentowane przez zmiany potencjału dochodu w regionie  $i$  w czasokresie  $\theta$ .

Założenie to przedstawia się następująco:

$$(87) \quad {}^{t+\theta}P_i = f[{}^tP_i, {}^tP_{us}, {}^{t+\theta}P_{us}; {}^tY_1, {}^tY_2, \dots, {}^tY_n, {}^tY_{us}, {}^{t+\theta}Y_1, {}^{t+\theta}Y_2, \dots, {}^{t+\theta}Y_n, {}^{t+\theta}Y_{us}; {}_i d_1, {}_i d_2, \dots, {}_i d_n]$$

gdzie

$P_i$  = liczba ludności regionu  $i$ ;

$P_{us}$  = liczba ludności kraju (USA);

$Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  = wielkość dochodu każdego z  $n$  regionów kraju;

$Y_{us}$  = wielkość dochodu kraju (USA);

$d_1, d_2, \dots, d_n$  = odległość regionu  $i$  od każdego z pozostałych  $n$  regionów;

$t$  = data rozpoczęcia okresu;

$\theta$  = czasokres;

$t+\theta$  = przewidywana data.

Wychodząc z powyższego założenia G. A. P. Carrothers sformułował następujący model „prognostyczny”:

$$(88) \quad {}^{t+\theta}F_i = {}^\theta\lambda \cdot {}^tP_i + {}^\theta C \cdot {}^\theta Z_i \cdot {}^tP_i$$

gdzie

$$(88a) \quad {}^\theta\lambda \equiv \frac{{}^{t+\theta}P_{us}}{{}^tP_{us}},$$

$$(88b) \quad {}^\theta Z_i \equiv \frac{{}^{t+\theta}V_i}{{}^\theta\rho \cdot {}^tV_i} - 1 \quad \text{przy czym} \quad {}^\theta\rho \equiv \frac{{}^{t+\theta}Y_{us}}{{}^tY_{us}},$$

$$(88c) \quad {}^\theta C_i \equiv \frac{{}^\theta X_i}{{}^\theta Z_i \cdot {}^tP_i} \quad \text{przy czym} \quad {}^\theta X_i \equiv {}^{t+\theta}P_i - {}^\theta\lambda \cdot {}^tP_i.$$

Wielkości te są interpretowane:

${}^{t+\theta}F_i$  = przewidywana liczba ludności regionu  $i$  w czasie  $t+\theta$ ;

${}^\theta\lambda$  = stopa wzrostu ludności kraju w okresie  $\theta$ ;

${}^\theta\rho$  = stopa wzrostu dochodu narodowego w czasie  $\theta$ ;

${}^\theta Z_i$  = zmodyfikowany względny czynnik potencjału dochodu;

Tablica 2

RÓWNANIA REGRESJI LINIOWEJ MODELU WZROSTU LUDNOŚCI G. A. P. CARROTHERSA (1958) s. 143

| Czasokres | $f(d)$<br>$\frac{{}^{t+\theta}P_i}{{}^tP_i} = A + {}^\theta C - \frac{{}^{t+\theta}V_i}{{}^\theta\rho \cdot {}^tV_i}$ | Współczynnik determinacji<br>$r^2$ | Współczynnik korelacji<br>$r$ | Błąd standardowy<br>$S_y$ | % odchylenia<br>$\frac{{}^{t+\theta}P}{{}^tP_i}$ od ${}^\theta\lambda$ przy<br>$\frac{{}^{t+\theta}V_i}{{}^\theta\rho \cdot {}^tV_i} = 1$ |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------|---------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1920–1930 | 1920–30<br>$d \quad \frac{1930P_i}{1920P_i} = 0,017 + 1,163 N_i^*$                                                    | 0,258                              | 0,508                         | 0,114                     | 1,6                                                                                                                                       |
|           | 1920–30<br>$d^2 \quad \frac{1930P_i}{1920P_i} = 0,641 + 0,538 N_i$                                                    | 0,401                              | 0,633                         | 0,103                     | 1,5                                                                                                                                       |
|           | 1920–30<br>$\sqrt{d} \quad \frac{1930P_i}{1920P_i} = 0,565 + 1,744 N_i$                                               | 0,153                              | 0,391                         | 0,122                     | 1,5                                                                                                                                       |
| 1930–1940 | 1930–40<br>$d \quad \frac{1940P_i}{1930P_i} = 0,078 + 0,994 N_i$                                                      | 0,367                              | 0,606                         | 0,050                     | 0                                                                                                                                         |
|           | 1930–40<br>$d^2 \quad \frac{1940P_i}{1930P_i} = 0,698 + 0,360 N_i$                                                    | 0,427                              | 0,654                         | 0,048                     | –1,3                                                                                                                                      |
|           | 1930–40<br>$\sqrt{d} \quad \frac{1940P_i}{1930P_i} = 0,640 + 0,436 N_i$                                               | 0,044                              | 0,210                         | 0,060                     | 0,4                                                                                                                                       |
| 1940–1950 | 1940–50<br>$d \quad \frac{1950P_i}{1940P_i} = 0,355 + 0,769 N_i$                                                      | 0,140                              | 0,374                         | 0,117                     | –1,8                                                                                                                                      |
|           | 1940–50<br>$d^2 \quad \frac{1950P_i}{1940P_i} = 0,810 + 0,296 N_i$                                                    | 0,097                              | 0,311                         | 0,120                     | –3,2                                                                                                                                      |
|           | 1940–50<br>$\sqrt{d} \quad \frac{1950P_i}{1940P_i} = 0,149 + 0,996 N_i$                                               | 0,024                              | 0,154                         | 0,125                     | 0,1                                                                                                                                       |

$$* {}^\theta N_i = {}^\theta Z_i + 1 = \frac{{}^{t+\theta}V_i}{{}^\theta\rho \cdot {}^tV_i}$$



$^{\theta}C$  = współczynnik wyjaśniający zmienne endogeniczne wpływające na wzrost ludności w czasie  $\theta$ ;

$^{\theta}X_i$  = czynnik wzrostu międzyregionalnego.

Model składa się z dwóch części: pierwsza ( $^{\theta}\lambda \cdot ^tP_i$ ) dotyczy wzrostu regionalnego ludności będącego wynikiem wzrostu krajowego ludności w czasie  $\theta$ ; druga ( $^{\theta}C \cdot ^{\theta}Z_i \cdot ^tP_i$ ) wyraża wzrost regionalny ludności będący wynikiem przesunięcia międzyregionalnej pozycji regionu w czasie  $\theta$ .

Aby nadać modelowi operacyjny charakter konieczna jest znajomość dla przewidywanego czasokresu następujących wielkości: dochodu narodowego, liczby ludności kraju, dochodu każdego regionu oraz wartości współczynnika  $C$ . Współczynnik ten należy traktować jako stałą charakterystykę w czasie i może być on uzyskany na podstawie analizy regresji z danych dotyczących przeszłości.

Estymacja modelu została dokonana przez G. A. P. Carrothersa przy pomocy metody najmniejszych kwadratów na podstawie danych dotyczących trzech okresów (1920–1930, 1930–1940, 1940–1950) dla 31 regionów USA, przyjmując trzy wielkości  $f(d)$  tj.  $d$ ,  $d^2$ ,  $\sqrt{d}$ , w postaci upraszczającej równanie (88):

$$(89) \quad \frac{{}^{t+\theta}P_i}{{}^tP_i} = {}^{\theta}\lambda + {}^{\theta}C \cdot {}^{\theta}Z_i$$

gdzie

${}^{t+\theta}P_i$  zastępuje  ${}^{t+\theta}F_i$ .

Jeżeli model ten jest poprawny, to rozrzut obserwowanych wartości zmiennej niezależnej  ${}^{\theta}Z_i$  względem zmiennej zależnej

$$\frac{{}^{t+\theta}P_i}{{}^tP_i}$$

na wykresie punktowym może być przedstawiony w postaci prostoliniowej. Nachylenie linii regresji pozwala określić wielkość, która może być interpretowana jako zgeneralizowana, pojedyncza wartość współczynnika  $C$  dla danego okresu. Teoretycznie linia regresji powinna przechodzić przez  ${}^{\theta}\lambda$  w punkcie  $Z_i=0$ . Odpowiednia postać równania regresji przedstawia się następująco:

$$(90) \quad \frac{{}^{t+\theta}P_i}{{}^tP_i} = A + {}^{\theta}C \left[ \frac{{}^{t+\theta}V_i}{{}^{\theta}\rho \cdot {}^tV_i} \right].$$

Tablica 2 przedstawia równania regresji liniowej dla trzech okresów i różnych wielkości  $f(d)$ . Współczynniki korelacji wykazują najmniej zadowalający wynik przy  $f(d)=\sqrt{d}$ .

Ponadto G. A. P. Carrothers przeprowadził porównawcze sprawdzenie modelu przy użyciu analizy regresji przez porównanie wyników uzyskanych z modelu z wynikami uzyskanymi na podstawie obliczenia wzrostu ludności zakładającego proporcjonalność wzrostu regionu i kraju.

Krytyka budowy i estymacji modelu wymaga zwrócenia uwagi na następujące zagadnienia:

1) Założenia stwierdzające, że wzrost ludności danego regionu w jakimś czasie jest pewną funkcją wzrostu potencjału dochodu tego regionu w tym czasie, sprowadza zasad-

niczy tron budowy modelu do pojęcia potencjału dochodu. W związku z tym nasuwa się przede wszystkim zagadnienie określenia wpływu odległości na wzajemne oddziaływanie. Zarówno w teoretycznym jak i empirycznym modelu G. A. P. Carrothersa odległość reprezentują trzy różne wielkości stałe ( $d$ ,  $d^2$ ,  $\sqrt{d}$ ) co oznacza, że nie przeprowadza się badania wpływu odległości jako zmiennej, a jedynie sprawdza trzy różne warianty arbitralnie przyjętych funkcji odległości. Brak wiedzy *a priori* o wpływie odległości wprowadza zatem element dowolności.

2) Przyjęcie całkowitej wielkości dochodu jako jedyne miernika, który ma reprezentować wszystkie czynniki wzrostu ludności, jest mało zbliżone do rzeczywistości. W przypadku ograniczenia się do miernika dochodu należałoby wydzielić tę część dochodu, która ma zasadniczy wpływ na wzrost ludności. Równocześnie niesłuszne wydaje się wprowadzenie jako zmiennej determinującej całkowitej wielkości dochodu w regionie zamiast wielkości dochodu na głowę. Ta ostatnia wielkość bowiem stanowi istotny czynnik przyciągający migracje.

3) Wzrost ludności składa się z dwóch zasadniczych elementów tj. przyrostu naturalnego i migracji z których jedynie ostatni bezpośrednio reaguje na wzrost dochodu regionalnego. Stąd też regionalne różnice w stopie przyrostu ludności są przypuszczalnie przede wszystkim wynikiem zróżnicowania migracji. Podobnie opór odległości dotyczy raczej międzyregionalnych ruchów ludności i nie ma większego wpływu na czynniki biologiczne. Prowadzi to do przekonania, że zastosowanie modelu do przewidywania wzrostu ludności nie powinno dotyczyć ogólnej liczby ludności a określonej jej części.

4) Wątpliwość budzi przyjęcie jako podstawy dla estymacji statystycznej uproszczonej postaci równania (89) zamiast (88). Wynika to z konieczności uniknięcia trudności jakie powstałyby przy ewentualnej estymacji podstawowej postaci modelu. Taka estymacja modelu prowadziłaby bowiem do zmiany subskryptów: a) subskryptu regionu (*i*) ze stałego na zmienny obraz b) czasokresu ( $\theta$ ) ze zmiennego na stały. Prowadzi to do założenia stwierdzającego:  ${}^{\theta}C_i = {}^{\theta}C_j$  oraz do równania:

$$\frac{{}^{\theta}X_j}{{}^{\theta}X_i} \cdot \frac{{}^{\theta}Z_i}{{}^{\theta}Z_j} = \frac{{}^tP_j}{{}^tP_i}.$$

Równanie to uzależnia wielkość ludności i wzrost dochodu wzajemnie od siebie i od wielkości ludności co prowadzi do zależności pozornej<sup>243</sup>.

Ujęcie W. Isarda i D. F. Bramhalla, częściowo wzorowane na modelu G. A. P. Carrothersa ma służyć do przewidywania ogólnej liczby ludności regionów danego kraju również na podstawie zastosowania potencjału dochodu, starając się jednak uniknąć pewnych słabości założeń G. A. P. Carrothersa<sup>244</sup>.

W. Isard i D. F. Bramhall formułują w tym celu dwa modele prognostyczne.

Pierwszy model prognostyczny reprezentuje następujące równanie:

$$(91) \quad {}^{t+\theta}P_i^* = a({}_iZ) \cdot \left[ \frac{{}^{t+\theta}\bar{V}_i}{{}^t\bar{V}_i} \right]^b$$

<sup>243</sup> G. A. P. Carrothers (1958) s. 157.

<sup>244</sup> W. Isard i D. F. Bramhall (1959) ss. 25–47.

przy czym

$$(91a) \quad {}_iZ = \sum_{v=1}^m \frac{{}^{t+\theta}_{us}E_v}{{}_iE_v} \cdot {}_iE_v,$$

$$(91b) \quad \bar{\rho} = \frac{{}^{t+\theta}_{us}\bar{Y}}{{}_i\bar{Y}},$$

$$(91c) \quad {}_i\bar{V} = \frac{{}_i\bar{Y}_1}{d_{i1}} + \frac{{}_i\bar{Y}_2}{d_{i2}} + \dots + \frac{{}_i\bar{Y}_n}{d_{in}}$$

gdzie

${}_iP^*$  = szacowana liczba ludności regionu  $i$ ;

$t$  = rok podstawowy;

$\theta$  = czasokres podstawowy;

${}_{us}E_v$  = wielkość zatrudnienia krajowego w działalności ekonomicznej typu  $V$  tj. „dostępu do rynku”;

${}_iE_v$  = wielkość zatrudnienia w regionie  $i$  w działalności typu  $V$  lub, jeżeli  $V$  stanowi usługi lokalne lub rynkowo zorientowany typ działalności, wielkość ta obejmuje zatrudnienie nie związane z działalnością ekonomiczną wrażliwą na koszt.

