

*Zbyszko Chojnicki (Poznań)*

## METODY MATEMATYCZNE W BADANIACH GEOGRAFICZNYCH

MATHEMATICAL METHODS IN GEOGRAPHIC RESEARCH

### I

Zagadnienie, jaką rolę metody matematyczne odgrywają (lub też mogą, czy powinny odgrywać) w geografii, nie jest w pełni rozstrzygnięte. Aby wyrobić sobie właściwy pogląd w tej sprawie potrzebne jest przedstawienie założeń metodologicznych oraz ograniczeń i perspektyw stosowania metod matematycznych w geografii.

Truizmem nieomal jest twierdzenie, że w naszych czasach metody matematyczne przeniknęły głęboko wszystkie gałęzie wiedzy, a stosowanie matematyki stanowi jeden z istotnych czynników szybkiego rozwoju i sukcesów współczesnej nauki. Gwałtowny wręcz wzrost nowych problemów naukowych o coraz większej złożoności, często na pograniczu różnych dyscyplin naukowych, przy równoczesnej potrzebie optymalnego rozwiązania zagadnień praktycznych wysuwają metody matematyczne jako uniwersalne, a zarazem najbardziej efektywne narzędzie postępowania badawczego.

Wiadomo też, że powstanie elektronowych maszyn liczących pozwala wykonywać takie obliczenia, które przedtem były niemożliwe do przeprowadzenia z powodu zbyt wielkiej liczby operacji. Jeszcze większe znaczenie maszyn polega na tym, że można je wykorzystać do wykonywania szeregu operacji logicznych, a w szczególności sterowania przebiegiem różnych procesów.

Mimo swej różnorodności i bogactwa teoretycznych konstrukcji metody matematyczne wykazują jednak pewne własności wspólne, na których walory należy zwrócić uwagę.

Matematyka stanowi idealny i niezawodny język dla formułowania twierdzeń naukowych. Język ten pozwala konstruować w sposób ścisły i logicznie poprawny takie pojęcia naukowe, które trudno wyrazić w ję-

zyku potocznym oraz poprzez empiryczną interpretację twierdzeń matematycznych w postaci tzw. modeli matematycznych, pozwala też wyprowadzać z nich w sposób dedukcyjny, a więc niezawodny, inne twierdzenia, stanowiące nowe hipotezy badawcze. Twierdzenia te, po sprawdzeniu za pomocą odpowiednich obserwacji, stanowią nowe prawdy naukowe.

Metody postępowania naukowego oparte na matematyce nadają badaniu naukowemu cechy intersubiektywnej sprawdzalności i komunikowalności — dwóch zasadniczych kryteriów rzetelnej roboty naukowej. Metody badawcze oparte na matematyce pozwalają po opracowaniu właściwych algorytmów (tj. dokładnych schematów postępowania rachunkowego i dedukcyjnego, prowadzącego do rozwiązania określonego zagadnienia) zrealizować postulaty powtarzalności i ścisłości.

Z punktu widzenia zastosowań matematyka pełni dwojaką rolę: obliczeniową i dedukcyjną.

Rola obliczeniowa matematyki oparta na odpowiednim algorytmie jest ściśle związana z pomiarem i obliczaniem częstości występowania zjawisk.

Wyzszość opisu ilościowego nad jakościowym, słownym, uzasadnia szereg faktów. Przede wszystkim w opisie jakościowym trudniej jest uniknąć elementów subiektywnych, wynikających zarówno z wieloznaczności słów, jak i ich mniejszej dokładności, gdyż opisowi słownemu brakuje niejednokrotnie nazw dla bardziej zróżnicowanego stopniowania i odmiany cech oraz przedstawiania przebiegu zachodzących zmian. Opis słowny, mimo że jest barwny i ciekawy, ogranicza jednak możliwości ścisłego wnioskowania.

Żaden z przytoczonych zarzutów przeciwko opisowi słownemu nie godzi w ujęcie ilościowe. Zapewnia ono ścisłość i dokładność samego opisu przez wprowadzenie charakterystyki liczbowej, szczególnie ważnej dla uchwycenia natężenia zróżnicowania i stopni stanów zjawisk, które trudno jest wyrazić słowami. Obok ścisłości wprowadzenie określonych charakterystyk liczbowych umożliwia nam dokonanie skrótowego, syntetycznego opisu.

