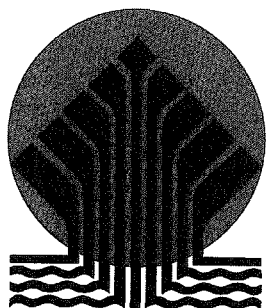


Zbyszko Chojnicki • Teresa Czyż • Waldemar Ratajczak

MODEL POTENCJAŁU

Podstawy teoretyczne i zastosowania
w badaniach przestrzenno-ekonomicznych
oraz regionalnych

Bogucki Wydawnictwo Naukowe
Poznań 2011



Dofinansowano ze środków
Narodowego Funduszu Ochrony
Środowiska i Gospodarki Wodnej

Recenzenci: prof. dr hab. Wanda Gaczek
prof. dr hab. Mirosław Krzyśko

© Zbyszko Chojnicki, Teresa Czyż, Waldemar Ratajczak, Poznań 2011

Skład pracy w systemie L^AT_EX: Tomasz Kossowski

ISBN 978-83-62662-91-3

Bogucki Wydawnictwo Naukowe
ul. Górna Wilda 90, 61-576 Poznań
tel. +48 61 8336580
fax +48 61 8331468
e-mail: bogucki@bogucki.com.pl
www.bogucki.com.pl

Druk:
Unidruk Sp.j.
ul. Przemysłowa 13, 62-030 Luboń
tel. +48 61 8994949

Wstęp

Publikacja ta stanowi zbiór studiów dotyczących problematyki i oceny wartości poznawczej modelu potencjału i wykorzystania go w badaniach przestrzenno-ekonomicznych i geograficznych. Składa się z dziesięciu wcześniej opublikowanych fragmentów książek i artykułów, które dzielą się na dwa zespoły problemowe.

Pierwszy zespół tworzą prace Z. Chojnickiego i W. Ratajczaka dotyczące podstaw teoretycznych modelu potencjału, jego różnych koncepcji i sformułowań matematycznych.

Z. Chojnicki w pierwszej pracy dotyczącej relacji pomiędzy modelem grawitacji i potencjału przedstawia powstanie koncepcji tych modeli i ich początkowe ujęcia oraz postać i sytuację problemową. W drugiej pracy przechodzi do zakresu i warunków zastosowania modelu potencjału w odniesieniu do problematyki przestrzenno-ekonomicznej, omawiając szereg ujęć potencjału. Określa też jego rolę poznawczą.

W. Ratajczak w trzech pracach przedstawia wzajemne relacje pomiędzy potencjałem matematycznym, potencjałem fizycznym (grawitacyjnym) oraz potencjałem geograficznym. Wykazuje również, że potencjał geograficzny ma swoją odrębność wynikającą głównie z niejednoznaczności takich pojęć, jak: masa, odległość, oddziaływanie itp. – stosowanych w naukach przestrzennych.

Drugi zespół stanowią prace T. Czyż, Z. Chojnickiego i T. Czyż oraz W. Ratajczaka o charakterze empirycznym, zawierające zastosowania modelu potencjału w badaniach struktury przestrzennej zjawisk społeczno-ekonomicznych. Przegląd tych prac otwiera praca T. Czyż, która stosuje potencjał ludności jako systemową miarę oddziaływania w analizie struktury regionalnej Polski. Z kolei Z. Chojnicki i T. Czyż wykorzystują potencjał działalności naukowej i potencjał aktywności edukacyjnej do wyznaczania zasięgu oddziaływania ośrodków naukowych i delimitacji makroregionów nauki w Polsce. W następnej pracy T. Czyż przedstawia zróżnicowanie regionalne Polski na regiony rdzeniowe i obszary peryferyjne, posługując się ilorazem potencjału ludności i potencjału dochodu jako wskaźnikiem poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego. W dwóch dalszych pracach W. Ratajczak omawia zastosowanie modelu potencjału do badania dostępności przestrzennej i koncentruje uwagę na modelowaniu pola dostępności regionu poznańskiego na podstawie potencjału ludności – traktowanego jako wartość oczekiwana dostępności.