$\bar{Y}_i$  = wielkość dochodu regionu  $i$ , która stanowi sumę: a) niezależnego dochodu ludności zorientowanej klimatycznie oraz b) dochodu powstałego przez działalność typu wrażliwego na koszt i tę część usług lokalnych i rynkowo zorientowanych operacji, które są związane z tą działalnością i klimatycznie zorientowaną ludnością;

${}_{us}\bar{Y}$  = wielkość dochodu kraju obliczona jak wyżej;

$d_{i1}, d_{i2}, d_{in}$  = odległość regionu  $i$  od każdego z pozostałych  $n$  regionów;

$a$  = stała, która zamienia liczbę zatrudnionych w liczbę ludności;

$\varepsilon$  = wykładnik potęgowy.

Model ten składa się z dwóch elementów: pierwszy stanowi wielkość  ${}_iZ$ , która mierzy oczekiwany wzrost ludności regionu  $i$  oparty na działalności typu dostępu do rynku, jeżeli zatrudnienie w każdej działalności typu dostępu do rynku regionu  $i$  wzrosło na poziom krajowy. Drugi element reprezentuje wielkość

$$\frac{{}^{t+\theta}_i\bar{V}}{\bar{\rho}^t{}_i\bar{V}}$$

tj. miernik względnego potencjału dochodu. Należy zwrócić uwagę, że wielkość masy nie obejmuje tutaj całości dochodu, a tylko jej część określoną jako  $Y_i$ , przy czym dla eliminacji wpływu krajowego wzrostu lub spadku dochodu wprowadza się wielkość  $\bar{\rho}$ . Wykładnik  $\varepsilon$  określa znaczenie zmienności międzyregionalnej pozycji regionu w stosunku do wpływu pierwszego elementu tj. stopnia proporcjonalności.

Bardziej ogólnie charakteryzując powyższy model można stwierdzić, że wielkość  $a({}_iZ)$  wyraża wpływ proporcjonalności, zmodyfikowany przez wielkość względnego potencjału dochodu jako elementu wyrażającego zmianę w międzyregionalnej pozycji regionu tj. polepszeniu lub pogorszeniu dostępu regionów rozpatrywanego systemu,

przy czym „indukujący wzrost” wpływ innych regionów zmienia się odwrotnie do odległości, co jest określone przy pomocy potencjału dochodu.

Proponowana procedura estymacji modelu opiera się na postaci logarytmicznej, to znaczy równanie (91) przybiera postać:

$$(92) \quad \log {}^{t+\theta}_iP^* = \log a + \log {}_iZ + \varepsilon \log \left[ \frac{{}^{t+\theta}_i\bar{V}}{\bar{\rho}^t{}_i\bar{V}} \right].$$

Ponieważ wielkości  $({}_iZ)$ ,  $({}^{t+\theta}_i\bar{V})$ ,  $(\bar{\rho})$  oraz  $({}_i\bar{V})$  mogą być określane na podstawie danych statystycznych, a wielkość  $a$  jest stałą, to aby przewidzieć  ${}^{t+\theta}_iP^*$  konieczna jest estymacja współczynnika  $\varepsilon$ . Wielkość tę można uzyskać na podstawie danych z przeszłości przy pomocy analizy regresji.

Drugi model prognostyczny przedstawia równanie:

$$(93) \quad {}^{t+\theta}_iP = a({}_iZ) + b \left[ \frac{{}^{t+\theta}_i\bar{V}}{{}_i\bar{V}} - 1 \right] {}_{us}P^*.$$

W modelu tym element proporcjonalności  $({}_iZ)$  oraz element pozycji międzyregionalnej regionu (względny potencjał dochodu) są addytywne, a nie jak w pierwszym modelu – multiplikatywne, przy czym element określający miarę pozycji międzyregionalnej regionu zostaje zmodyfikowany. Modyfikacja ta dotyczy następujących wielkości:

1) wprowadzenia współczynnika  $b$ ;

2) wprowadzenia mnożnika w postaci liczby ludności  $({}_iP^*)$ , ponieważ oba elementy są addytywne i muszą wyrażać te same jednostki tj. liczby ludności;

3) odjęcia liczby jeden od wielkości względnego potencjału dochodu, aby uzyskać wielkość odchylenia wzrostu regionu od wielkości wzrostu na poziomie krajowym, który wynosi jeden.

Wyznaczenie współczynnika  $b$  może odbywać się dwoma sposobami: pierwszy sugeruje oszacowanie  $b$  jako wielkości stosowalnej do wszystkich regionów. W tym celu należy skonstruować wykres na którym wzdłuż osi pionowej mierzy się wielkość  $[{}^{t+\theta}_iP - a({}_iZ)]$ , a więc różnicę między aktualną wielkością grupy ludności utrzymującej się z działalności typu dostępu do rynku, a oczekiwaną wielkością ludności, gdyby ludność ta osiągnęła poziom wzrostu krajowego. Wzdłuż osi poziomej mierzy się iloczyn wielkości względnego potencjału dochodu  $({}_iP^*)$ . Jeżeli model jest właściwy można oczekiwać, że wyznaczony na wykresie dla każdego regionu punkt reprezentuje dodatnią wartość dla obu zmiennych (lub ujemną). Przy pomocy metody regresji można wyznaczyć równanie prostej i parametru  $b$ . Ponieważ pierwszy element równania (93) implikuje jedność jako wyraz proporcjonalności wzrostu regionu na poziomie kraju, to wartość  $b$  może być traktowana jako względna waga czynnika położenia międzyregionalnego.

Drugi alternatywny sposób obejmuje określenie poszczególnych wartości  $b$  dla każdego regionu, zamiast jak w pierwszej procedurze ogólnego współczynnika  $b$  stosowalnego dla wszystkich regionów. Na wykresie na osi poziomej zaznacza się w równych odstępach kolejne okresy czasu np. 1935–40, 1940–45, 1945–50. Na osi pionowej przed-

stawia się kolejno stosunek:

$$\left[ \frac{t+\theta_i P - a(iZ)}{\left( \frac{t+\theta_i \bar{V}}{\rho_i \bar{V}} - 1 \right) t P^*} \right]$$

który na podstawie równania (93) jest równoznaczny z wielkością  $b$ . Dla danego regionu  $i$  oblicza się  $b$  dla każdego rozważanego okresu w przeszłości i zaznacza tę wartość na wykresie. Rozmieszczenie punktów reprezentujących wartość  $b$  na wykresie pozwala wyznaczyć linię trendu i przez ekstrapolację określić na tej podstawie przyszłą wartość dla  $b$ .

Modele sformułowane przez W. Isarda i D. F. Bramhalla są prostsze niż model G. A. P. Carrothersa i są bliższe rzeczywistości. Pomijając sam mechanizm działania modelu potencjału dochodu jako wspólny dla obu tych ujęć należy zwrócić uwagę, że różnią się one od modelu G. A. P. Carrothersa określeniem zmian ogólnej liczby ludności w oparciu o zmiany zatrudnienia oraz tym, że określa się bliżej tą część dochodu narodowego, która ma indukujący wpływ na wzrost ludności danego regionu. Trzeba podkreślić jednak, że charakterystyka modeli W. Isarda i D. F. Bramhalla obejmuje jedynie opis procedury estymacyjnej modelu nie zawiera natomiast badań empirycznych. W związku z tym nie można rozpatrzyć zasadniczych trudności jakie mogą powstać przy określeniu proponowanych wielkości dochodu narodowego na materiale empirycznym. Nie jest usunięta też zasadnicza słabość tych modeli, to jest połączenie wzrostu ludności wynikłego na skutek przyrostu naturalnego i migracji. Tylko bowiem wielkość migracji wydaje się być bezpośrednio związana z oddziaływaniem wpływu odległości.

##### 5. WYJAŚNIANIE I PRZEWIDYWANIE ROZWOJU MIAST JAKO PUNKTÓW SIECI TRANSPORTOWEJ

Zastosowanie modelu potencjału do wyjaśniania i przewidywania rozwoju miast w ujęciu przestrzennym jako punktów sieci transportowej zostało dokonane przez R. Lachene<sup>245</sup>.

Wpływ sieci transportowej na rozwój miast wyraża się z jednej strony w tworzeniu przez sieć „pola potencjału”, które określa lokalizację użytkownika sieci pełniącą funkcje miastotwórcze, z drugiej zaś w nakładaniu ograniczeń na tych użytkowników w zakresie wyboru lokalizacji.

Pole potencjału stanowi rezultat obecnej lokalizacji użytkowników, oddalenia punktów na sieci oraz jej kształtu, przelotowości i pojemności. Pole to stale wpływa na lokalizację użytkowników przyciągając ich do punktów o wysokim potencjale. Wartość lokalizacji dla użytkownika zależy od sposobu w jakim inni użytkownicy są rozmieszczeni wzdłuż linii transportowej przechodzącej przez ten punkt i rozkład ten można wyrazić potencjałem wytworzonym w miejscu lokalizacji.

Pojęcie potencjału stanowi według R. Lachene miernik wartości położenia punktów

na sieci transportowej w stosunku do „zawartości” terytorium tj. przedsiębiorstw, pracy, dóbr, surowców, rynków i ich elementów, z których najlepiej reprezentuje tę „zawartość” wielkość dochodu.

Ze względów praktycznych mierzy się ją jednak liczbą ludności. Ponieważ wartość różnych punktów, które są połączone siecią nie jest taka sama i ponieważ zależy ona od położenia tych punktów w stosunku do „zawartości” terytorium, stąd też potencjał wytworzony w danym punkcie dostarcza dobrej miary tej wartości, gdyż wzrasta wraz z „zawartością” terytorium w każdym punkcie, a zmniejsza się gdy rośnie „oddalenie” od tego punktu. Ściślej, potencjał wytworzony w punkcie  $u$  ze względu na obszar na którym ludność jest rozmieszczona w  $U$  miastach można wyrazić jako:

$$(94) \quad V_u = \frac{P_{u'}}{E_{uu'}}$$

przy czym,

$$(95) \quad E_{uu'} = e_1 D_{uu'} + e_2 T_{uu'} + \frac{e_3}{C_u - \tau_u} + \frac{e_4}{C_{u'} - \tau_{u'}} + e_{5uu'}$$

gdzie

$P_{u'}$  = liczba ludności  $u'$ ;

$E_{uu'}$  = oddalenie punktu  $u$  i  $u'$ , stanowiące funkcję  $D_{uu'}$ ,  $T_{uu'}$ ,  $C_u - \tau_u$  oraz  $C_{u'} - \tau_{u'}$ ;

$D_{uu'}$  = najkrótsza odległość między punktem  $u$  a  $u'$ ;

$T_{uu'}$  = czas przejazdu;

$C_u$  oraz  $C_{u'}$  = przepustowość sieci w punktach  $u$  oraz  $u'$ ;

$\tau_u$  oraz  $\tau_{u'}$  = wielkość ruchu w punktach  $u$  oraz  $u'$ ;

$e$  = stałe przystosowujące.

R. Lachene rozszerza zatem pojęcie odległości w modelu potencjału wprowadzając pojęcie „oddalenia”, które stanowi funkcję kilku zmiennych.

Samo zastosowanie modelu potencjału do budowy modeli wzrostu opiera R. Lachene na założeniu, że liczba użytkowników poszukujących lokalizacji, którzy ostatecznie osiedlą się w danym punkcie jest wzrastającą funkcją potencjału tego punktu czyli, że wzrost punktów (miast położonych na sieci transportowej) zależy od ich obecnego potencjału ludności. Wychodząc z tego założenia buduje pięć modeli rozwoju miast. Modele te oparte są o dodatkowe założenia:

1) Rozważa się terytorium na którego obszarze ludność jest rozmieszczona w  $U$  miastach w chwili  $t$ ;

2) Rozwój całkowitej liczby ludności nie jest zależny od jej rozmieszczenia na danym terytorium; zakłada się przy tym, że wzrost ludności wynosi stałą stopę  $a$  i może być określony jako:

$$(96) \quad aP^t = P^{t+1} - P^t$$

lub

$$(96a) \quad a = \frac{1}{P^t} \cdot \frac{dP^t}{dt}$$

<sup>245</sup> R. Lachene (1964).



gdzie

$$(96b) \quad P^t \equiv \sum_{u=1}^{u=U} P_u^t$$

$P_u^t$  = liczba ludności miasta  $u$  w chwili  $t$ .

Pierwszy model (A) zakłada, że absolutny wzrost ludności w danym czasie jest proporcjonalny do wielkości potencjału tego miasta i wyraża się w postaci zależności:

$$(97) \quad P_u^{t+1} - P_u^t = \alpha_t \cdot V_u^t$$

gdzie

$\alpha_t$  = współczynnik proporcjonalności wzrostu ludności.

Aby określić  $\alpha_t$  należy dodać warunek ograniczający:

$$(97a) \quad \sum_u \alpha_t V_u^t = P^{t+1} - P^t.$$

Jeżeli przyjmuje się, że czas stanowi zmienną ciągłą, to model ten może być wyrażony w postaci dwóch zależności:

$$(98) \quad \frac{dP_u^t}{dt} = \alpha_t \cdot V_u^t$$

$$(98a) \quad \sum_u \frac{dP_u^t}{dt} = \frac{dP^t}{dt}.$$

Drugi model (B) zakłada, że stopa wzrostu miasta w danym czasie jest proporcjonalna do potencjału tego miasta:

$$(99) \quad \frac{P_u^{t+1} - P_u^t}{P_u^t} = \alpha_t \cdot V_u^t$$

z warunkiem ograniczającym:

$$(99b) \quad \sum_u \alpha_t \cdot P_u^t \cdot V_u^t = P^{t+1} - P^t.$$

Trzeci model (C) zakłada, że absolutny wzrost miasta jest proporcjonalny do wielkości różnicy między potencjałem miasta a stałą wartością  $V_o^t$ :

$$(100) \quad P_u^{t+1} - P_u^t = \alpha_t (V_u^t - V_o^t)$$

z warunkiem ograniczającym;

$$(100a) \quad \sum_u \alpha_t (V_u^t - V_o^t) = P^{t+1} - P^t$$

gdzie  $V_o^t$  może stanowić:

1) przeciętną wartość potencjału na danym terytorium tj.  $\bar{V} = \sum_u \frac{V_u}{U}$ ;

2) średnią ważoną wartość potencjału na danym terytorium tj.  $\bar{V}'' = \sum_u \frac{P_u V_u}{P}$

3) minimalną wartość potencjału na danym terytorium.

Czwarty model (D) zakłada, że stopa wzrostu miasta jest proporcjonalna do różnicy między potencjałem miasta a stałą wartością  $V_o^t$ .