Zasadnicza korzyść ujęcia ilościowego polega jednak na tym, że pozwala ono na jednoznaczne i konsekwentne stosowanie określonej metody badawczej, przy czym po opracowaniu materiału statystycznego i określeniu metody, procedury obliczeniowe mają mieć charakter technicznego zabiegu wykonywanego przez elektronowe maszyny szybkoobrotowe. Ponadto istnieje możliwość określenia pewności uzyskanych wyników.

Należy jednak wyraźnie podkreślić, że walory badawcze matematyki nie ograniczają się tylko do technik obliczeniowych. Znacznie donioślejsze znaczenie mają techniki dedukcyjne, w których leży siła myślenia

matematycznego. Dedukcja matematyczna pozwala z danego zbioru twierdzeń wyprowadzić wiele nowych twierdzeń. Pozwala to na odkrywanie nowych zależności i hipotez. W tym zakresie należy także wymienić rolę budowy modeli matematycznych jako zbioru algebraicznie wyrażonych założeń w stosunku do jakiegoś fragmentu świata, z których można wyprowadzić pewne własności tego fragmentu, a następnie — po uzyskaniu potwierdzenia w nowych obserwacjach i eksperymentach — uznać za twierdzenia empiryczne.

## II

Przedstawione powyżej uwagi mogą sugerować pogląd, że stosowanie metod matematycznych w geografii jest sprawą postępu w opanowaniu tych metod, a więc poniekąd subiektywną zależną tylko od wiedzy i wysiłku intelektualnego, jaki jest związany z zaznajomieniem się z podstawami matematyki i ewentualnie współpracą z matematykami.

Nie negując faktu, że nieznamość matematyki i możliwości jej zastosowań stanowi istotną przeszkodę w rozwoju tych zastosowań należy z kolei stwierdzić, że istnieją jeszcze inne trudności wynikające z charakteru i podstawowych zasad danej nauki. Można by je nazwać obiektywnymi. Równocześnie jednak efektywne stosowanie metod matematycznych wymaga spełnienia pewnych warunków dotyczących założeń metodologicznych, a właściwie pewnej metodologicznej koncepcji danej nauki. Dopiero na tej podstawie jest możliwy wybór najbardziej skutecznych metod i zagadnień badawczych.

O jakie więc metody chodzi w geografii i jaka jest ich specyfika?

Przegląd stosowanych metod wyraźnie uwidacznia, że istnieje pewien podstawowy zasób procedur matematycznych w badaniach geograficznych. Sprowadzają się one do: 1) probabilistycznego opisu zbiorowości badanych; 2) wnioskowania statystycznego z pewnej części zbiorowości (prób) o jej całości.

Probabilistyczny charakter opisu zbiorowości interesujących geografa wynika z faktu, że geografia jest nauką obserwacyjną o wysokiej kompleksowości badanych zjawisk, co utrudnia wykrywanie prawidłowości bezwyjątkowych oraz zależności funkcyjnych w przeciwieństwie do nauk eksperymentalnych, gdzie jest to możliwe.

W naukach eksperymentalnych kontroluje się możliwie ściśle działanie różnych czynników, obserwując kolejno ich oddziaływanie. W rezultacie ustala się pewien zespół zależności funkcyjnych, dający matematyczne rozwiązanie problemu. Mówiąc językiem cybernetycznym, en-

tropia będąca wyrazem przypadku spada do zera, zaś organizacja osiąga wielkość maksymalną.

W naukach obserwacyjnych o wysokim stopniu kompleksowości, takich jak geografia, poszczególne sytuacje muszą być badane tak, jak występują w rzeczywistości, nie zaś w kontrolowanych warunkach laboratoryjnych. W warunkach rzeczywistych wielka liczba czynników oddziałuje jednocześnie i badający musi uwzględnić nie tylko wpływ każdego z nich, ale i ich wzajemne oddziaływanie, które nie miałyby miejsca, gdyby każdy z nich oddziałował odrębnie. W układzie takim entropia i organizacje są różne od zera. Działają tu zarówno czynniki systematyczne, które wywołują prawidłowości, jak i czynniki przypadkowe, które je zakłócają. Badanie takie nabiera więc charakteru stochastycznego (losowego), stąd szerokie zastosowanie znajdują twierdzenia rachunku prawdopodobieństwa i oparte na nich metody statystyki matematycznej. Prawdopodobieństwo bowiem, jak to określił E. Borel, w swej pracy *Prawdopodobieństwo i pewność* (Warszawa, 1963), jest miarą przejścia możliwości w rzeczywistość.