Zbyszko Chojnicki, Teresa Czyż, Waldemar Ratajczak

Spis treści

Zbyszko Chojnicki. Rozwój koncepcji modeli grawitacji i potencjału . . .	7
Powstanie koncepcji modeli grawitacji i potencjału	7
Początkowe sformułowania	7
„Prawa” grawitacji demograficznej J.Q. Stewarta	10
Sformułowanie modeli grawitacji i potencjału w oparciu o przesłanki empiryczne i probabilistyczne	16
Postać i sytuacja problemowa modeli grawitacji i potencjału	22
Ogólna postać modeli grawitacji i potencjału	22
Sformułowanie modeli w postaci analogicznej do pojęcia energii i potencjału grawitacyjnego	23
Empiryczna interpretacja modeli grawitacji i potencjału i ich modyfikacja	27
Bibliografia	38
Zbyszko Chojnicki. Zakres i warunki zastosowania modelu potencjału w badaniach przestrzenno-ekonomicznych	43
Pomiar przestrzennego rozmieszczenia ludności w postaci potencjału ludności oraz map potencjału ludności	44
Badanie korelacji między wielkością potencjału ludności a pewnymi wielkościami społeczno-gospodarczymi	52
Pomiar przestrzennej zmienności dochodu oraz popytu i podaży rynkowej	56
Przewidywanie zmian w rozmieszczeniu ludności w ujęciu regionalnym	61
Wyjaśnianie i przewidywanie rozwoju miast jako punktów sieci transportowej . .	69
Potencjał uczestnictwa jako element przestrzennej organizacji decyzji	73
Wartość poznawcza modelu potencjału	77
Bibliografia	79
Waldemar Ratajczak. Potencjał matematyczny	81
Gradient funkcji pola	82
Własności gradientu	84
Gradient funkcji pola zależnych tylko od odległości od punktu źródłowego	85
Funkcje potencjałowe	88
Dywergencja pola potencjałowego	89
Bibliografia	90
Waldemar Ratajczak. Potencjał fizyczny (grawitacyjny)	91
Pole grawitacyjne	92
Grawitacyjna energia potencjalna, praca, pole, potencjał	93
Bibliografia	96
Waldemar Ratajczak. Potencjał geograficzny	97
Modele geograficzne bazujące na teorii Newtona	97
„Potencjał” wilsonowski	101
Bibliografia	103

Teresa Czyż. Zastosowanie modelu potencjału ludności w regionalizacji strukturalnej Polski	105
Wstęp	105
Model makroregionu	106
Składniki makroregionu	106
Węzły	106
Oddziaływania	108
Regionalizacja strukturalna Polski z zastosowaniem metody potencjału	110
Procedura obliczania potencjału ludności i konstrukcja mapy potencjału	110
Węzły makroregionalne na mapie potencjału ludności Polski	113
Delimitacja makroregionów	117
Makroregiony Polski	119
Konkluzje	122
Bibliografia	123
Zbyszko Chojnicki, Teresa Czyż. Zastosowanie modelu potencjału w analizie struktury przestrzennej nauki	125
Bibliografia	134
Teresa Czyż. Zastosowanie modelu potencjału w analizie zróżnicowania regionalnego Polski	135
Wprowadzenie	135
Model potencjału	136
Postępowanie badawcze	138
Wyniki badawcze: regiony rdzeniowe i obszary peryferyjne	141
Uwagi metodologiczne	142
Bibliografia	143
Waldemar Ratajczak. Potencjał a dostępność przestrzenna	145
Definicje i miary dostępności	145
Potencjał jako miara dostępności	147
Potencjał jako wartość oczekiwana dostępności	149
Bibliografia	152
Waldemar Ratajczak. Analiza pola dostępności regionu poznańskiego z zastosowaniem potencjału ludności	155
Mapy potencjału	155
Mapy gradientów pola potencjałowego	159
Dywergencja i konwergencja pola potencjałowego	163
Identyfikacja ukrytej struktury powiązań przestrzennych	165
Bibliografia	170