Piąty model (E) zakłada, że absolutny wzrost miasta jest proporcjonalny do różnicy między potencjałem miasta a pewną funkcją wartości  $V_o^t$ :

$$(101) \quad P_u^{t+1} - P_u^t = \alpha_t [V_u^t - f(a) V_o^t]$$

przy czym

$$(101a) \quad f(a) = e^{-\lambda a}$$

gdzie

$\lambda$  = stała dodatnia.

Sformułowanie bardziej złożonych modeli wymaga wzięcia pod uwagę następujących zagadnień:

- 1) rozpatrzenia odmiennych postaci funkcji  $V_o^t$ ;
- 2) wprowadzenia do modelu wpływu lokalnych warunków rozwoju przez:
  - a) rozróżnienie tej części procesu wzrostu, który jest spowodowany miejscowymi warunkami od tej części na którą wywiera wpływ położenie miasta na danym terytorium. Jeżeli bowiem założy się, że

$$(102) \quad V_u = \frac{P_u}{E_{uu'}} + \sum_{u' \neq u} \frac{P_{u'}}{E_{uu'}} = V_u' + V_u'',$$

to można sformułować model:

$$(102a) \quad P_u^{t+1} - P_u^t = \alpha_t V_u'' + \beta_t V_u''';$$

- b) zastąpienie założenia o stopie wzrostu naturalnego na poziomie krajowym założeniem stwierdzającym jej zróżnicowanie według miast;
- c) określenie wpływu „krańcowego” położenia niektórych miast na skutek ich związków z obszarami spoza rozważanego układu;
- 3) adaptacji do określenia rozwoju obszarów miejskich przez rozpatrzenie różnych układów sieci transportowej.

Zastosowanie przedstawionych modeli może być wielorakie:

- 1) do badania wpływu układu i pojemności sieci transportowej; porównanie wzrostu dla sieci o różnym układzie i pojemności pozwala określić stopień wpływu różnych sieci na rozwój terytorium;
- 2) do badania wpływu wyjściowego układu miast w przypadku, gdy powstaje problem wyboru między istniejącymi miastami lub wyboru miejsca dla nowych miast;
- 3) do przewidywania wzrostu miast dla danej sieci transportowej przy danej ogólnej stopie wzrostu;
- 4) do badania wpływu ogólnej stopy wzrostu na ewolucję miast;
- 5) do wyjaśniania migracyjnych bilansów miast.

Modele R. Lachene nie mają charakteru operacyjnego i stanowią jedynie założenia dla rozwiązania pewnej klasy zagadnień poznawczych; brak jest natomiast bliższych wskazań dotyczących konkretnej postaci analitycznej poszczególnych równań i określenia procedury estymacyjnej i weryfikacyjnej. Należałoby także bliżej określić stopień i charakter zurbanizowania układu terytorialnego do którego modele te mogą być stosowane, a który jak się wydaje musi być wysoki.

Koncepcja potencjału uczestnictwa (*participation potential*) sformułowana przez W. Isarda i T. H. Tunga stanowi podstawę teorii przestrzennej organizacji decyzji. Decyzje planistyczne mogą być dokonywane w różnych punktach hierarchicznego systemu regionów, a różne typy decyzji powinny być związane z różnym rzędem regionów.

Proponowana teoria ma sformułować zasady dla określenia stopnia przestrzennej decentralizacji decyzji.

Koncepcja potencjału uczestnictwa nie została *implicite* zdefiniowana przez W. Isarda i T. H. Tunga.

Wstępnie można ją określić jako zastosowanie modelu potencjału z tym, że wielkość masy w modelu stanowi wektor dwóch składników: liczby decyzji oraz liczby indywidualów (osób), uczestników danej organizacji. Przyjmując jako punkt wyjścia model potencjału w następującym sformułowaniu:

$$(103) \quad {}_iV = k \sum_{j=1}^n \frac{w_j (M_j)^\beta}{d_{ij}^b}$$

gdzie

$d_{ij}$  = odległość między  $i$  a  $j$ ;

$M_j$  = wielkość masy w  $j$ ;

$w_j$  = waga masy;

$\beta, b$  = wykładniki potęgowe reprezentujące stałe;

$k$  = stała przystosowująca,

można dokonać dwojakiej interpretacji  $V$  jako potencjału w  $i$ ;

1) jeżeli masę w  $i$  stanowi pewna liczba decyzji, to  ${}_iV$  mierzy całkowity wpływ lub udział wszystkich mas (indywidualów) w jednostce decyzji w  $i$ ;

2)  ${}_iV$  traktuje się jako miarę całkowitego wpływu lub udziału jednej jednostki masy (indywidualów) w  $i$  we wszystkich decyzjach dokonanych w punktach  $j (j=1, \dots, n)$ .

Stosownie do pierwszej interpretacji, wielkość  ${}_iV$  mierzona jest w jednostkach ważonej masy (ludności) na jednostkę odległości od  $i$ . Wartość  ${}_iV$  odnosi się zatem do wpływu lub uczestnictwa (udziału) jednostki masy (decyzji) w  $i$ .

Według drugiej interpretacji wielkość  ${}_iV$  mierzona jest w jednostkach ważonej przystosowanej masy (decyzji) na jednostkę odległości od  $i$ . Wartość  ${}_iV$  odnosi się do wpływu lub uczestnictwa jednostki masy (osób) w  $i$ .

Aby określić miernik stopnia centralizacji decyzji ze względu na udział w decyzjach masy (ludności), znajdującej się w  $i$  proponuje się wprowadzenie wskaźnika:

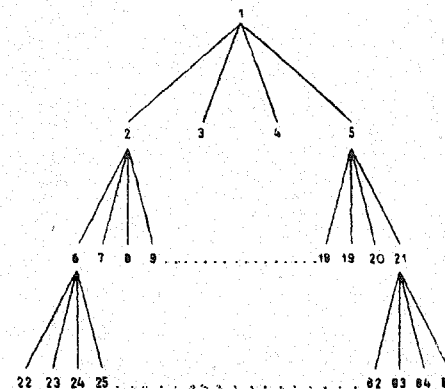
$$(104) \quad C_i = \frac{M_i/d_{ii}}{{}_iV} = \frac{M_i}{{}_iV \cdot d_{ii}}$$

Na podstawie pierwszej interpretacji  ${}_iV$ , wskaźnik ten pomnożony przez 100 daje procentowe uczestnictwo ludności  $i$  w jednostce decyzji w  $i$ . Jest to surowy wskaźnik

stopnia przestrzennej centralizacji w dokonywaniu decyzji. Odpowiedni stopień przestrzennej decentralizacji przedstawia natomiast wyrażenie:

$$1 - \frac{M_i}{{}_iV \cdot d_{ii}}$$

Na podstawie drugiej interpretacji  ${}_iV$  wskaźnik ten pomnożony przez 100 daje procent całkowitego uczestnictwa jednostki (indywidualów) w  $i$  do wszystkich decyzji w  $i$ .



Ryc. 10. Schemat prostego układu hierarchicznego.

Stosunek ten stanowi surowy wskaźnik względnej lokalnej orientacji jednostki w  $i$ . Wyrażenie

$$1 - \frac{M_i}{{}_iV \cdot d_{ii}}$$

winno zatem wskazać odpowiedni stopień poza lokalnej orientacji.

Powyższym pojęciom  ${}_iV$  odpowiadają również dwa pojęcia dostępności:

- dostępność całkowitej masy ludności do jednostki decyzji w  $i$ ;
- dostępność jednostki masy (ludności) w  $i$  do wszystkich decyzji.

Badanie przestrzennej decentralizacji decyzji w oparciu o potencjał uczestnictwa wymaga określenia wielkości potencjału uczestnictwa dla zróżnicowanej hierarchicznej struktury organizacyjnej. Badanie takie przeprowadza W. Isard i T. H. Tung na przykładzie prostego układu hierarchicznego ilustrując tym samym uproszczoną metodę obliczenia potencjału uczestnictwa. Układ ten przedstawia rycina 10.

Schemat ten składa się z 4 rzędów, z których pierwszy posiada 1 węzeł, drugi — 4 węzły, trzeci — 16 węzłów, czwarty — 64 węzły, a ich numeracja obejmuje 4 klasy: 1, 2–5, 6–21 i 22–85. Dalsze założenia badania przestrzennej decentralizacji decyzji w oparciu o ten schemat są następujące:

- każdy węzeł reprezentuje tylko jedną jednostkę (osobę) przy  $w_j, k, \beta, b=1$ ;
- odległość między dwoma węzłami rzędów  $f$  i  $g$  tj.  $d_{fg}=1$ , gdy  $f>g$ , a  $d_{fg}=\infty$ , gdy  $f<g$ . Założenie to oznacza, że przepływ uczestnictwa może przebiegać tylko od góry do dołu;

Tablica 3

POTENCJAŁ UCZESTNICTWA DLA UKŁADÓW PRZESTRZENNYCH DECENTRALIZACJI

| Układ<br>przes-<br>trzennej<br>decentra-<br>lizacji | Węzeł<br>I rzędu | Węzły II rzędu |     | Węzły III rzędu |       | Węzły IV rzędu |      | Całkowity<br>potencjał<br>uczest-<br>nictwa<br><i>P</i> |
|-----------------------------------------------------|------------------|----------------|-----|-----------------|-------|----------------|------|---------------------------------------------------------|
|                                                     | Numer węzła      |                |     |                 |       |                |      |                                                         |
|                                                     | (1)              | (2)            | (5) | (6)             | (21)  | (22)           | (85) |                                                         |
| A                                                   | 1                | 0              | ... | 0               | ...   | 0              | ...  | 43,33                                                   |
| B                                                   | 0,9              | 0,1            | ... | 0               | ...   | 0              | ...  | 47,83                                                   |
| C                                                   | 0,8              | 0,2            | ... | 0               | ...   | 0              | ...  | 52,27                                                   |
| D                                                   | 0,75             | 0,25           | ... | 0               | ...   | 0              | ...  | 54,50                                                   |
| E                                                   | 0,75             | 0,20           | ... | 0,05            | ...   | 0              | ...  | 61,30                                                   |
| F                                                   | 0,6              | 0,2            | ... | 0,2             | ...   | 0              | ...  | 88,40                                                   |
| G                                                   | 0,6              | 0,2            | ... | 0,1             | ...   | 0,1            | ...  | 130,00                                                  |
| H                                                   | 0,5              | 0,5            | ... | 0               | ...   | 0              | ...  | 65,67                                                   |
| I                                                   | 0,5              | 0,25           | ... | 0,25            | ...   | 0              | ...  | 99,67                                                   |
| J                                                   | 0,5              | 0,25           | ... | 0,125           | ...   | 0,125          | ...  | 151,67                                                  |
| K                                                   | 0,5              | 0,125          | ... | 0,25            | ...   | 0,125          | ...  | 168,67                                                  |
| L                                                   | 0,5              | 0,125          | ... | 0,125           | ...   | 0,25           | ...  | 220,67                                                  |
| M                                                   | 0,4              | 0,6            | ... | 0               | = 0   | 0              | ...  | 70,13                                                   |
| N                                                   | 0,4              | 0,4            | ... | 0,2             | ...   | 0              | ...  | 97,33                                                   |
| O                                                   | 0,4              | 0,3            | ... | 0,2             | = 0,2 | 0,1            | ...  | 152,53                                                  |
| P                                                   | 0,4              | 0,2            | ... | 0,2             | ...   | 0,2            | ...  | 206,73                                                  |
| Q                                                   | 0,4              | 0,2            | ... | 0,1             | ...   | 0,3            | ...  | 249,33                                                  |
| R                                                   | 0,4              | 0,1            | ... | 0,2             | ...   | 0,3            | ...  | 262,93                                                  |
| S                                                   | 0,4              | 0,1            | ... | 0,1             | ...   | 0,4            | ...  | 304,55                                                  |
| T                                                   | 0,3              | 0,4            | ... | 0,3             | ...   | 0              | ...  | 115,40                                                  |
| U                                                   | 0,3              | 0,3            | ... | 0,3             | ...   | 0,1            | ...  | 170,60                                                  |
| V                                                   | 0,3              | 0,3            | ... | 0,2             | ...   | 0,2            | ...  | 212,20                                                  |
| W                                                   | 0,3              | 0,2            | ... | 0,2             | ...   | 0,3            | ...  | 267,40                                                  |
| X                                                   | 0,3              | 0,1            | ... | 0,1             | ...   | 0,5            | ...  | 364,20                                                  |
| Z                                                   | 0                | 0              | ... | 0               | ...   | 1,0            | ...  | 640,00                                                  |

ŹRÓDŁO: W. Isard, T.H. Tung (1963) s. 25.

$$3) d_{ii} = \varepsilon \frac{1}{10};$$

4) liczbowa struktura przestrzennej decentralizacji jednostek (osób, rządów) podejmujących decyzję jest przedstawiona w tablicy 3, gdzie każdy wiersz (A, B, C, ... Z) przedstawia różne stopnie centralizacji dla poszczególnych rzędów i węzłów; przy czym stopień centralizacji poszczególnych wierszy przedstawiony jest w procentach, a każdy wiersz daje 100%. Najwyższy stopień centralizacji reprezentuje wiersz A, gdy wszystkie decyzje zapadają w pojedynczym węźle pierwszego rzędu. Najniższy stopień decentralizacji (wiersz Z) zachodzi, gdy wszystkie decyzje zapadają jedynie w węzłach czwartego rzędu.

Przyjmując powyższe założenia oraz dane wyjściowe zawarte w tablicy 3 dokonano

obliczenia wielkości całkowitego potencjału uczestnictwa (ostatnia kolumna tablicy 3) dla poszczególnych układów przestrzennych decentralizacji według wzoru <sup>246</sup>:

$$(105) \quad P = \sum_{i=1}^n r_i \cdot iV$$

gdzie

$r$  = wielkość reprezentująca procentowy udział danego węzła  $i$  we wszystkich decyzjach (w niniejszym przykładzie wielkość ta jest taka sama dla węzłów tego samego rzędu).