Geograf interesujący się związkiem między cechą *A* a cechą *B* nie ma najczęściej możliwości stwierdzenia, że posiadanie cechy *A* implikuje posiadanie cechy *B*. W większości przypadków może on jedynie przypisać określoną wartość prawdopodobieństwu warunkowemu wystąpienia cechy *B* przy założeniu, że wystąpiła cecha *A* (procenty stosowane w opisie, to właśnie prawdopodobieństwo warunkowe bądź szacunkowe wartości tych prawdopodobieństw).

Podobnie rzecz się ma z badaniem zależności zachodzących między zmiennymi. Z trudnością może geograf znaleźć przypadki, gdy zmienne powiązane są zależnością czysto funkcyjną, jak to się dzieje w fizyce. W badaniach geograficznych zwykle występuje taka sytuacja, że wartość zmiennej *x* determinuje rozkład prawdopodobieństwa zmiennej *y*. Określonej wielkości opadu można przyporządkować tylko z pewnym prawdopodobieństwem określoną wartość wodostanu. Również zależność między odległością a liczbą dojeżdżających do pracy ma charakter probabilistyczny. Można wtedy stwierdzić, że jakiś parametr tego rozkładu, np. przeciętna wartość *y*, jest funkcją *x*. Zamiast więc równania przedstawiającego *y* jako funkcję *x* ustala się równanie regresji *y* względem *x*. Sytuację zwykle komplikuje tu sprawa występowania zależności między wieloma zmiennymi, z tym, że niektóre zmienne nie mają czasem charakteru losowego.

Rachunek prawdopodobieństwa wraz ze statystyką matematyczną jest w badaniach geograficznych podstawową dyscypliną matematyczną. Rachunek prawdopodobieństwa jest gałęzią matematyki zajmującą się badaniem prawidłowości zachowania się tzw. zdarzeń losowych tj. zdarzeń

których realizacja zależy od przypadku. Założenie o losowości obserwacji statystycznej umożliwia ocenę, o ile zaobserwowane wyniki odchylają się od struktury odpowiednich cech w zbiorowościach generalnych. Zauważyć należy, że dopóki chodzi tylko o opis, jest to rachunek dość prosty. Dopiero wnioskowanie z pewnej części zbiorowości o jej całości lub próba wyjaśnienia zaobserwowanych prawidłowości za pomocą hipotez ujęta w formie teorii wymaga odwołania się do bardziej złożonych pojęć i twierdzeń probabilistycznych.

Teoria wnioskowań statystycznych formułuje reguły pozwalające oszacować pewne interesujące geografa wielkości, jak np. prawdopodobieństwa współwystępowania, współczynniki korelacji, oraz przyjmować lub odrzucać hipotezy, np. o równości dwóch prawdopodobieństw, o niezależności cech. Podstawy probabilistyczne i statystyczne tych standardowych metod znajdują się w licznych pracach dotyczących statystyki matematycznej jak Z. Pawłowskiego, Z. Hellwiga.

Tak więc podstawowe pojęcia i twierdzenia statystyki matematycznej są niezbędnym narzędziem pracy geografa. Należy przy tym zaznaczyć, że w zasadzie owe metody nie są specyficzne dla geografii. Tymi samymi środkami matematycznymi posługują się na szeroką skalę inne dyscypliny, które wchodzą w skład nauk obserwacyjnych.

Oczywiście istnieją pewne specyficzne problemy związane z zastosowaniem tych metod w opisie. Należy wymienić cztery grupy tych problemów.

Pierwsza grupa to metody zbierania danych w ujęciu przestrzennym, ze szczególnym uwzględnieniem metody reprezentacyjnej i odpowiedniego układu jednostek podstawowych. Należą tu np. stosowane w badaniach użytkowania ziemi metody wyznaczania różnych typów pobierania próby losowej w analizie lokalizacyjnej w powiązaniu z alternatywnymi jednostkami przestrzennymi losowania.

Druga grupa metod to sposoby opracowania wskaźników rozmieszczenia i powiązań w związku z procedurami pomiaru operującymi różnymi typami skal, nie tylko skal ilorazowych, lecz także porządkujących. Grupa ta obejmuje mierniki rozmieszczenia przestrzennego operujące pojęciem lokalizacji względnej. Są to miary kształtu obszarów, miary centralności i dyspersji, miary potencjału, miary „najbliższego sąsiada” oraz różnego typu wskaźniki powiązań i współwystępowania.