Zbyszko Chojnicki

Rozwój koncepcji modeli grawitacji i potencjału

Powstanie koncepcji modeli grawitacji i potencjału

Początkowe sformułowania

Prawdopodobnie pierwsze, chronologicznie rzecz biorąc, sformułowanie koncepcji grawitacji w odniesieniu do przestrzennego kształtowania się zjawisk społeczno-ekonomicznych zostało dokonane przez Careya w pracy „Principles of Social Science” opublikowanej w latach 1858-1859. Carey sformułował to następująco: „Prawo grawitacji molekularnej stanowi konieczny warunek istnienia istoty ludzkiej. . . Im większa jest liczba (ludzi) zebranych na danym obszarze, tym większa powstaje tam siła przyciągania. . . Grawitacja istnieje tutaj, jak wszędzie, wprost proporcjonalnie do masy i odwrotnie do odległości” (Carey 1858-1859, vol. I, s. 42).

Pewną analogię do pojęcia grawitacji wykazuje także sformułowanie „praw migracji” Ravensteina (1885, 1889)¹.

Na podstawie danych ze spisu ludności W. Brytanii z 1881 r. ujętych w formie sald wynikowych ruchów migracyjnych dla poszczególnych hrabstw Ravenstein stwierdza, że ruchy migracyjne ludności kierują się do dużych ośrodków miejskich a ich wielkość zmniejsza się wraz z odległością pomiędzy źródłem migracji, a ośrodkiem „absorpcji”. Zależność tę można wyrazić następująco:

$$M_{ij} = \frac{f(P_i)}{d_{ij}}, \quad (1)$$

gdzie

M_{ij} – liczba migrantów z j -tego źródła migracji do i -tego ośrodka absorpcji;

$f(P_i)$ – pewna funkcja liczby ludności i -tego ośrodka absorpcji;

d_{ij} – odległość pomiędzy i a j .

Modyfikacja powyższej zależności została dokonana przez Younga, który stwierdził, że względna wielkość migracji do danego miejsca przeznaczenia z każdego z kilku źródeł, tj. obszarów migracji, zmienia się w stosunku prostym do „siły atrakcji” miejsca przeznaczenia i w stosunku odwrotnym do kwadratu odległości mię-

¹ Hägerstrand (1957, s. 112) stwierdza, że w Szwecji Anderson (1955a,b) sformułował twierdzenie o odwrotnej zależności między odległością a wielkością migracji.

dzy źródłem migracji a miejscem przeznaczenia (Young 1924). Zależność tę można przedstawić w postaci wzoru:

$$\overline{M}_{ji} = k \frac{Z_i}{d_{ji}^2} \quad (2)$$

gdzie

$\overline{M}_{ji}$ – względna wielkość migracji z j do i ;

Z_i – siła atrakcji miejsca przeznaczenia i ;

k – stała proporcjonalności.

Niezależnie od koncepcji Careya i Ravensteina „prawo popytu i podaży” w postaci prawa grawitacji sformułował Janowski w pracy opublikowanej w 1908 r. Praca ta nie wywarła wpływu na rozwój i zastosowanie modelu grawitacji w badaniach ekonomiczno-przestrzennych, gdyż nie była znana w literaturze anglosaskiej, gdzie koncepcja ta się rozwinęła.

Jako podstawę teoretyczną dla sformułowania zależności określającej wzajemny wpływ między oddaleniem a rozwojem osad i gęstością zaludnienia Janowski przyjmuje analogię między dziedziną fizyki a socjologii². Wychodząc z takich przesłanek, Janowski stwierdza, że układy złożone z osad ludzkich mają odmienną siłę potrzeb, zależną m.in. od masy rozumianej jako gęstość zaludnienia i kultury ludności. Kultura reprezentuje współczynnik przyciągania zmieniający się wraz z rozwojem. Dookoła środowisk ludzkich powstaje pewnego rodzaju „pole działania”, w którym czynne są siły przyciągające przedstawiające natężenie popytu.