Zastosowana dla tablicy 3 procedura obliczeniowa całkowitego potencjału uczestnictwa jest następująca: jeżeli rozważa się  $S$  układów przestrzennych dokonywania decyzji, z których każdy odpowiada określonemu stopniowi przestrzennej decentralizacji, to dla przedstawionych powyżej założeń można określić potencjał uczestnictwa w postaci pojedynczego wektora poziomego  $[P_q]$ :

$$(106) \quad [P_q] = [k^{q-1}] \cdot \left[ \frac{1}{d_{fg}} \right] \cdot [S_{gg}] \quad (q=1, \dots, S) \\ (f, g=1, \dots, h)$$

gdzie

$k$  = stała określająca liczbę w najbliższym wyższym rzędzie bezpośrednio powiązanym z danym węzłem;

$[k^{q-1}]$ ,  $(g=1, \dots, h)$  = pojedynczy węzeł poziomy  $i \cdot h$ , przy czym  $h$  stanowi liczbę rzędów w hierarchii;

$[d_{fg}]$  = odległość między węzłem rzędu  $f$  i węzłem rzędu  $g$ ;

$[1/d_{fg}]$  = macierz o wymiarach  $h \cdot h$  przy  $(f, g=1, \dots, h)$ ;

$[S_{gg}]$  = macierz o wymiarach  $h \cdot s$ , której każda kolumna opisuje przestrzenny układ jednostek dokonujących decyzji między węzłami o hierarchii  $h$  rzędu <sup>247</sup>.

<sup>246</sup> W. Isard, T. H. Tung (1963), (1964); por. również W. Isard (1960) ss. 527–533.

<sup>247</sup> Dane zawarte w tablicy 3 pozwalają wyliczyć poszczególne wielkości dla wzoru (106): wartość  $k=4$ ; wektor  $k^{q-1}=1,4,16,64$ ,

$d_{fg}=\infty$ , gdy  $f < g$ ;  $d_{ii}=\frac{1}{10}$ ; iloczyn  $k^{q-1}$  i  $1/d_{fg}$  jest wektorem poziomym 43,3; 88; 224; 640.

$$1/d_{fg} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1/10 & \infty & \infty & \infty \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1/10 & \infty & \infty \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1/10 & \infty \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 1/10 \end{bmatrix}$$

Wektor 43,3; 88; 224; 640 przemnożony przez macierz  $[S_{gg}]$  daje wektor poziomy, którego transpozycja daje ostatnią kolumnę tablicy tj. wielkości potencjału uczestnictwa.



Obliczenie wielkości potencjału uczestnictwa przestrzennej decentralizacji w odniesieniu do wielkości przeciętnej wydajności pozwala określić związek jaki zachodzi między nimi przez wykreślenie krzywej. Krzywą taką przez właściwe oszacowanie można następnie przekształcić w krzywą „dodatkových zysków”. Te dodatkowe zyski można z kolei powiązać ze wzrostem produktu globalnego systemu społecznego. Zasadnicza trudność powstaje tu jednak w związku z wyznaczeniem empirycznych wielkości. Stąd też krytyczny stosunek do koncepcji potencjału uczestnictwa związany jest z faktem trudności, jakie nasuną się przy oszacowaniu poszczególnych parametrów modelu, jak i skonkretyzowaniu w sposób ilościowy poszczególnych wielkości.

## Rozdział VI

### ROLA I WARTOŚĆ POZNAWCZA MODELI GRAWITACJI I POTENCJAŁU

Znaczenie modeli grawitacji i potencjału musi być rozpatrywane przede wszystkim z punktu widzenia korzyści jakie oddają one w badaniach przestrzenno-ekonomicznych, a więc ich zastosowania. Korzyści te zależą jednak od wartości poznawczej modeli tj. tego, czy dobrze opisują one rzeczywistość lub ściślej sytuację problemową do której się odnoszą.

Podobnie jak i inne modele matematyczne stanowią one uproszczone założenia dla badania wzajemnego oddziaływania w ujęciu przestrzennym.

Szeroki zakres przedstawionych zastosowań modeli grawitacji i potencjału wskazuje na ich znaczną rolę badawczą jako opisu uogólniającego oraz elementu różnych bardziej złożonych konstrukcji modelowych. W. Isard przypisuje modelom grawitacji i potencjału dość zasadnicze znaczenie w regionalnej syntezie planistycznej, gdzie dopełniają one inne metody analityczno-prognostyczne jak metody nakładów-wyników oraz programowania liniowego posiadające powszechnie uznaną ważność i przydatność badawczą<sup>248</sup>.

Modele te pod względem wartości poznawczej nie przedstawiają jednolitej konstrukcji, stąd też należy scharakteryzować odrębnie model grawitacji i model potencjału.

Pierwotne sformułowanie modelu grawitacji w postaci analogicznej do pojęć fizyki Newtona należy traktować jako próbę opisu trwałych przestrzennych zależności strukturalnych, rządzących zachowaniem mas (populacji). Model taki ma znaczenie czysto heurystyczne. Nie wydaje się też możliwe na gruncie dotychczasowej wiedzy sformułowanie transformacji odwzorowującej własności pola fizycznego dla przestrzeni ekonomicznej. Rola poznawcza tego sformułowania polega jednak na tym, że analogia ta może być traktowana jako wstępna operacja przy sformułowaniu uproszczonego założenia, które ma sens czysto empiryczny. Założenie to stanowi właściwy model grawitacji lub lepiej grawitacyjny model wzajemnego oddziaływania w badaniach przestrzenno-ekonomicznych. Przy pomocy tego modelu możliwe jest badanie zależności strukturalnych dotyczących wzajemnego oddziaływania mas (populacji) z pominięciem indywidualnych motywacji zachowania. Empiryczny charakter modelu wynika z tego, że mechanizm, który wiąże odległość z częstością wzajemnego oddziaływania nie może być prosto wyjaśniony przez centralnie symetryczną, ściśle monotoniczną funkcję odległości i wymaga zróżnicowania masy w stosunku do typu wzajemnego oddziaływania. Ogólny schemat tego założenia ma postać równania (59).

<sup>248</sup> W. Isard (1960) s. 662 i dalsze.

Należy zwrócić uwagę, że większość modeli matematycznych, które opisują ilościowe zależności między różnymi wielkościami ekonomicznymi i pozaekonomicznymi stanowią konkretyzację ogólnych prawidłowości ekonomicznych<sup>249</sup>. Brak odpowiedniej teorii uniemożliwia w badaniach przestrzenno-ekonomicznych konkretyzację ogólnych prawidłowości. W przypadku modelu grawitacji mamy do czynienia z odwróceniem zwykłego toku postępowania dotyczącego ustalania modelu matematycznego.

Wychodząc od sformułowania o postaci funkcji podobnej do pojęcia energii grawitacyjnej usiłuje się określić jaka jest analityczna postać założenia dla badania powiązań ekonomiczno-przestrzennych.

Model grawitacji sformułowany w postaci równania (59) zawiera jednak nierozwiązane pojęciowo i technicznie składniki jak:

- 1) wybór właściwych mierników masy i odległości,
- 2) wybór wykładników przystosowanych do tych zmiennych.

Przyjęcie równania (59) jako ogólnego założenia dla badania wzajemnego oddziaływania w określonym zakresie interpretacji empirycznej sprowadza zagadnienie na grunt modelu matematycznego i właściwych temu modelowi procedur aproksymacji i estymacji. Pozwala to na statystyczną ocenę parametru modelu po ustaleniu określonej postaci analitycznej funkcji. Badania empiryczne nad rolą odległości we wzajemnym oddziaływaniu zjawisk wykazują, że przybiera ona postać zbliżoną do funkcji liniowej, bądź może być aproksymowana przy pomocy funkcji liniowej.

Dotychczasowe badania wykazują też, że model grawitacji może być przedstawiony w tym ujęciu jako prosta zależność regresyjna między  $\log I_{ij}/M_i M_j$  jako zmienną zależną oraz  $\log D_{ij}$  jako zmienną niezależną. Sformułowanie to, które można nazwać regresyjną postacią modelu grawitacji pozwala na przeprowadzenie estymacji statystycznej parametrów modelu. Taka statystyczna analiza jest stosunkowo prosta, gdyż:

- 1) nie występuje tu problem identyfikacji, co oznacza, że parametry modelu mogą być zawsze oszacowane statystycznie,
- 2) przy estymacji można posługiwać się metodą najmniejszych kwadratów, co jednak nie wyklucza zastosowania również innych metod estymacji.

Należy podkreślić, że oszacowanie modelu w tej postaci pozwala wyznaczyć parametr struktury modelu, jakim jest wykładnik potęgowy odległości oraz dokonać weryfikacji modelu przy pomocy analizy wariancyjnej. Tak skonkretyzowany model odpowiadający warunkom weryfikacji może być traktowany jako zależność empiryczna o wyraźnie określonych ograniczeniach czasowo-przestrzennych. Ograniczenia te określają ramy materiału statystycznego, na podstawie którego oszacowano parametry modelu bądź zweryfikowano go. Zasadniczą zaletą tak sformułowanego modelu jest jego prostota i łatwość jego estymacji.

Trzeba jednak stwierdzić, że prawidłowa estymacja modelu jest przede wszystkim ograniczona przyjętymi założeniami. Stąd też wartość poznawcza modelu zależy od właściwego rozpoznania zmiennych modelu oraz ich pojęciowej identyfikacji tj. określenia typów wzajemnego oddziaływania masy i odległości. Operacja ta bliżej niezidentyfikowana metodologicznie stanowi sformułowanie wstępnej hipotezy empirycznej i posiada de-

cydujące znaczenie dla adekwatnego poznania rzeczywistości. Trudność identyfikacji sytuacji problemowej *a priori*, która nadaje się aby do niej zastosować model grawitacji stanowi najsłabszy moment w analizie metodologicznej zastosowania modelu do badania rzeczywistości społeczno-ekonomicznej. Próby sformułowania bardziej szczegółowych dyrektyw nie dały jak dotąd rezultatu. Sprowadzić je można do oceny upraszczającej roli odległości i masy jako zasadniczych czynników określających wielkość zinterpretowaną jako wzajemne oddziaływanie.

Drugim istotnym elementem decydującym o prawidłowej estymacji jest posiadanie odpowiedniego materiału statystycznego zarówno pod względem ilościowym jak i dokładności danych. Dotychczasowe badania, a w szczególności M. Helviga, wykazują, że przestrzeganie tych warunków prowadzi do wykrycia istotnych zależności opisujących wzajemne oddziaływanie. W związku z tym należy jednak zwrócić uwagę na konieczność zachowania pewnej równowagi co do określenia stopnia szczegółowości pojęcia wzajemnego oddziaływania oraz zmiennej masy. Zbytняя szczegółowość może doprowadzić do zniekształcenia jedności strukturalnej badanej zależności oraz może uchylić założenie o masowości<sup>250</sup>.

Należy też podkreślić, że badanie zjawisk lub procesów przestrzennych, które nie odpowiadają założeniom modelu, bądź wykazują bardziej złożony charakter nie pozwala na prawidłowe zastosowanie modelu.

Jak wykazują dotychczasowe badania model grawitacji może być wykorzystany dla określenia innych zmiennych niż wzajemne oddziaływanie (efektywnej odległości, wielkości resztowych), co rozszerza jego operatywność.

Uzyskane na podstawie modelu zależności empiryczne lub hipotezy stanowią krok na drodze budowy empirycznej teorii struktury przestrzennej.

Pojęcie modelu potencjału stanowi wielkość wyprowadzoną z modelu grawitacji. Operacja ta jest przykładem dedukcyjnej roli modelu matematycznego. W zasadzie między obydwojema modelami zachodzi różnica zakresu. Model grawitacji dotyczy wzajemnego oddziaływania pomiędzy parami mas, natomiast model potencjału uwzględnia jednocześnie oddziaływanie mas na jeden punkt. Jednak w modelu potencjału w przeciwieństwie do modelu grawitacji nie można bliżej określić empirycznego odpowiednika zintegrowanej wielkości wzajemnego oddziaływania jaki reprezentuje wielkość potencjału w danym punkcie. Uniemożliwia to szacowanie parametrów modelu, a w szczególności parametru odległości. Model potencjału nie jest więc empirycznie bezpośrednio sprawdzalny. Można go jednak sprawdzić pośrednio na podstawie określenia stopnia korelacji między wielkością zinterpretowanego potencjału jako np. potencjału ludności lub dochodu, a innymi zjawiskami społeczno-ekonomicznymi.

Fakt, że pojęciu potencjału nie można nadać ścisłej interpretacji w odniesieniu do przestrzennego kształtowania się zjawisk społeczno-ekonomicznych oraz że nie można go aproksymować statystycznie stał się punktem wyjścia krytyki tej koncepcji przez F. Lu-

<sup>249</sup> Z. Pawłowski (1963) ss. 12–14 oraz O. Lange (1959) s. 74.

<sup>250</sup> A. Fleisher (1961) wyraża jednak przekonanie, że dotychczasowa konkretyzacja tego typu twierdzeń wykazuje statystyczną niestabilność i nie uwzględnia zmian w czasie. Stąd też prawa alokacji sformułowane w postaci modelu grawitacji w swej skonkretyzowanej formie posiadają mniejszą przydatność dla przewidywania niż w formie ogólnej, gdy dotyczą równowagi rozmieszczenia.

kermanna i P. W. Portera<sup>251</sup>. Krytyka ta opiera się na stwierdzeniu, że model ten zakłada istnienie nieograniczonego przestrzennie kontinuum. Stąd też model potencjału nie może stanowić podstawy dla badania przestrzennie ograniczonych związków między zjawiskami społeczno-ekonomicznymi, a opisuje jedynie tendencje dotyczące przestrzennej równowagi.

Krytyka ta nie wydaje się być uzasadniona. Model potencjału pod względem konstrukcji logicznej należy interpretować jako model teoretyczny stanowiący założenie typu wzorca badawczego, a nie hipotezy empirycznej. W odniesieniu do badania przestrzennego ujmowania zjawisk społeczno-ekonomicznych, gdzie występujące układy są w pewnym stopniu izolowane (kraje, kontynenty) zastosowanie modelu można ograniczyć do integrującego opisu takich układów traktując je jako pewne funkcjonalne całości. Przestrzenne ograniczenie tych układów należy interpretować jako wydzielanie pewnych całości. Rola modelu potencjału polega właśnie na tym, że każdy z elementów rozpatrywanej całości (jednostka przestrzenna, osiedle, region) z punktu widzenia zachodzących między nimi powiązań przestrzenno-ekonomicznych jest charakteryzowany przez odniesienie do pozostałych elementów (i siebie samego) ze względu na swoje i ich miejsce określone w przestrzennym układzie miarą odległości. Zakres empirycznej interpretacji modelu wyraża konkretyzacja pojęcia masy oraz odległości.