Trzecia grupa, ściśle związana z poprzednią, to problematyka metod taksonomicznych, agregacji danych i transformacji ze szczególnym uwzględnieniem metod czynnikowych. Cała ta dziedzina, mająca oparcie w matematycznej teorii grup i teorii kombinacji, znaleźć może szczególnie ważne zastosowanie w badaniach trwałych (nieprzypadkowych) ze-

społów cech oraz zmienności form w danym zbiorze cech w problematyce ludnościowej, rolniczej i warunków środowiskowych.

Czwarta grupa metod obejmuje szczególnie ważny z punktu widzenia badań geograficznych zespół metod regionalizacji. Wobec niemożności szerszego omówienia na tym miejscu tej problematyki należy przede wszystkim zwrócić uwagę na takie podejścia jak zastosowanie metod wieloczynnikowych oraz funkcji minimalizacji odległości, analizy dyskryminacyjnej, teorii grafów.

Odrębną sprawą, choć ściśle związaną z poprzednimi, jest zagadnienie stosunku metod matematyczno-statystycznych do integracji opisu statystycznego i kartograficznego.

Konieczność wykorzystania wielkich zbiorów danych statystycznych o różnych układach odniesienia wymaga opracowania nowego podejścia w analizie kartograficznej. Jedną z dróg do tego jest opracowanie i zastosowanie odpowiedniego układu współrzędnych określających lokalizację zjawisk w przestrzeni geograficznej oraz opracowanie teorii transformacji przestrzeni geodezyjnej, geograficznej, ekonomicznej i statystycznej. Umożliwi to przekazywanie danych statystycznych maszynom cyfrowym, które będą mogły nimi operować bezpośrednio lub przetwarzać je w szeregi liczbowe.

Cenny walor metod statystycznych wykorzystywanych w badaniach geograficznych polega na tym, że spełniają w nim rolę aparatury naukowej i pozwalają na wyeliminowanie składnika przypadkowego.

W pewnych przypadkach możliwe jest co prawda naśladowanie pewnych procesów, np. procesu stokowego, lub zastąpienie nieznanymi informacjami przez eksperyment symulacyjny np. migracji, jak dotychczas nie wykroczyło ono jednak poza próby, które mają charakter przykładowo-dydaktyczny.

### III

Najważniejszym celem nauk empirycznych jest wyjaśnianie zjawisk już zaobserwowanych oraz przewidywanie tych, które jeszcze nie zaszły lub też nie były objęte obserwacją. Realizacja tego celu możliwa jest przez formułowanie twierdzeń ogólnych i budowę teorii o postaci matematycznej. Nie ma żadnych racjonalnych przesłanek natury metodologicznej, które nakazywałyby odrzucić ten cel w badaniach geograficznych poprzestając jedynie na opisie uszczegóławiającym lub wąskich uogólnieniach. Budowa teorii w geografii umożliwia przejście jej od statusu nauki opisowej lub genetycznej do nauki prognostycznej,

zblizając ją tym samym do innych nauk przyrodniczych i ekonomii, a oddalając od tradycyjnego ujęcia nauk humanistycznych.

I tu dochodzimy do podstawowego zagadnienia metodologicznego w geografii, jakim jest formułowanie nie tylko zależności jednostkowych bądź też zależności o wąskim zakresie współrzędnych czasoprzestrzennych, lecz także formułowania uogólnień o możliwie najszerszym zakresie. Wymaga tego postulat ekonomiczności, żądający, by możliwie mała ilość twierdzeń wyjaśniła możliwie wiele zjawisk.

Realizacja tego postulatu jest konieczna, jeśli geografia ma mieć ambicje przewidywania zdarzeń, a do tego potrzebne są twierdzenia uogólniające wykraczające poza dane opisowe.

Tradycyjny program badawczy geografii jako podstawowy cel badania wysuwa opis lub wyjaśnienie pojedynczego przypadku. Postępowanie takie, które można nazwać *uszczegóławiającym*, traktowało opis jako cel sam w sobie.

Odmienne sytuacja badawcza powstaje wówczas, kiedy opis pewnych przypadków nie jest celem dla siebie, a stanowi punkt wyjścia dla sformułowania uogólnień, tj. uzyskiwania wyników odnoszących się do ogólniejszego zakresu niż te, które są przedmiotem badania. Podejście takie, które można nazwać *uogólniającym*, stanowi podstawę do wykrywania prawidłowości oraz budowy teorii.