Prezentując jako punkt wyjścia układ stosunków przedstawiony w teorii Thünera, Janowski następująco określa stosunek podaży do popytu w danej odległości od miasta (1908, s. 30 i dalsze). Skoro podaż produktów rolnych jest proporcjonalna do rozmiarów powierzchni terenu, a powierzchnie kół mają się do siebie tak jak kwadraty ich promieni, czyli odległości, to podaż będzie w odległości 2, 3, 4, 5 km odpowiednio 4, 9, 16, 25 razy większa. O ile jednak podaż się zwiększy, o tyle popyt pozostanie stały. Zatem stosunek popytu na produkty rolne do ich podaży zmienia się odwrotnie proporcjonalnie do kwadratu odległości od miasta. Na podstawie tego rozumowania Janowski przyjmuje, że siła wzajemnego oddziaływania dwóch miejscowości musi być wprost proporcjonalna do rozmiarów popytu, a odwrotnie do kwadratu odległości między nimi, czyli że wynosi:

$$f = \frac{m \cdot m_i}{r^2} \quad (3)$$

gdzie

f – siła wzajemnego oddziaływania,

m – wielkość popytu artykułu w jednej miejscowości,

² Janowski (1908, s. 7) pisze: „Nie dowodzą one (analogie) tożsamości zjawisk, pozwalają jednak w badaniach socjologicznych korzystać z pojęć i metod nauk przyrodniczych i na ich wzór poczynić niektóre ważne zastosowania”. I dalej: „treść w obu przypadkach, światy mogą być różne, prawa rządzące rozwojem podobne, nawet te same, tym bardziej, że nie są to prawa przedmiotowo w naturze istniejące, lecz modele, formy poznania naszego zmienności zjawisk”.

m_i – wielkość popytu artykułu w drugiej miejscowości,

r – odległość.

Jeżeli oddziałujące na siebie ośrodki reprezentują popyt lub podaż tego samego towaru m i m_i , a więc mają ten sam znak (–) lub (+), to siła ta będzie miała charakter odpychający, jeżeli jeden z ośrodków reprezentuje podaż, a drugi popyt, to znaki będą przeciwne, a siła będzie miała charakter przyciągający.

Należy podkreślić, że Janowski nie interpretuje bliżej pojęcia siły oddziaływania, stwierdza jednak, że miernikiem tej siły nie może być cena, gdyż ta jest miarą pracy, zawiera w sobie jednak czynnik „siły”.

Mimo że dla poparcia twierdzenia o analogii między tak sformułowanym „prawem popytu i podaży” i prawem grawitacji Janowski przytacza dane statystyczne, to jednak w zasadzie traktuje to prawo jako logiczne następstwo wyprowadzone dedukcyjnie z założonych przesłanek, którego nie da się bliżej skonkretyzować i zweryfikować statystycznie.

Tak więc Janowski dokonuje tu jedynie bezpośredniego tłumaczenia prawa grawitacji, odwzorowując to prawo, nie identyfikuje jednak podstawowych zmiennych i nie konkretyzuje ich w sposób dostatecznie ścisły.