W ten sposób model potencjału pozwala na znalezienie miernika empirycznie zinterpretowanej wielkości masy (ludności, dochodu) w danym miejscu ze względu na przestrzenne zróżnicowanie innych mas. Znalezienie wielkości potencjału dla wszystkich rozpatrywanych mas pozwala na uwzględnienie efektu położenia każdej z nich w rozpatrywanej całości.

Model potencjału jako założenie badawcze realizuje więc postulat całkowitego i strukturalnego ujmowania rzeczywistości społeczno-ekonomicznej w jej przestrzennym aspekcie.

Heurystyczne znaczenie modelu polega na tym, że sformułowane lub hipotetyczne zależności, jakie zachodzą między empirycznie zinterpretowanymi wielkościami wyliczonymi na podstawie modelu potencjału a innymi wielkościami społeczno-ekonomicznymi, mogą być podstawą dla budowy modeli matematycznych, których zmienną jest wielkość potencjału i które mogą być aproksymowane i empirycznie szacowane. Ujęcie takie pozwala na pośrednie sprawdzenie przydatności modelu potencjału przez wykorzystanie go jako elementu opisowego modelu matematycznego, którego wartość dla opisu rzeczywistości może być dość ściśle określona.

## BIBLIOGRAFIA

- Ackoff R.L. 1962. *Scientific Method*. New York.
- Ajo R. 1953. *Contributions to Social Physics*, „Lund Studies in Geography”, Series B, No 11.
- 1955. *An Analysis of Automobile Frequencies in a Human Geographic Continuum*, „Lund Studies in Geography”, Series B, No 15.
- 1957. *New Aspects of Geographic and Social Patterns of Net Migration Rate*. [W:] D. Hannerberg, T. Hägerstrand, B. Odeving, *Migration in Sweden*, „Lund Studies in Geography”, Series B, ss. 170–183.
- Allen G.R. 1954. *The „Courbe des Populations”: A Further Analysis*, „Bulletin of the Oxford University Institute of Statistics” Vol. 16, May-June.
- Allen R.G.D. 1961. *Ekonomia matematyczna*, Warszawa.
- Altschul E., Biser E. 1954. *Probability Models in Modern Physics and their Methodological Significance for Social Science*, „Jahrbücher für Sozialökonomie und Statistik”.
- Anderson T.R. 1955 a. *Intermetropolitan Migration: A Comparison of the Hypotheses of Zipf and Stouffer*, „American Sociological Review” Vol. 20, No 3, ss. 287–291.
- 1955 b. *Reply to Iklé*, „American Sociological Review” Vol. 20, No 6, December, ss. 714–715.
- Anderson T.R. 1956. *Potential Models and Spatial Distribution of Population*, „Papers and Proceedings of the Regional Science Association” Vol. 2, ss. 175–182.
- Apostel L. 1960. *Towards the Formal Study of Models in the Non-Formal Sciences*, „Synthese” Vol. 12, ss. 125–161.
- Arrow K.J. 1951. *Mathematical Models in the Social Sciences*. [W:] D. Lerner, H.D. Lasswell (ed.), *The Policy Sciences*, Chapter VIII, ss. 129–130.
- Auerbach F. 1913. *Das Gesetz der Bevölkerungskonzentration*, „Petermanns Mitteilungen” Vol. 59, Februar, ss. 74–76.
- Bachi R. 1958. *Statistical Analysis of Geographic Series*, „Bulletin de L'Institut International de Statistique” Vol. 36, ss. 229–240.
- Bailey N.T.J. 1957. *The Mathematical Theory of Epidemics*, London.
- Beckmann M.J. 1957. *On the Equilibrium Distribution of Population in Space*, „The Bulletin of Mathematical Biophysics” Vol. 19, ss. 81–90.
- 1958. *City Hierarchies and the Distribution of City Size*, „Economic Development and Cultural Change” Vol. 6, ss. 243–248.
- Beijer G. 1963. *Rural Migrants in Urban Setting*, Hague.
- Bergsten K.E. 1951. *Variability in Intensity of Urban Fields as Illustrated by Birth Places*. [W:] *Studies in Rural-Urban Interactions*, „Lund Studies in Geography”, Series B, No 3.
- Berry B. J. L. 1959. *Further Comments Concerning „Geographic” and „Economic” Economic Geography*, „The Professional Geographer” Vol. 11, No 1, ss. 11–12.
- 1961. *City Size Distributions and Economic Development*, „Economic Development and Cultural Change” Vol. 9, No 4, ss. 573–588.
- Berry B. J. L., W. L. Garrison. 1958. *Alternate Explanations of Urban Rank-Size Relationships*, „Annals of the Association of American Geographers” Vol. 48, ss. 83–91.
- Bevis H. W. 1956. *Forecasting Zonal Traffic Volumes*, „Traffic Quarterly” Vol. 10, ss. 207–223.
- Black M. 1962. *Models and Metaphors*, „Studies in Language and Philosophy”, No 4, Ithaca.
- Blant J. M. 1961. *Space and Process*, „The Professional Geographer” Vol. 13, No 4, ss. 1–7.
- Blount S. F. 1964. *The Spatial Distribution of Shoppers around the Valley Shopping Center, St. Charles, Ill.*, „The Professional Geographer” Vol. 16, No 5, ss. 8–17.
- Blumenthal L. M. 1953. *Theory and Applications of Distance Geometry*, Oxford.
- Bogue D. G. 1959. *Internal Migration*. [W:] *The Study of Population*, Chicago, ss. 486–543.

<sup>251</sup> F. Lukermann, P. W. Porter (1960) s. 501.



- Booth J., Morris R. 1959. *Transit vs. Auto Travel in the Future*, „Journal of the American Institute of Planners” Vol. 25, ss. 90–95.
- Bossard J. H. S. 1932. *Residential Propinquity as a Factor in Marriage Selection*, „American Journal of Sociology” Vol. 38, ss. 219–224.
- Bridgman P. W. 1931. *Dimensional Analysis*, New Haven.
- Bright M. L., D. L. Thomas. 1941. *Interstate Migration and Intervening Opportunities*, „American Sociological Review” Vol. 6, ss. 773–783.
- Brodbeck M. 1954. *On the Philosophy of the Social Sciences*, „Philosophy of Science” Vol. 21, s. 140.
- 1959. *Models, Meaning and Theories*, [W:] L. Gross (ed.), *Symposium on Sociological Theory*, Evanston Ill.
- Bross I. D. J. 1957. *Design for Decision*, New York.
- Bunge W. 1962. *Theoretical Geography*, „Lund Studies in Geography”, Series C, No 1.
- Calland W. B. 1959. *Traffic Forecasting for Freeway Planning*, „Journal of the American Institute of Planners” Vol. 25, ss. 82–86.
- Carey H. C. 1858–1859. *Principles of Social Science*, Philadelphia.
- Carnap R. 1942. *Introduction to Semantics*, Cambridge, Mass.
- Carroll J. D. Jr. 1955a. *Spatial Interaction and the Urban — Metropolitan Regional Description*, „Papers and Proceedings of the Regional Science Association” Vol. 1, ss. D 1–14.
- 1955b. *Defining Urban Trade Areas*, „Traffic Quarterly” Vol. 9, April, ss. 149–161.
- Carroll J. D., Bevis H. W. 1957. *Predicting Local Travel in Urban Regions*, „Papers and Proceedings of the Regional Science Association” Vol. 3, ss. 183–197.
- Carrothers G. A. P. 1956a. *A Historical Review of the Gravity and Potential Concepts of Human Interaction*, „Journal of the American Institute of Planners” Vol. 22, ss. 94–102.
- 1956b. *Discussion: Gravity and Potentials Models of Spatial Interaction*, „Papers and Proceedings of the Regional Science Association” Vol. 2, ss. 196–198.
- 1958. *Population Projections by Means of Income Potential Models*, „Papers and Proceedings of the Regional Science Association” Vol. 4, ss. 121–152.
- Cavalli-Sforza L. L. 1962. *The Distribution of Migration Distances: Models and Applications to Genetics*, „Entretiens de Monaco”, May.
- Cavanough J. A. 1950. *Formulation Analysis and Testing of the Interactance Hypothesis*, „American Sociological Review” Vol. 15, June, ss. 763–766.
- Chandler W. R. 1948. *The Relationship of Distance to the Occurrence of Pedestrian Accidents*, „Sociometry” Vol. 11, ss. 108–110.
- Chernoff H., Moses L. E. 1959. *Elementary Decisions Theory*, New York.
- Chisholm M. 1964. *Toward a Geography of Price*, „Professional Geographer” Vol. 16, ss. 10–12.
- Chojnicki Z., Wróbel A. 1961. *Metody matematyczno-statystyczne w geografii ekonomicznej*, „Przegląd Geograficzny”, t. 33, z. 4, ss. 615–629.
- Chorley R. J. 1964. *Geography and Analogue Theory*, „Annals of the Association of American Geographers” Vol. 54, No 1, ss. 127–137.
- Coleman J. S. 1964. *Introduction to Mathematical Sociology*, Glencoe.
- Converse P. D. 1943. *A Study of Retail Trade Areas in East Central Illinois*, „University of Illinois Bulletin” Vol. 41, „Business Studies”, No 2.
- 1946. *Retail Trade Areas in Illinois*, „University of Illinois Bulletin” Vol. 43, „Business Studies”, No 4.
- 1949. *New Laws of Retail Gravitation*, „Journal of Marketing” Vol. 14, November, ss. 379–384.
- Coombs C. H., Raiffa H., Thrall R. M. 1954. *Some Views on Mathematical Models and Measurement Theory*, [W:] R. M. Thrall, C. H. Coombs, R. L. Davis (ed.), *Decision Processes*, New York, ss. 19–37.
- Cramer H. 1958. *Metody matematyczne w statystyce* (Przekład z angielskiego), Warszawa.
- Dahl S. 1957. *The Contacts of Västerås with the Rest of Sweden*, [W:] *Migration in Sweden*, „Lund Studies in Geography”, Series B, No 13, ss. 206–243.
- Dąbbska I. 1962. *Dwa studia z teorii naukowego poznania*, Toruń.

- Deutsch K. W., Isard W. 1961. *A Note on a Generalized Concept of Effective Distance*, „Behavioral Science” Vol. 6, No 4, ss. 308–311.
- Dodd St. C. 1950. *The Interactance Hypothesis: A Gravity Model Fitting Physical Masses and Human Groups*, „American Sociological Review” Vol. 15, April, ss. 245–256.
- 1953. *Testing Message Diffusion in Controlled Experiments: Charting the Distance and Time Factors in the Interactance Hypothesis*, „American Sociological Review” Vol. 18, ss. 410–416.
- 1955a. *Diffusion in Predictable: Testing Probability Models for Laws of Interaction*, „American Sociological Review” Vol. 20, August, ss. 393–401.
- 1955b. *Dimensional Analysis in Social Physics, A Semantic Theory with Application to Demographic Gravitation*, [W:] *The Frontiers of Social Science*, London, ss. 203–217.
- Dodd St. C., Curtain M. Mc. 1961. *The Logistic Law in Communication*, „The Symposia Studies Series No 8 of the National Institute of Social and Behavioral Science”, Washington, September.
- Dodd St. C., Pitts F. R. 1959. *Proposals to Develop Statistical Laws of Human Geography*, „Proceedings of IGU Regional Conference in Japan 1957”, Tokyo, ss. 302–309.
- Domaniński R. 1963. *Zespoły sieci komunikacyjnych*, „Prace Geograficzne IG PAN”, nr 14, Warszawa.
- Doob J. L. 1960. *Some Problems Concerning the Consistency of Mathematical Models*, [W:] R. E. Machol (ed.), *Information and Decision Processes*, New York.
- Drobot S. 1954. *Analiza wymiarowa*, „Zastosowania Matematyki”, nr 1.
- Dumontier J. 1949. *Équilibre physique, équilibre biologique, équilibre économique*, Paris.
- Dunajewski H. 1964. *Algebra wymiarów i jej zastosowanie w teorii wzrostu*, „Ekonomista”, nr 4.
- Duncan O. D. 1957a. *The Measurement of Population Distribution*, „Population Studies” Vol. 11, No 1.
- 1957b. *Population Distribution and Community Structure*, „Cold Spring Harbor Symposia on Quantitative Biology” Vol. 22, ss. 357–371.
- 1959. *Human Ecology and Population Studies*, [W:] *The Study of Population*, Chicago, ss. 678–716.
- Duncan O. D., Cuzzort R. P., Duncan B. 1961. *Statistical Geography, Problems in Analysing Areal Data*, Glencoe, Ill.
- Duncan O. D., Scott W. R., Lieberman S., Duncan B., Winsborough H. H. 1960. *Metropolis and Region*, Baltimore.
- Dunn E. S. 1956. *The Marked Potential Concept and Analysis of Location*, „Papers and Proceedings of the Regional Science Association” Vol. 2, ss. 183–194.
- Dziewoński K. 1961. *Elementy teorii regionu ekonomicznego*, „Przegl. Geogr.”, t. 33, z. 4.
- Fleisher A. 1961. *On Prediction and Urban Traffic*, „Papers and Proceedings of the Regional Science Association” Vol. 7, ss. 43–50.
- Folger J. 1953. *Some Aspects of Migration in the Tennessee Valley*, „American Sociological Review” Vol. 18, ss. 253–260.
- Garrison W. L. 1955. *The Spatial Impact of Transport Media*, „Papers and Proceedings of the Regional Science Association” Vol. 1, ss. T 1–T 14.
- 1956a. *Estimates of the Parameters of Spatial Interaction*, „Papers and Proceedings of the Regional Science Association” Vol. 2, ss. 280–288.
- 1956b. *The Benefits of Rural Roads to Rural Property*, Seattle, June, ss. 77–83.
- Gibrat R. 1931. *Les inégalités économiques*, Paris.
- Giedymis J. 1964. *Problemy, założenia, rostrzygnięcia*, Poznań.
- Godlund S. 1956a. *Bus Service in Sweden*, „Lund Studies in Geography” Series B, No 17.
- 1956b. *The Function and Growth of Bus Traffic within the Sphere of Urban Influence*, „Lund Studies in Geography”, Series B, No 18.
- Green H. L. 1953. *The Geographic Use of Point-to-Point Telephone — Call Data*, „Annals of the Association of American Geographers” Vol. 43, ss. 169–170.
- Gross L. (ed.). 1959. *Symposium on Sociological Theory*, Evanston, Ill.
- Grzegorzczak A. 1961. *Zarys logiki matematycznej*, Warszawa.
- Harris B. 1961. *Some Problems in the Theory of Infra-Urban Location*, „Operations Research”, No 5, ss. 695–721.
- Hägerstrand T. 1947. *En landsbygdsbefolknings flyttningsrörelser*, „Svensk Geografisk Årsbok” Vol. 23.
- 1952. *The Propagation of Innovation Waves*, „Lund Studies in Geography”, Series B, No 4.