Należy zwrócić uwagę, że niejednokrotnie oba te podejścia — *uszczegóławiające* i *uogólniające* — przeciwstawiano sobie. Nie jest to jednak słuszne. Dokonując np. analizy wzrostu uprzemysłowienia w danym mieście jako przyczyny zmian w strukturze osadniczej, handlu i usług, geograf może ograniczyć się do opisu tego pojedynczego przypadku lub pewnego wąskiego zbioru. Albo też kiedy rozszerza badanie zależności między uprzemysłowieniem a strukturą osadniczą, handlową i usługową na inne miasta, może dojść do sformułowania zależności ogólnej dotyczącej pewnej grupy lub typu uprzemysłowionych miast.

Według opinii przeważającej części geografów celem geografii jest dostarczenie uporządkowanego i racjonalnego opisu oraz interpretacji zmiennego charakteru powierzchni ziemi. Trzeba zdawać sobie jednak sprawę z tego, że takie określenie geografii wcale nie neguje celowości rozwijania podejścia uogólniającego; nawet opis poszczególnych przypadków zależny jest od ogólnej wiedzy opisującego, wymaga bowiem selekcji faktów oraz uwzględniania zależności, jakie między nimi zachodzą. Wiedza ta zaś wyraża się w pojęciach ogólnych oraz twierdzeniach ogólnych.

Szczupły zasób wiedzy o zależnościach sformułowanych ogólnie w zakresie problematyki geograficznej powoduje to, że wiele opracowań opisowych usiłuje zrealizować opis wyczerpujący i gubi się w szczegółach.



Dalszym rezultatem tego jest słabość geograficznych syntez naukowych, których rozwinięciu stoi na przeszkodzie niedorozwój wiedzy ogólnej. Trzeba wreszcie dodać, że bez sformułowania teorii pojmowanej jako zbiór ogólnych prawidłowości i hipotez nie ma możliwości dokonania wyjaśnień i przewidywań, co jest podstawowym celem nauki.

Rozbudowa teorii wyjaśniająco-predykcyjnych, które pod względem matematycznym są modelami, nie dotrzymuje kroku wynikom uzyskiwanym w trybie opisu. Jest to zupełnie zrozumiałe, jeśli się weźmie pod uwagę, ile pomysłowości potrzeba dla wyjaśnienia badanych prawidłowości. W przypadku geografii dodatkową trudność stanowi fakt, że badane zjawiska oraz struktury społeczno-ekonomiczne i przyrodnicze wykazują tendencję do uporczywego występowania w trwale skorelowanych ze sobą zespołach, posiadających określoną lokalizację przestrzenną i czasową. Programowy idiografizm nakazywał zastępować badanie warunków występowania zjawisk określeniem lokalizacji przestrzennej zjawisk.

Realizacja podejścia teoretycznego w geografii w oparciu o metody matematyczne jest możliwa przede wszystkim przez budowę modeli matematycznych. Budowa modelu matematycznego wymaga określenia wyrażonych matematycznie założeń w postaci równania lub układu równań. Ustalenie odpowiedniego równania opiera się na wyborze zmiennych, jakie należy uwzględnić w równaniu, oraz na określeniu analitycznej postaci funkcji, jaką posiadać będą poszczególne równania. Decyzja co do wyboru zmiennych równania opiera się bądź na przesłankach teoretycznych, bądź na analogii, bądź też na rozeznaniu empirycznym. Modele matematyczne stanowią w zasadzie uproszczenie w stosunku do bardziej złożonej rzeczywistości oraz ograniczenie jej różnorodności. Budowa modeli matematycznych stanowi zasadniczy etap w rozwoju zastosowań matematyki. Dzieje się tak dlatego, że modele mogą być konkretyzowane przez nadanie ich parametrom liczbowych wartości oraz można z nich wyprowadzać drogą dedukcyjną nowe twierdzenia i hipotezy.

Prostym przykładem sformułowania modelu matematycznego jest model opisujący wielkość wzajemnego oddziaływania między dwoma ośrodkami lub obszarami, zwany modelem grawitacji ze względu na swoje podobieństwo strukturalne ze wzorem na energię grawitacyjną. Wychodząc z tego wzoru, sformułowano hipotezę, że wzajemne oddziaływanie między dwoma ośrodkami lub obszarami o określonych masach zmienia się wprost proporcjonalnie do pewnej funkcji masy tych ośrodków, a odwrotnie — do pewnej funkcji odległości między nimi.

$$I_{ij} = k \frac{M_i M_j}{d_{ij}^b}$$

Konkretyzacja takiego modelu, polegająca np. na określeniu wzajemnego oddziaływania przez wielkość migracji, masy jako liczby mieszkańców i odległości fizycznej dla pewnego zbioru miast pozwala na podstawie danych statystycznych oszacować tę zależność w postaci równania regresyjnego. Przyjmując równocześnie np. założenie, że wpływ odległości w tym modelu ma postać funkcji potęgowej, która opisuje zmniejszanie się wzajemnego oddziaływania wraz z rosnącą odległością, można określić statystycznie ten wykładnik potęgowy odległości w równaniu regresyjnym. Oszacowany model stanowi już pewną hipotezę empiryczną, która może być wykorzystana zarówno dla wyjaśniania wielkości migracji, jak i przewidywania wielkości przyszłych migracji.