Odmienne sformułowanie modelu grawitacji w badaniach przestrzenno-ekonomicznych reprezentuje koncepcja „praw grawitacji handlu detalicznego” stworzona przez Reilly’ego (1929, 1931). „Prawo” to głosi, że w normalnych warunkach dwa miasta, będące ośrodkami handlu detalicznego, przyciągają kupujących z otaczających je miejscowości wprost proporcjonalnie do pewnej potęgi liczby ludności tych miast i odwrotnie proporcjonalnie do pewnej potęgi odległości każdego z tych miast do tych miejscowości. Zależność tę przedstawia Reilly w postaci:

$$\frac{B_a}{B_b} = \left(\frac{P_a}{P_b} \right)^N \cdot \left(\frac{D_b}{D_a} \right)^n \quad (4)$$

gdzie

B_a, B_b – siła atrakcyjna, z jaką miasta A lub B przyciągają kupujących z położonego między nimi miasta I ;

P_a, P_b – liczba ludności miasta A i B ;

D_a, D_b – odległość miasta A lub B od miasta T ;

N – wykładnik potęgowej liczby ludności;

n – wykładnik potęgowej odległości.

Reilly dokonał oszacowania obu wykładników potęgowych na podstawie danych dotyczących zakupów w handlu detalicznym na obszarach otaczających większe miasta w Teksasie (USA), ustalając wielkość wykładnika liczby ludności jako jed-

ność, a wykładnika potęgowego odległości jako kwadratu³. Na tej podstawie Reilly przeprowadził obliczenia określające granice oddzielające obszary rynkowe szeregu miast amerykańskich i porównał je z granicami ustalonymi na podstawie obserwacji, dokonując tym samym pewnej weryfikacji modelu.

„Prawa” Reilly’ego zmodyfikował Converse (1949), stwierdzając, że główny ośrodek handlowy i miasto znajdujące się na jego obszarze rynkowym dzielą zakupy tego miasta wprost proporcjonalnie do ilości ludności obu miast i odwrotnie do kwadratu odległości między nimi o określonym współczynniku bezwładności⁴. Reprezentuje je równanie:

$$\frac{B_a}{B_b} = \left(\frac{P_a}{H_b} \right) \cdot \left(\frac{x}{d} \right)^2 \quad (6)$$

gdzie

B_a – proporcja zakupów dokonywanych przez ludność miasta b w głównym ośrodku handlowym, tj. mieście a ;

B_b – proporcja zakupów dokonywanych przez ludność miasta b w tym mieście;

P_a – ludność głównego ośrodka handlowego a ;

H_b – ludność miasta b ;

d – odległość między miastami a i b ;

x – czynnik bezwładności.

Analiza materiału statystycznego proporcji zakupów dokonywanych na terenie stanu Illinois (USA) wykazuje, że czynnik bezwładności wynosi 4; przy dużym zaś kontraście wielkości między głównym ośrodkiem handlowym a pewnym miastem na jego obszarze wynosi 1,5.

„Prawa” grawitacji demograficznej J.Q. Stewarta

Sformułowane przez Stewarta „prawa” grawitacji demograficznej mają postać analogiczną do pojęcia siły, energii i potencjału grawitacyjnego fizyki Newtonowskiej (Stewart 1948, Stewart 1947a,b, oraz dalsze prace). Podstawą dla tych sformułowań było z jednej strony wykrycie przez Stewarta empirycznych regularności dotyczących wpływu ludności na odległość podobnych do wzoru P/D Zipfa, a z

³ Po przyjęciu wielkości wykładnika $N = 1$, Reilly (1929, s. 49-50) wyliczył wielkość wykładnika n na podstawie wzoru

$$n = \frac{\log \frac{B_a P_b}{B_b P_a}}{\log \frac{D_b}{D_a}} \quad (5)$$

Wielkość n dla 255 miast w Teksasie waha się w granicach 1,51 – 2,50, na podstawie czego Reilly przyjął, że wykładnik ten jest kwadratowy.

⁴ Por. również wcześniejsze prace tego autora (1943, 1946). Sprawdzeniem modelu (6) zajął się także Reynolds (1953), stosując w tym celu metodę najmniejszych kwadratów i wyznaczając wielkości parametru b w równaniu $D = b \log P$, które stanowi uogólnioną wersję wzoru Converse’a. Analiza ta przeprowadzona dla siedmiu grup towarów i usług wykazała znaczne wahania od przyjętego przez Converse’a wykładnika w postaci pierwiastka kwadratowego. Zastosowanie analizy wariancyjnej wykazuje, że zmienna ludności w wysokim stopniu wyjaśnia wariancję $\log D$.

drugiej strony przyjęcie poglądu, że w naukach społeczno-ekonomicznych należy analogicznie do praw fizyki budować prawa w postaci funkcji, wykorzystując w tym celu niektóre pojęcia i twierdzenia fizyki⁵.