- 1957. *Migration and Area*, [W:] *Migration in Sweden*, „Lund Studies in Geography”, Series B, No 13, ss. 27–158.
- 1962. *Geographical Measurement of Migration Swedish Data*, „Entretiens de Monaco en Sciences Humaines”, Monaco.
- Hamburg J. R., Creighton R. L. 1959. *Predicting Chicago's Land Use Pattern*, „Journal of the American Institute of Planners” Vol. 25, May, ss. 67–72.
- Hammer C., Iklé F. 1957. *Intercity Telephone and Airline Traffic Related to Distance and the Propensity to Interact*, „Sociometry” Vol. 20, ss. 306–316.
- Hannerberg D., Hägerstrand T., Odeving B. 1957. *Migration in Sweden, A Symposium*, „Lund Studies in Geography”, Series B, No 13.
- Hansen W. B. 1961. *An Approach to the Analysis of Metropolitan Residential Extension*, „Journal of Regional Science” Vol. 3, No 1, ss. 37–55.
- Hansen W. G. 1959. *How Accessibility Shapes Land Use*, „Journal of the American Institute of Planners” Vol. 25, May, ss. 73–76.
- 1962. *Evaluation of Gravity Model Trip Distribution Procedures*, „Highway Research Board Bulletin”, No 347, ss. 67–76.
- Harris C. D. 1954. *The Market as a Factor in the Localization of Industry in the United States*, „Annals of the Association of American Geographers”, ss. 315–348.
- Hellwig Z. 1963. *Regresja liniowa i jej zastosowanie w ekonomii*, Warszawa.
- 1965. *Aproksymacja stochastyczna*, Warszawa.
- Helvig M. 1964. *Chicago's External Truck Movements: Spatial Interactions Between the Chicago Area and its Hinterland*, „Research Paper”, Dept. Geography University Chicago, No 90.
- Hennes R. G. 1953. *Highway Classification in Washington*, „Traffic Quarterly”, January, Vol. 7, ss. 75–107.
- Hesse M. B. 1953. *Models in Physics*, „British Journal for the Philosophy of Science” Vol. 4, ss. 198–214.
- Herr P. B. 1960. *The Regional Impact of Highways*, „Urban Land” Vol. 19, February, ss. 3–8.
- Hood Wm. C., Koopmans T. C. (ed.). 1953. *Studies in Econometric Method*, „Cowles Commission for Research in Economics”, Monograph No 14, New York.
- Hoyt H. 1951. *Is City Growth Controlled by Mathematics or Physical Laws*, „Land Economics” Vol. 27, No 3, August, ss. 259–262.
- Huff D. L. 1961. *Ecological Characteristics of Consumer Behavior*, „Papers and Proceedings of the Regional Science Association” Vol. 7, ss. 19–28.
- Iklé F. C. 1954. *Sociological Relationship of Traffic to Population and Distance*, „Traffic Quarterly” Vol. 8, April, ss. 123–136.
- 1955. *Comment on T. R. Anderson's, Intermetropolitan Migration: A Comparison of the Hypotheses of Zipf and Stouffer*, „American Sociological Review” Vol. 20, December, No 6, ss. 713–714.
- Isard W. 1956. *Location and Space Economy*, New York.
- 1960. *Methods of Regional Analysis: An Introduction to Regional Science*, New York.
- Isard W., Bramhall D. 1959. *Regional Employment and Population Forecast via Relative Income Potential Models*, „Papers and Proceedings of the Regional Science Association” Vol. 5, ss. 25–50.
- Isard W., Freutel G. 1954. *Regional and National Product Projections and their Interrelations*, [W:] *Long Range Economic Projections, Studies in Income and Wealth* Vol. 16, Princeton.
- Isard W., Tung T. H. 1963. *Some Concepts for the Analysis of Spatial Organisation: Part 1*, „Papers and Proceedings of the Regional Science Association” Vol. 11, ss. 17–40.
- Isbell E. C. 1944. *Internal Migration in Sweden and Intervening Opportunities*, „American Sociological Review” Vol. 9, ss. 627–639.
- Jamner M. 1960. *Concepts of Space*, New York.
- Janowski B. 1908. *O odległościach jako czynniku rozwoju kultury*, „Archiwum Naukowe” t. 4, z. 2.
- Jurkat E. H. 1957. *Land Use Analysis and Forecasting in Traffic Planning*, „Traffic Quarterly” Vol. 11.
- Kaplan A. 1960. *Sociology Learns the Language of Mathematics*, [W:] *Some Theories of Organization*, Homewood, Ill., ss. 29–46.
- Karlsson G. 1958. *Social Mechanisms. Studies in Sociological Theory*, Stockholm.
- Kendall M. G. 1961. *Natural Law in the Social Sciences*, „Journal of the Royal Statistical Society”, Series A, Vol. 124, Part 1, ss. 1–19.

- King L. J. 1960. *A Note on Theory and Reality*, „The Professional Geographer” Vol. 12, No 3, ss. 4–6.
- Kirk D. 1946. *Europe's Population in the Interwar Years*. League of Nations.
- Koopmans T. C. 1957. *Three Essays on the State of Economic Science*, New York.
- Krzyżanowski W. 1957. *Zagadnienia teoretyczno-ekonomiczne geografii transportu*, „Przegląd Geograficzny” t. 23, z. 2, ss. 287–316.
- Kulldorff G. 1955. *Migration Probabilities*, „Lund Studies in Geography”, Series B, No 14.
- Lachene R. 1965. *Contribution a l'analyse de l'espace économique*, „Metra”, No 6.
- Lange O. 1959. *Ekonomia polityczna. Tom I. Zagadnienia ogólne*, Warszawa.
- 1961. *Teoria reprodukcji i akumulacji*, Warszawa.
- 1962 a. *Całość i rozwój w świetle cybernetyki*, Warszawa.
- 1962 b. *Rola nauki w rozwoju socjalistycznego społeczeństwa*, „Życie Szkoły Wyższej” nr 9, ss. 3–16.
- Lazarsfeld P. F. (ed.). 1954. *Mathematical Thinking in the Social Sciences*, Glencoe, Ill.
- Lerner D. (ed.). 1959. *Evidence and Inference*, Glencoe, Ill.
- 1961. *Quantity and Quality*. New York.
- Liebertson S., Schwirian H. P. 1962. *Banking Functions as an Index of Intercity Relations*, „Journal of Regional Science” Vol. 4, No 1, ss. 69–81.
- Lotka A. J. 1925. *Elements of Physical Biology*, Baltimore.
- Lowry I. S. 1963. *Location Parameters in the Pittsburgh Model*, „Papers and Proceedings of the Regional Science Association” Vol. 11, ss. 145–165.
- Lövgren E. 1956. *The Geographical Mobility of Labour. A Study of Migrations*, „Geografiska Annaler” Vol. 38, H. 4, ss. 344–394.
- Lukermann F. 1960. *On Explanation, Model and Description*, „The Professional Geographer” Vol. 12, No 1.
- 1961. *The Role of Theory in Geographical Inquiry*, „The Professional Geographer” Vol. 13, No 2, ss. 1–6.
- Lukermann F., Porter P.W. 1960. *Gravity and Potential Models in Economic Geography*, „Annals of Association of American Geographers” Vol. 50, ss. 493–505.
- Mackey J. R. 1958. *The Interactance Hypothesis and Boundaries in Canada. A Preliminary Study*, „The Canadian Geographer” No 11, ss. 1–8.
- Matejko A. 1964. *Przydatność prakseologicznej aparatury pojęciowej dla teorii systemów społecznych*. [W:] *Przydatność prakseologicznej aparatury pojęciowej dla poszczególnych dyscyplin naukowych*, Warszawa.
- Marble D. F., Nystuen J. D. 1963. *An Approach to the Direct Measurement of Community Mean Information Fields*, „Papers and Proceedings of the Regional Science Association” Vol. 11, ss. 99–109.
- Medvedkov J. V. 1963. *Priloženija matematiki k nekotorym zadaczam ekonomičeskoj geografii*, [W:] *Geografičeskij Sbornik*, Moskwa, ss. 47–64.
- Merton R. K. 1949. *Social Theory and Social Structure*, Glencoe, Ill. ss. 5–10.
- Meyer H. 1951. *On the Heuristic Value of Scientific Models*, „Philosophy of Science” Vol. 18, No 2, ss. 111–123.
- Morrill R. L. 1963. *The Distribution of Migration Distances*, „Papers and Proceedings of the Regional Science Association” Vol. 11, ss. 75–84.
- 1964. *The Development of Spatial Distributions of Towns in Sweden: A Historical-Predictive Approach*. [W:] *Regional Development and Planning*, Cambridge, ss. 173–186.
- Morrill R., Pitts F. R. 1963. *Marriage, Migration and the Mean Information Field. A Study in Uniqueness and Centrality*. Paper prepared for the meeting of the Association of American Geographers, Denver.
- Mostowski A. 1948. *Logika matematyczna*, Warszawa.
- Mylroie W. 1956. *Evaluation of Intercity Travel Desire*. [W:] *Factors Influencing Travel Patterns*, „Highway Research Board”, Bulletin 119, Washington D. C.
- Nagel E. 1961. *The Structure of Science. Problems in the Logic of Scientific Explanation*, New York.
- Nelson P. 1959. *Migration, Real Income and Information*, „Journal of Regional Science” Vol. 1, No 2, ss. 43–74.

Nemčynov V. S. 1962. *Ekonomiko-matematičeskije metody i modeli*, Moskva.

Nikitin S. M. 1962. *Kritika ekonometričeskich teorii planirovanija kapitalističeskoj ekonomiki*, Moskva.

Norborg K. 1962. *Potentialbegreppet. Ett viktigt hjälpmedel vid likaliseringsdiskussioner*, „Svensk Geografisk Årsbok” Vol. 38, ss. 23–36.

Nowakowski St. 1935. *Geografia jako nauka*, Warszawa.

Olsson G. 1965. *Distance and Human Interaction, A Review and Bibliography*, Philadelphia.

Papandreou A. G. 1958. *Economics as a Science*, Chicago.

Pawłowski Z. 1963. *Modele ekonometryczne równań opisowych*, Warszawa.

Perroux F. 1964. *Economic Space: Theory and Applications*. [W:] *Regional Development and Planning*, Cambridge, ss. 21–36.

Platt W. J. 1946 a. *Evaluating Intercity Air Traffic*, „Air Transport”, September, ss. 55–60.

— 1946 b. *Evaluating Intercity Air Traffic*, „Air Transport”, October, ss. 79–82.

Porter R. 1956. *Approach to Migration through its Mechanism*, „Geografiska Annaler” Vol. 38, H. 4, ss. 317–343.

Price D. O. 1948. *Distance and Direction as Vectors of Internal Migration 1935–1940*, „Social Forces” Vol. 27, ss. 48–53.

Rapoport A. 1959. *Uses and Limitations of Mathematical Models in Social Science*, L. Gross (ed.), Symposium on Sociological Theory.

— 1963 a. *Ujęcia ogólnej teorii układów*, „Studia Filozoficzne”, nr 1(32), ss. 69–71.

— 1963 b. *Zastosowanie metod matematycznych w naukach behawioralnych*, „Studia Socjologiczne”, nr 2(9), ss. 125–146.

Rashevsky N. 1947. *Mathematical Theory of Human Relations*, Bloomington.

Ravenstein E. G. 1885. *The Laws of Migration*, „Journal of the Statistical Society”, Vol. 48, Part 2, June, ss. 167–235.

— 1889. *The Laws of Migration*, „Journal of the Statistical Society”, Vol. 52, Part. 2, June, ss. 241–305.

Rawita Gawroński Z. 1958. *Pewne punkty styku między metodologią najnowszych nauk fizycznych a metodologią teorii ekonomii*, „Ekonomista”, nr 6, ss. 1961–1708.

Reilly W. J. 1929. *Methods for the Study of Retail Relationships*, „University of Texas Bulletin”, No 2944, November.

— 1931. *The Law of Retail Gravitation*, New York.

Reynolds R. B. 1953. *A Test of the Law of Retail Gravitation*, „Journal of Marketing” Vol. 17, ss. 273–277.

Rogoziński Z. 1960. *Modele matematyczne jako narzędzia badania rzeczywistości przyrodniczej i społecznej*, „Życie Szkoły Wyzszej” nr 6, ss. 53–63.

Rokita S. 1963. *Przestrzenny układ rynków zbytu a rozmieszczenie produkcji rolniczej*, „Zagadnienia Ekonomiki Rolnej” z. 5, ss. 43–54.

Rosenblueth A., Wiener N. 1945. *The Role of Models in Science*, „Philosophy of Science”, s. 316.

Rudolph A., Buttstädt H. 1934. *Versuch einer mathematischen Bestimmung von Grosstadtreichweiten*, „Geographische Wochenschrift” Bd. 2.

Sadowski W. 1960. *Teoria podejmowania decyzji*, Warszawa.

Schneider M. 1959. *Gravity Models and Trip Distribution Theory*, „Papers and Proceedings of the Regional Science Association” Vol. 5, ss. 51–56.

Siegel N. 1956. *Nonparametric Statistics for the Behavioral Sciences*, New York.

Simon H. A. 1957. *Models of Man, Social and Rational Mathematical Essays and Rational Human Behavior in a Social Setting*, New York.

Singer H. W. 1936. *The “Courbe des Populations”. A Parallel to Pareto’s Law*, „Economic Journal” Vol. 46, June, ss. 254–63.

Sjaastad L. A. 1960. *The Relationship between Migration and Income in the United States*, „Papers and Proceedings of the Regional Science Association” Vol. 6, ss. 37–64.

Smith R. H. T. 1964. *Toward a Measure of Complementarity*, „Economic Geography” Vol. 40, No 1, ss. 1–8.

Stevens B. H. 1960. *A Review of the Literature on Linear Methods and Models for Spatial Analysis*, „The Journal of American Institute of Planners” Vol. 26, No 3, ss. 253–259.

Stewart C. T., Jr. 1958. *The Size and Spacing of Cities*, „Geographical Review” Vol. 48, April, ss. 222–245.

— 1960. *Migration as a Function of Population and Distance*, „American Sociological Review” Vol. 25, No 3, ss. 347–356.