Model taki może też być przekształcony tak, aby zmienną zależną była w nim odległość, a zmiennymi niezależnymi — wielkość oddziaływania i masy.

$$d_{ij} = k \frac{M_i M_j}{I_{ij}}$$

Takie przekształcenie, będące przykładem dedukcyjnego wykorzystania modeli, pozwala wyznaczyć odległość jako pewną funkcjonalną wielkość nie mającą charakteru fizycznego. Odległość taką można by nazwać odległością społeczną. Widać na tym przykładzie, że model ten może być wykorzystany do sformułowania nowego pojęcia, jakim jest pojęcie odległości społecznej.

Oczywiście całe to postępowanie wymaga dobrej znajomości technik statystycznych, np. metody najmniejszych kwadratów potrzebnych do ustalenia parametrów, które nie mają tu jednak charakteru ściśle deterministycznego, ale charakter probabilistyczny.

Należałoby obecnie przystąpić do omówienia ważniejszych dziedzin zjawisk geograficznych, dla których konstruowane są modele matematyczne. Nie będę na tym miejscu analizował różnych środków matematycznych, jakie do tego celu mogą służyć, ani sporów na temat charakteru i przydatności tych środków na terenie geografii. Przykładami dyscyplin matematycznych, których pojęcia i twierdzenia do tego służą, niejednokrotnie o wysokim stopniu finezji matematycznej, są — obok klasycznej analizy i algebry macierzy — również teoria grafów, procesy Markowa, teoria relacji, teoria gier i teoria informacji. Całe to zagadnienie znajduje się w centrum problematyki metodologicznej geografii, czego dowodem są liczne artykuły na ten temat oraz ostatnio wydane dzieło geografów angielskich R. J. Chorleya i P. Haggetta *Models in Geography*, London 1967.

Autorzy ci, obok omówienia podstaw teoretycznych roli modeli w geo-

grafii, przedstawiają szczegółowo trzy grupy modeli wraz z całym aparatem matematycznym:

1) w geografii fizycznej — modele geomorfologiczne, meteorologiczne, klimatyczne i hydrologiczne,

2) w geografii społeczno-ekonomicznej — modele demograficzne, socjologiczne, rozwoju ekonomicznego, lokalizacji miast, przemysłu i działalności rolniczej,

3) systemy mieszane — modele struktury regionalnej, ekosystemów, ewolucji struktury przestrzennej i sieci.

Dowodem, że nie jest to zagadnienie marginesowe w geografii, jest fakt istnienia olbrzymiej literatury dotyczącej tego zagadnienia, zamieszczonej w powyższej pracy.

Pogłębiany rozwój zastosowań matematycznych w geografii odbywa się w dwóch podstawowych zbiorach ustaleń badawczych i teoretycznych, jakie podzieliły geografię na problematykę geografii fizycznej i ekonomicznej. Dzieje się tak dlatego, że niektóre podstawowe założenia dotyczące budowy modeli są odmienne w odniesieniu do zjawisk przyrodniczych i społeczno-gospodarczych.

Należy w tym miejscu zdać sobie sprawę z różnic, jakie zachodzą między badaniem procesów przyrodniczych i społeczno-ekonomicznych, a w szczególności z faktu, że działalność człowieka ma charakter celowy. W przyrodzie dla celowego układu warunkiem koniecznym i dostatecznym jest, aby jego elementy były wzajemnie dopasowane, co pozwala na jego autoregulację, oraz aby pozostawał w równowadze w stosunku do otaczającego środowiska. W odniesieniu do zjawisk społecznych jest to warunek konieczny, ale niewystarczający. Narastanie ingerencji człowieka, który podporządkowuje rzeczywistość z góry ustalonym zadaniom powoduje zjawisko samodestrukcyjności; znaczy to, że poznanie pewnego procesu społecznego pozwala po prostu wpłynąć na zmianę jego charakteru w przyszłości, aby zrealizować pewien cel.

Powyższy stan rzeczy nie ogranicza jednak możliwości stosowania metod matematycznych w badaniach geograficzno-ekonomicznych, ale nadaje im m. in. specyfikę właściwą naukom społecznym, chociaż wtedy w funkcji celu rzeczywistość społeczna ze zmiennej zależnej przekształca się w zmienną niezależną.

Odmienne charakter ma też pomiar wielkości podstawowych w badaniach społeczno-ekonomicznych. Pomiar ten operuje nie tylko skalami ilorazowymi (metrycznymi), lecz także nominalnymi i porządkującymi. Niejednokrotnie nawet trzeba konstruować modele pomiaru, gdy chodzi o wykrycie czynników, które nie są bezpośrednio obserwowalne. Służy do tego np. teoria czynników wielokrotnych, pozwalająca sprowadzić

liczny zbiór zmiennych, które charakteryzują obiekty poddane obserwacji, do znacznie mniejszej liczby zmiennych i wyodrębnić czynniki leżące u podstaw korelacji zaobserwowanych między zmiennymi. W ten sposób posiadając np. zbiór kilkudziesięciu cech dotyczących układu regionalnego można wykryć, jakie czynniki determinują rozwój tego układu.

Należy podkreślić, że mimo większych trudności, jakie napotyka geografia ekonomiczna w ostatnich latach, właśnie na jej terenie nastąpił silny rozwój w zakresie budowy modeli matematycznych. Zawdzięcza to przede wszystkim właściwemu sformułowaniu hierarchii podstawowych założeń dotyczących funkcjonowania różnych systemów przestrzennych, takich jak miejskie i rolnicze użytkowanie ziemi, lokalizacja przemysłu, lokalizacja handlu i usług, lokalizacja miast i sieci transportowej. Dokonano również uogólnienia zależności między tymi różnymi typami układów w postaci teorii przestrzeni społeczno-gospodarczej.

W przeciwstawieniu do podstawowych założeń i modeli pomiaru, które są odmienne dla geografii fizycznej i ekonomicznej, dwie dalsze grupy modeli, tj. modele struktury i systemów przestrzennych oraz modele dynamiczne, nie wykazują tak zasadniczych różnic. Wynika to przede wszystkim z faktu, że u podstaw analizy występuje koncepcja przestrzeni geograficznej, w ramach której daje się ustalić strukturalne podobieństwo przestrzennego rozmieszczenia, powiązań i wzajemnego oddziaływania różnych zjawisk i procesów przyrodniczych i społeczno-ekonomicznych oraz powstałych w ich wyniku kompleksów przestrzennych tych zjawisk.

Przestrzeń i stosunki przestrzenne, wyrażające bądź własności środowiska geograficznego, bądź też własności układów społeczno-ekonomicznych, są podstawą strukturalnego podobieństwa procesów przyrodniczych i społeczno-ekonomicznych. Uwidacznia się to w szeregu wspólnych pojęć, takich jak lokalizacja, współwystępowanie, rozprzestrzenienie, zwartość i kształt, a więc geometrycznych i topologicznych pojęć przestrzeni.

Trudno jest na tym miejscu przedstawić choćby w zarysie szereg modeli, które rozwinęły się w ramach poszczególnych dyscyplin geograficznych. Szczególnie duży rozwój w budowie modeli nastąpił w geografii ekonomicznej, gdzie pojęcie przestrzeni społeczno-ekonomicznej stało się koncepcją organizującą.

Budowa modeli o pewnym stopniu abstrakcji przyczyniła się do połączenia w jedną zwartą całość rozpadającej się na poszczególne działy geografii ekonomicznej. Można dziś wydzielić pięć typów modeli, które tworzą wzajemnie powiązany społeczno-ekonomiczny system przestrzenny kraju: 1) modele sieci transportu i łączności, 2) modele ruchu (prze-

wozów towarowych i osobowych, dojazdów do pracy i migracji), 3) modele lokalizacji przemysłu i rozmieszczenia produkcji rolniczej, 4) modele rozmieszczenia i hierarchii funkcjonalnej osadnictwa, 5) modele opisujące wzajemne zależności, oddziaływanie i ich dynamikę czasową w oparciu o pojęcie przestrzeni społeczno-ekonomicznej.