Stewart J. Q. 1941 a. *The “Gravitation” or Geographical Drawing Power of a College*, „Bulletin American Association of University Professors” Vol. 27, No 70.

— 1941 b. *An Inverse Distance Variation for Certain Social Influences*, „Science” Vol. 93, January, ss. 89–90.

— 1942. *A Measure of the Influence of Population at a Distance*, „Sociometry” Vol. 5, February, ss. 63–71.

— 1945. *Coasts, Waves and Weather*, New York.

— 1947 a. *Empirical Mathematical Rules Concerning the Distribution and Equilibrium of Population*, „Geographical Review” Vol. 37, ss. 461–485.

— 1947 b. *Suggested Principles of “Social Physics”*, „Science” Vol. 106, ss. 179–180.

— 1948 a. *Demographic Gravitation: Evidence and Applications*, „Sociometry” Vol. 11 February–May, ss. 31–58.

— 1948 b. *Concerning Social Physics*, „Scientific American” Vol. 178, Nr 5, ss. 20–23.

— 1950 a. *Potential of Population and its Relationship to Marketing*. [W:] R. Cox, W. Alderson, *Theory in Marketing*, Homewood Ill., ss. 19–40.

— 1950 b. *The Development of Social Physics*, „American Journal of Physics” Vol. 18, ss. 239–259.

— 1952. *A Basis for Social Physics*, „Impact of Science on Society” Vol. 3, No 2, ss. 110–133.

Stewart J. Q., Warntz W. 1958 a. *Macrogeography and Social Science*, „The Geographical Review” Vol. 48, ss. 167–184.

— 1958 b. *Physics of Population Distribution*, „Journal of Regional Science” Vol. 1, No 1, ss. 99–123.

Stewart J. Q. 1958 c. *Population Projection by Means of Income Potential Models*, „Papers and Proceedings of the Regional Science Association” Vol. 4, ss. 153–154.

Stouffer S. A. 1940. *Intervening Opportunities: A Theory Relating Mobility and Distance*, „American Sociological Review” Vol. 5, December, ss. 845–867.

— 1960. *Intervening Opportunities and Competing Migrants*, „Journal of Regional Science” Vol. 2, Spring, ss. 1–26.

Stroudbeck F. L. 1949. *Equal Opportunity Intervals: A Contribution to the Method of Intervening Opportunity Analysis*, „American Sociological Review” Vol. 14, ss. 490–497.

— 1950. *Population, Distance and Migration from Kentucky*, „Sociometry” Vol. 13, ss. 123–130.

Strohkarch F., Phelps K. 1948. *The Mechanics of Constructing a Market Area Map*, „Journal of Marketing” Vol. 12, ss. 493–496.

Suppes P. 1957. *Introduction to Logic*, Princeton.

— 1960. *A Comparison of the Meaning and Uses of Models in Mathematics and the Empirical Sciences*, „Synthese” Vol. 12, September, ss. 287–301.

Taaffe E. J. 1959. *Regional Employment and Population Forecasts via Relative Income Potential Models*, „Papers and Proceedings of the Regional Science Association” Vol. 5, ss. 49–50.

— 1962. *The Urban Hierarchy: An Air Passenger Definition*, „Economic Geography” Vol. 38, ss. 1–14.

Tarski A. 1956. *Logic, Semantics, Mathematics*, Oxford.

Theobald D. W. 1964. *Models and Methods*, „Philosophy” No 149, July, ss. 260–267.

Tobler W. 1962. *A Classification of Map Projections*, „Annals of the Association of American Geographers” Vol. 52, No 2, ss. 167–175.

— 1963. *Geographical Area and Map Projections*, „The Geographical Review” Vol. 53, No 1, ss. 59–78.

Tocher K. D. 1961. *The Role of Models in Operational Research*, „Journal of the Royal Statistical Society” Vol. 124, ss. 121–142.

Tolley G. S. 1963. *Population Adjustment and Economic Activity: Three Studies*, „Papers and Proceedings of the Regional Science Association” Vol. 11, ss. 85–97.

Tomaszewski L. 1956. *Obliczenie przewozów osobowych w oparciu o regułę ‘grawitacji komunikacyjnej’ zespołów miejskich*, „Miasto” nr 10, ss. 33–34.

Ullman E. L. 1954. *Transportation Geography*, [W:] *American Geography — Inventory and Prospect*, Syracuse University Press, ss. 310–333.

— 1956. *The Role of Transportation and the Bases for Interaction*, [W:] W. L. Thomas, *Man’s Role in Changing the Face of the Earth*, Chicago, ss. 862–880.



- 1957. *American Commodity Flow*, Seattle.
- Ullman E. L., Volk D. J. 1962. *An Operational Model for Predicting Reservoir Attendance and Benefits: Implications of a Location Approach to Water Recreation*, „Papers of the Michigan Academy of Science, Arts and Letters” Vol. 42.
- Vining R. 1955. *A Description of Certain Special Aspects of an Economic System*, „Economic Development and Culture Change” Vol. 3, ss. 147—195.
- Vining R., Koopmans Th. C. 1949. *Methodological Issues in Quantitative Economics*, „Review of Economics and Statistics” Vol. 31, ss. 77—94.
- Voorhees A. M. 1955. *A General Theory of Traffic Movement*, „Proceedings of the Institute of Traffic Engineers”, ss. 46—56.
- Voorhees A. M., Sharpe G. B., Stegmaier J. T. 1955. *Shopping Habits and Travel Patterns*, Highway Research Board, Special Report 11-B, Washington.
- Warntz W. 1955. *A Methodological Consideration of Some Geographic Aspects of the Newfoundland. Referendum on Confederation with Canada, 1948*, „The Canadian Geographer” No 6, ss. 39—49.
- 1956. *Measuring Spatial Association with Special Consideration of the Case of Market Orientation of Production*, „Journal of the American Statistical Association” Vol. 51, No 276, ss. 597—604.
- 1957 a. *Geography of Prices and Spatial Interaction*, „Papers and Proceedings of the Regional Science Association” Vol. 3, ss. 118—129.
- 1957 b. *Transportation, Social Physics and the Law of Refraction*, „The Professional Geographer” Vol. 9, No 4, ss. 2—7.
- 1957 c. *Contributions toward a Macroscopic Geography: A Review*, „Geographical Review” Vol. 47, ss. 420—424.
- 1958 a. *Number of People and Distance as Basic Dimensions for Behavioral Science: A Macrogeographic Interpretation*. Presented at the Northwestern University Symposium on the Interrelations of Ecological and Behavioral Models and Behavioral Science, June.
- 1958 b. *Macrogeography and the Census*, „The Professional Geographer” Vol. 10, No 6, ss. 6—10.
- 1959 a. *Geography at Mid-Twentieth Century*, „World Politics” Vol. 11, No 3, ss. 442—454.
- 1959 b. *Progress in Economic Geography*, [W:] E. J. Preston, *New Viewpoints in Geography*, ss. 54—75.
- 1959 c. *Some Parameters of the Geographical Distribution of Population*, „The Geographical Review” Vol. 49, ss. 270—272.
- 1959 d. *Social Physics — A Macrogeographer Takes a Hard Look at College Envolments*, „Princeton Alumni Weekly” Vol. 60, September 18, ss. 8—13.
- 1959 e. *Toward a Geography of Price*, Philadelphia.
- 1964. *A New Map of the Surface of Population Potentials for the United States, 1960*, „Geographical Review” Vol. 54, No 2, ss. 170—184.
- Warntz W., Neft D. 1960. *Contributions to a Statistical Methodology for Areal Distributions*, „Journal of Regional Science” Vol. 2, No 1, ss. 47—66.
- Watson J. W. 1955. *Geography — a Discipline in Distance*, „The Scottish Geographical Magazine” Vol. 71, ss. 1—13.
- Wendel B. 1953. *A Migration Schema. Theories and Observations*, „Lund Studies in Geography”, Series B, No 9.
- Whittaker E. 1947. *From Euclid to Eddington*, Cambridge.
- Wilson E. B. 1964. *Wstęp do badań naukowych*, Warszawa.
- Winkler W. 1957. *Podstawowe zagadnienia ekonometrii*, Warszawa.
- 1959. *Types and Models in Demography*, International Population Conference, Wien, s. 32.
- Witheyford D. K. 1961. *Comparison of Trip Generation by Opportunity Model and Gravity Model*, Highway Research Board.
- Wold H. 1960. *Modele ekonometryczne dla celów prognoz gospodarczych*, „Przegląd Statystyczny” nr 4, ss. 407—433.
- Wood P. 1963. *Studying Traffic in Towns*, „Journal of Town Planners Institute” No 8, ss. 265—271.
- Young E. C. 1924. *The Movement of Farm Population*, Cornell Agricultural Experiment Station, Bulletin 426, Ithaca.

- Zetterberg H. L. 1954. *On Theory and Verification in Sociology*, New York.
- Zieleniewski J. 1962. *Organizacja i działanie na ile niektórych innych pojęć ogólnych*, [W:] *Wybrane zagadnienia prakseologiczne*, Warszawa.
- Zipf G. K. 1940. *The Generalized Harmonic Series as a Fundamental Principle of Social Organization*, „Psychological Record” Vol. 4, ss. 147—159.
- 1941. *National Unity and Disunity*, Bloomington.
- 1949. *Human Behavior and the Principle of Least Effort*, Cambridge, Mass.
- 1946 a. *The  $P_1P_2/D$  Hypothesis: The Case of Railway Express*, „American Journal of Psychology” Vol. 22, July, ss. 3—8.
- 1946 b. *Some Determinants of the Circulation of Information*, „American Journal of Psychology” Vol. 59, ss. 401—421.
- 1946 c. *The  $P_1P_2/D$  Hypothesis: On the Intercity Movement of Persons*, „American Sociological Review” Vol. 11, December, ss. 677—686.
- 1947. *The Hypothesis of the “Minimum Equation” as Unifying Social Principles*, „American Sociological Review” Vol. 12, ss. 627—650.
- Żurawicki S. 1961. *Ekonomia polityczna a matematyka*, Warszawa.

## Резюме

### ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ ТЯГОТЕНИЯ И ПОТЕНЦИАЛА В ПРОСТРАНСТВЕННО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

Значение моделей тяготения и потенциала необходимо рассматривать в первую очередь с точки зрения их пригодности для пространственно-экономических исследований, т. е. с точки зрения их применения. Однако пригодность этих моделей зависит от их познавательного качества, т. е. от того, отражают ли они правильно реальную действительность, или, вернее, совокупность проблем, к которым они относятся.

Так же как и другие математические модели, они представляют собой упрощенные предпосылки для исследований взаимного воздействия с учетом фактора пространства.

Представленные широкие возможности применения модели тяготения указывают их важную исследовательскую роль как обобщающего метода описания фактов а также как составной части более сложных моделей. В. Исард приписывает моделям тяготения и потенциала весьма важное значение в области районного планирования (планового синтеза), где они служат дополнением других методов анализа и прогноза, напр. метода затрат и выпуска продукции или же линейного программирования, важность и исследовательская полезность которых является общепризнанной<sup>1</sup>.

Эти модели, с точки зрения их познавательного качества, не представляют собой однородной конструкции. Поэтому следует дать отдельную характеристику модели тяготения и модели потенциала.

Первоначальную формулировку модели тяготения, в форме аналогичной понятиям физики Ньютона, следует рассматривать как попытку описания постоянных пространственных структурных зависимостей, определяющих поведение масс (популяций). Такая модель имеет чисто геурстическое значение. Не представляется

<sup>1</sup> В. Исард (1960) стр. 662 и далее.

также возможным, в пределах обладаемых знаний, сформулировать трансформацию отображающую свойства физического поля для экономического пространства. Познавательная роль такой конструкции состоит лишь в том, что данную аналогию можно рассматривать как предварительную операцию при формулировке упрощенной предпосылки, имеющей чисто эмпирический смысл. Эта предпосылка представляет собой подлинную модель тяготения, или, точнее, гравитационную модель взаимного воздействия в пространственно-экономических исследованиях. С помощью такой модели является возможным изучение структурных зависимостей, касающихся взаимного воздействия масс (популяций), отвлекаясь от индивидуальных мотивировок поведения. Эмпирический характер модели является следствием того, что механизм, создающий увязку между расстоянием и частотой взаимного воздействия, не может прямо объясняться центрально симметричной, строго монотонной функцией пространства и требует дифференциации массы, в зависимости от вида взаимного воздействия. Общая схема этой предпосылки имеет форму уравнения (59).

Необходимо обратить внимание на то обстоятельство, что большинство математических моделей, описывающих количественные взаимосвязи различных экономических величин и неэкономических величин, является конкретизацией общих экономических закономерностей<sup>2</sup>. Отсутствие соответствующей теории делает невозможным конкретизирование общих закономерностей в пространственно-экономических исследованиях. В случае модели тяготения имеем дело с противоположностью обычного процесса построения математической модели.

Исходя из формулировки, имеющей вид функции подобной понятию гравитационной энергии, пытаются определить аналитическую форму предпосылки для исследований пространственно-экономических взаимосвязей.

Однако модель тяготения, сформулированная в виде уравнения (59), содержит элементы, не выясненные как понятия а также не решенные в техническом смысле, как напр.:

- 1) выбор соответствующих измерителей массы и расстояния,
- 2) выбор показателей приспособленных к этим переменным.

Принятие уравнения (59) в качестве общей предпосылки для исследований взаимного воздействия в определенных пределах эмпирического толкования сводит вопрос к математической модели и к свойствам этой модели операциям аппроксимации и отыскивания оценки. Это делает возможным статистически оценить параметр модели, после установления определенной аналитической формы функции. Опытные исследования роли расстояния во взаимном воздействии явлений показывают, что оно получает форму близкую линейной функции, или же поддается аппроксимации с помощью линейной функции.

Проведенные до сих пор исследования показывают также, что модель тяготения можно представить при таком подходе, как прямую зависимость в виде регрессии между  $\log I_{ij}/M_i M_j$  в качестве переменной зависимой и  $\log D_{ij}$  в качестве переменной независимой. Эта формулировка, которую можно назвать регрессионной формой модели тяготения, позволяет найти статистические оценки параметров модели. Такой статистический анализ является относительно простым, поскольку:

- 1) здесь не выступает вопрос идентификации, что означает, что параметры модели возможно всегда статистически оценить,
- 2) в ходе нахождения оценки является возможным использование метода наименьших квадратов, что однако не исключает возможности применения также других методов.

Следует подчеркнуть, что оценка модели в этой форме делает возможным определение параметра структуры модели, которым является показатель степени расстояния, а также проверка модели с помощью вариационного анализа. Конкретизированная таким образом модель, соответствующая условиям проверки, может рассматриваться как эмпирическая зависимость с точно определенными временно-пространственными ограничениями. Эти ограничения определяют рамки статистического материала, на основе которого оценены или проверены параметры модели. Главным преимуществом сформулированной таким образом модели является его простота а также и то обстоятельство, что можно легко находить его оценки.

Необходимо однако заметить, что правильное нахождение оценок модели ограничивается в первую очередь принятыми предпосылками. Следовательно, познавательное качество модели зависит от правильного определения переменных модели, а также от их идентификации как понятий, т. е. от установления видов взаимного воздействия массы и расстояния. Эта операция, не определенная более подробно с методологической точки зрения, составляет формулировку предварительного эмпирического гипотеза. Она имеет решающее значение для адекватного познания реальной действительности. Трудности связанные с априорным определением круга вопросов, пригодных для того, чтобы к ним применить модель тяготения, являются наиболее слабой стороной методологического анализа применения модели к исследованиям общественно-экономических явлений. Попытки сформулирования более подробных указаний в этом отношении не дали до сих пор положительного результата. Они сводятся к оценке упрощающей роли расстояния и массы как основных факторов, определяющих величину истолкованную как взаимное воздействие.

Другой важный фактор, предопределяющий правильное нахождение оценки — наличие соответствующего статистического материала, в отношении как количества так и точности данных. Проведенные до сих пор исследования, в частности М. Гельвигом, показывают, что соблюдение этих условий приводит к обнаружению существенных зависимостей, определяющих взаимное воздействие. В этой связи следует однако обратить внимание на необходимость сохранения некоторого равновесия относительно степени детализации понятия взаимного воздействия и переменной массы. Чрезмерная детализация может привести к искажению структурной однородности изучаемой зависимости а также может отменить предпосылку массового характера явления<sup>3</sup>.

Следует также подчеркнуть что изучение пространственных явлений или процессов, не соответствующих условиям модели, или же имеющих более сложный характер, делает невозможным применение модели.

Как показывают проведенные до сих пор исследования, модель тяготения может быть использована для определения не только взаимного воздействия, но и других переменных (эффективного расстояния, остаточных величин), что делает ее более действенной.

Полученные на основании модели эмпирические зависимости или гипотезы являются шагом на пути к построению эмпирической теории пространственной структуры.

Понятие модели потенциала является величиной выведенной из модели тяготения. Данная операция служит примером дедуктивной роли математической модели. В основном, между обеими моделями имеются различия в отношении области их применения. Модель тяготения касается воздействия, которое выступает между парами масс, в то время как модель потенциала учитывает одновременно воздействие массы на одну точку. Однако в модели потенциала, в отличие от модели тя-

<sup>2</sup> З. Павловски (1963) стр. 12—14 а также О. Ланге (1959) стр. 74.

<sup>3</sup> А. Флейшер (1961).

готения, нельзя определить эмпирический элемент, соответствующий интегрированной величине взаимного воздействия, который представляет величина потенциала для данной точки. Это исключает возможность оценивания параметров модели, в частности параметров расстояния. Следовательно, модель потенциала не поддается непосредственной эмпирической проверке. Ее можно однако проверить косвенно, на основе определения степени корреляции между величиной модели потенциала, истолкованного напр. как потенциала населения или дохода, и другими общественно-экономическими явлениями.

Тот факт, что не является возможным точное конкретное истолкование понятия потенциала применительно к территориальному размещению общественно-экономических явлений, а также то обстоятельство, что нельзя его статистически аппроксимировать, послужили Ф. Лукерману и П. В. Портеру<sup>4</sup> исходным пунктом критики этой концепции. Эта критика исходит из того, что данная модель предполагает наличие территориально неограниченного континуума. Следовательно, модель потенциала не может служить основой для исследований пространственно ограниченных связей между общественно-экономическими явлениями, поскольку она содержит лишь описание тенденций касающихся пространственного равновесия.

Упомянутая критика не представляется обоснованной. Модель потенциала, в отношении ее логической конструкции, следует рассматривать как теоретическую модель, составляющую предпосылку — вид исследовательского образца, а не эмпирической гипотезы. При изучении пространственной постановки общественно-экономических явлений, где выступающие системы являются в какой то мере изолированными (страны, континенты) применение модели можно ограничить интегрирующим описанием таких систем, рассматривая их как некоторые функциональные комплексы. Пространственное ограничение этих систем следует толковать как выделение не-элемент рассматриваемого комплекса (территориальная единица, поселок, район), которых комплексов. Роль модели потенциала состоит именно в том, что каждый с точки зрения имеющихся между ними пространственно-экономических взаимосвязей, характеризуется отношением к остальным элементам (и к себе самому), относительно своего и их места, определенного в пространственной системе мерой расстояния. Пределы эмпирического толкования модели определяет конкретизация понятий массы и расстояния.

Таким образом модель потенциала позволяет найти измеритель эмпирически толкуемой величины массы (населения, дохода) в данном месте относительно пространственной дифференциации других масс. Определение потенциала всех рассматриваемых масс делает возможным учесть эффект положения каждой из них в рассматриваемом комплексе.

Модель потенциала как исследовательская предпосылка соответствует тогда требованию полной и структурной постановки общественно-экономической действительности с учетом ее пространственного аспекта.

Геуристическое значение модели состоит в том, что сформулированное или же гипотетические зависимости, имеющиеся между эмпирически истолкованными величинами, рассчитанными на основе модели потенциала, и другими общественно-экономическими величинами, могут послужить основой для построения математических моделей, переменной которых является величина потенциала и которые можно аппроксимировать и эмпирически оценивать. Такая постановка вопроса позволяет косвенно проверить пригодность модели потенциала путем использования ее как описательного элемента другой математической модели, пригодность которой для описания действительности может быть довольно точно определена.

## THE APPLICATION OF GRAVITY AND POTENTIAL MODELS IN SPATIAL ECONOMIC RESEARCH

The role of the gravity and potential models should be considered in the first place from the point of view of their expediency for space economics, that is to say, from the point of view of their practical application. Such expediency, however, is dependent on the cognitive value of the models, which consists in a proper description of reality, or strictly speaking, in adequacy to the problem situation considered.

The models in question, just as other mathematical models, consist of simplified assumptions for study on interaction in space.

The gravity and potential models can be applied in many fields; this indicates their importance for research, as generalizing descriptions and as elements of various more complex models. According to W. Isard, the models in question are of substantial significance for regional planning, since they complement other analytical and forecast methods, such as input-output and linear programming, which gained general application in research<sup>1</sup>.

The models in question do not represent uniform constructions and that is why the gravity model and the potential model should be characterized separately.

The initial setting of the gravity model in the form analogous to the basic notions of Newtonian physics, should be treated as an attempt to describe stable, structural space relations, concerning the behaviour of population. This model has purely heuristic meaning, since in the present state of knowledge it seems to be impossible to establish a transformation, which would transpose the properties of a physical field into economic space. Such analogy, however, may be treated as initial step in formulating a simplified assumption having an empirical meaning, and this is its epistemologic role. Such an assumption is the proper gravity model, or better, the gravity model of interaction in space economics. The model enables research on structural interdependence concerning interaction of the masses (population), and omitting motivation of individual behaviour. The model is empirical, because the mechanism connecting distance with frequency of interaction can not be explained directly by a centrally symmetric and strictly monotonic function of distance, and because mass must be discriminated in relation to the type of mutual interaction. This assumption is formulated as an equation (59).

It should be noticed, that most mathematical models describing quantitative dependencies between various economic and non-economic magnitudes, are the expression of general economic laws<sup>2</sup>. The lack of an adequate theory makes impossible to specify general regularities in space economic research.

In the case of a gravity model, the normal course of establishing a mathematical model is reversed. Starting with a function, similar to the notion of gravitation energy, the endeavour is made to determine the analytical form of assumption for investigating economic interrelations in space.

The gravity model, layed down as an equation (59), contains, however, such elements which are unsolved from the conceptual and technical points of view, namely:

- 1) the choice of adequate measures of mass and distance,
- 2) the choice of exponents adjusted to such variables.

When equation (59) is taken as the general assumption for investigations concerned with interaction within a determined range of empirical interpretation, the problem is placed in the domain of mathematical model, and procedures of approximation and estimation appropriate for such a model. This enables a statistical estimate of the parameter of the model, after a defined analytical function has been established. Empirical research on the part played by distance in interaction of phenomena demonstrates that this function is close to a linear one, or that it may be approximated to a linear function.

Available results of research also demonstrate, that the gravity model can be presented as a simple regression of  $\log I_{ij}/M_i M_j$  as dependent variable, and  $\log D_{ij}$  as independent variable. Such a formulation

<sup>4</sup> Ф. Лукерман, П. В. Портер (1960) стр. 501.

<sup>1</sup> W. Isard (1960), p. 662 ff.

<sup>2</sup> Z. Pawłowski (1963), pp. 12—14 and O. Lange (1959) p. 74.



which may be called the regression form of the gravity model, enables to make a statistical estimate of the parameters of the model. Such a statistical analysis is relatively simple, since:

1) the identification problem does not occur here, i. e. the parameters of the model can be always estimated statistically,

2) estimation may be done by means of the least square method, although other methods of estimation should not be excluded.

It should be stressed that the estimation of the model formulated as above enables to determine the parameter of the structure of the model, namely the exponent of the distance variable, and to verify the model by means of variance analysis. The model thus defined, fulfilling the conditions of verification, may be treated as an empirical regularity, having very definite restrictions in time and space. Those restrictions are determined by the framework of statistical data, within which the parameters of the model have been estimated or verified. Simplicity and easy estimation are basic virtues of the model thus determined.

It must be stated, however, that correct estimation of the model is limited, in the first instance, by its assumptions. That is why the cognitive value of the model is dependent on proper defining of the variables of the model and their conceptual identification, that is to say, on the determination of the types of interaction of mass and distance. This operation, which has not been determined closer from the methodological point of view, puts forth the preliminary empirical hypothesis and it has crucial significance for adequate presentation of reality. The difficulty of identifying a priori a problem situation to which the gravity model may be applied, is the weakest point in the methodological analysis of applicability of the model to social and economic facts. Thus far, the attempts at determining the more detailed directives in this respect did not give expected results. Such attempts amounted to the simplifying evaluation of the influence of distance and mass, those two last elements being taken as basic factors which determine the quantity interpreted as spatial interaction.

Adequate statistical data, their amount and precision, are the second essential element in correct estimation. Previous research, and especially investigations of M. Helvig, demonstrate that if the above condition is observed, essential interrelations describing interaction are detected. One should, however, point to the necessity of keeping a certain balance in determining the degree of detail within the notions of interaction and mass variable. Excessive detail may lead to distortions in the structural unity of the dependence considered, it may also cancel the assumption concerning the mass character of the investigated phenomena<sup>3</sup>.

It should also be stressed, that the model can not be applied correctly to such spatial phenomena or processes which do not correspond to its assumptions, or which are of a more complex character. Recent research has also shown that the gravity model may be used to determine other variables, such as effective distance, social residue etc., which extends the range of its application. Empirical dependencies or hypotheses obtained on the basis of the model are a step towards setting up an empirical theory of spatial structure.

The notion of the potential model is a concept derived from the model of gravitation. This procedure is an example of the deductive role of a mathematical model. In principle, both models have a different range. The gravity model concerns interaction of pairs of masses, while the potential model is also concerned with the influence of all masses on one point. In the potential model, however, contrary to the gravity model, the empirical correspondent of the integrated value of interaction, expressed by the potential at a given point, can not be strictly determined. That is why evaluation of the parameters of this model, and especially of the parameter of distance, is impossible. Thus, the potential model can not be empirically verified in a direct way. It may be, however, verified indirectly, when determining the degree of correlation between the magnitude of the interpreted, e. g. as the potential of population or of income, and other social and economic phenomena.

Criticism of the model, expressed by F. Lukermann and P. W. Porter<sup>4</sup>, was based on the fact that the notion of potential can not obtain a strict interpretation in relation to the spatial structure of social and economic phenomena, and that it can not be statistically approximated. This criticism is based

on the assertion, that the model in question assumes an unlimited spatial continuum. That is why the potential model only describes the tendencies toward spatial equilibrium, but it can not be the basis of research on relations between the spatially limited range of social and economic phenomena.

Such criticism does not seem justified. From the point of view of its logical construction the potential model should be interpreted as a theoretical model, serving as a research standard and not as an empirical hypothesis. In relation to spatial research on social and economic facts, in which the actual systems are isolated to a certain degree (countries, continents), the application of the model may be limited to an integrated description of such systems. The role of the potential model consists precisely in the fact, that each of the elements of the system (i. e. an areal unit, a village, a region) is characterised in relation to all other elements (and to itself), considered from the point of view of spatial economic interrelations between them, on the basis of its own place and the place of all the other elements, measured by distance within the system. The range of empirical interpretations of the model is expressed by the specification of the notions of mass and distance.

Thus, the potential model enables to find a measure of an empirically interpreted mass (of population or income), in a given place, from the point of view of spatial differentiation of other masses. When the potential is determined for all masses under consideration, the effect of the situation of each of those masses within the system in question can be taken into account.

It follows, that the potential model as a research assumption fulfills the postulate of treating the social and economic reality in its spatial aspect as a structural whole.

<sup>3</sup> See A. Fleisher (1961).

<sup>4</sup> F. Lukermann, P. W. Porter (1960), p. 501.

## SPIS RYCIN

1. Kolejowe przesyłki ekspresowe według tonażu między 13 dowolnie wybranymi miastami USA, maj 1939.
2. Zależność między odległością i stosunkiem faktycznej wielkości przejazdów pasażerskich na obszarze regionu metropolitalnego Detroit.
3. Rozkłady teoretyczne migracyjnych funkcji odległości dla jednostek przestrzennych.
4. Zależność między odległością a wielkością emigracji z Njurunda do poszczególnych powiatów (Szwecja) na 100 000 mieszkańców.
5. Mapa potencjału ludności USA w 1960 r. (wartość izolinii w tys. osób na milę).
6. Hipotetyczny układ linii ekwipotencjalnych.
7. Linie potencjału dla miasta Memphis (1960).
8. Linie potencjału dla miasta Phoenix (1960).
9. Profile powierzchni potencjału.
10. Schemat prostego układu hierarchicznego.