Również na terenie geografii fizycznej rozwinęło się szereg matematycznych koncepcji badawczych, które opracowano w ostatnich latach w postaci modeli matematycznych. Znane są pod tym względem osiągnięcia klimatologii, a ostatnio następuje znaczny rozwój w hydrografii i geomorfologii. Nie zostały jednak one rozbudowane w jednolity system. Niektóre z tych modeli, takie jak dotyczące dynamiki procesów, równowagi, cykli i bilansów oraz cyrkulacji, znajdują zastosowanie również w problematyce geograficzno-ekonomicznej.

Odrębną pod względem metodologicznym jest sprawa wykorzystania metod matematycznych w geografii w podejmowaniu optymalnych decyzji dotyczących zmian struktury przestrzennej gospodarki i lokalizacji.

Gwałtowny rozwój badań optymalizacyjnych w naukach ekonomicznych powoduje, że również geografia w zakresie swego pola badawczego winna się włączyć do rozwiązywania tego rodzaju zagadnień. Szczególnie duże możliwości otwały się przed geografiami ekonomiczną, która w oparciu o modele podejmowania decyzji, metody programowania i teorii gier może dokonywać wkładu w poprawę efektywności gospodarowania w przestrzeni, co ma zasadnicze znaczenie planistyczne dla rozwoju gospodarki narodowej.

#### IV

Ostatnia sprawa, o której chciałbym wspomnieć, dotyczy roli integracyjnej metod i modeli matematycznych. Duże znaczenie integracyjne tych metod leży w tym, że pewne pojęcia i techniki statystyczne mogą być jednakowo przydatne do analizy w poszczególnych działach geografii. Powstanie w ten sposób szerokie pole podobieństw, które być może umożliwi rozbudowę dwóch podstawowych działów geografii: ekonomicznej i fizycznej w dwa podobne podsystemy.

Wydaje się jednak, że unifikacji obu tych podsystemów nie można uzyskać jedynie przez realizację jedności czysto strukturalnej. Zarysowuje się natomiast możliwość opracowania teorii modelu obejmującego podstawowe relacje i zależności między środowiskiem i społeczeństwem jako dwoma podzbiorami. Istotną treścią takiego modelu jest określenie zespołu wzajemnych sprzężeń i równowagi w oparciu m. in. o teorię informacji i cybernetyki.

Rozpoznanie własności tego systemu i charakteru łączących go sprzężeń ma duże znaczenie dla kierowania i regulacji procesów zakłócających mechanizm przyrody i stwarza nowe perspektywy badań przed geografiami.

#### Summary

1. The application of mathematics constitutes one of the essential factors of the rapid development and achievements in modern science.

Mathematics is an ideal language (universal and abstract) for precisely formulating scientific statements (quantification and construction of mathematical models) and the logical relations between these assumptions (a deductive role). It should be stressed, that the deductive role played by mathematics is often treated as more essential than its calculating role. From the viewpoint of the application of mathematics, an important part is played by the concept of a mathematical model as the set of assumptions algebraically expressed with regard to some fragment of the world — assumptions from which certain properties of the given fragment can be deduced.

2. The question whether and to what extent the application of mathematical methods in matters of geography is justified, can not be answered a priori; the ultimate criterion must be the results of research. Even so, one must take for granted certain basic assumptions of a general methodological character which postulate and condition given applications of mathematics.

3. The necessity of an extensive application of mathematical methods in geography (geographic sciences) is vindicated by two premises: (1) the ceaseless rise in flows of information, and (2) the demand for an increased share of a generalizing practice in geographic research (construction of theories) for explanation and prediction. Any programme of particularization in geographic research leads to an overrating of individual statements in descriptions and to confining them to particular facts. The increase of numerical information (numerical empirism) alone does not foster the possibility of detecting new regularities; this rather presupposes the construction of a series of explanative mathematical models. At the same time, however, there arises the necessity of an appropriate ordering of the initial informations themselves into geographic matrices arranged in a hierarchical and dynamic system.

4. It should be emphasized, that of foremost importance in geographic research has now become its explanative role which is more essential than its particularizing role. At the same time it is held, that to the rank of the basic metatheoretical premise of geography has moved the concept of a hierarchic system of structures, especially structures of spatial distribution, connections and interactions. This kind of concept makes it possible to adopt a number of mathematical models from other disciplines for making progress in geographic theories. The achievements gained so far in economic geography by mathematical methods imply that — apart from the necessity of a more rapid advance in applying mathematics in the different branches of geography, especially in physical geography (which would endow mathematical methods with integrating usefulness) — these methods are liable to become the basis for a modification of the fundamental problem of modern geo-