Wychodząc z tych założeń, Stewart przyjmuje, że wzajemne oddziaływanie, jakie zachodzi w przestrzeni między zbiorowościami ludzkimi odpowiada relacjom dotyczącym wzajemnego oddziaływania mas fizycznych. W ujęciu takim przestrzenne zespoły jednostek ludzkich są „masą”, a podstawową relacją zależność analogiczna do prawa grawitacji Newtona (Stewart 1948, s. 32 i dalsze).

Prawo grawitacji Newtona może być wyrażone za pomocą trzech różnych sformułowań matematycznych, które dotyczą pojęcia siły, energii i potencjału grawitacyjnego. Sformułowania te przedstawiają się następująco.

Założmy, że cząstka masy M znajduje się w punkcie A w odległości d od drugiej cząstki masy m położonej w punkcie a .

Wówczas:

- 1) siła F działająca na każdą z mas, przyciągając je do siebie wzdłuż linii łączącej je, ma następującą wielkość:

$$F = \frac{GMm}{d^2}, \quad (7)$$

gdzie G jest stałą, tzw. stałą grawitacyjną; sformułowanie to jest oryginalnym twierdzeniem Newtona;

- 2) wzajemna energia dwóch mas w polu grawitacyjnym E wynosi:

$$E = \frac{GMm}{d}; \quad (8)$$

- 3) potencjał grawitacyjny V_A , który masa m wytwarza w punkcie A , wynosi:

$$V_A = \frac{Gm}{d}, \quad (9)$$

a potencjał V_a , który masa M wytwarza w a , wynosi:

$$V_a = \frac{GM}{d}. \quad (10)$$

Pojęcie potencjału było po raz pierwszy wprowadzone przez Lagrange’a. Porównanie równań (9) i (10) z równaniem (8) pozwala stwierdzić, że

$$2E = MV_A + mV_a. \quad (11)$$

Gdy zamiast dwóch tylko cząstek rozpatrzy się wiele mas rozmieszczonych w przestrzeni, powyższe równania stosuje się do każdej pary cząstek. Całkowity potencjał w danym punkcie jest sumą oddzielnych potencjałów. Jeżeli rozmieszczenie

⁵ Sformułowanie empirycznych regularności zawarte jest w: Stewart (1941a,b, 1942); programowane tezy „fizyki społecznej” zawarte są w Stewart (1950a, 1952). Por. Zipf (1946a,b).

masy dotyczy płaszczyzny i jeżeli może być traktowane jako ciągle, potencjał w każdym punkcie C na płaszczyźnie stanowi:

$$V_c = \int \frac{1}{r} D dS \quad (12)$$

gdzie

D – jest gęstością powierzchniową masy na nieskończenie małym elemencie obszaru dS ,

r – jest odległością od tego elementu do punktu C ,

a całkowanie dotyczy całego obszaru płaszczyzny, gdzie r nie jest zerem.

Stąd, jeżeli masa jest rozmieszczona w znany sposób na płaszczyźnie, i D jest znane, równanie (12) umożliwia obliczenie wielkości potencjału w każdym punkcie. Wyniki obliczeń mogą być według Stewarta przedstawione na mapie przy użyciu linii ekwipotencjalnych. Należy zwrócić uwagę, że linie na mapach topograficznych, które przedstawiają wysokość wzniesienia nad poziomem morza, są liniami równych potencjałów grawitacyjnych.

Można wykazać, że całkowita, wynikowa siła grawitacji działająca na jednostkę masy w każdym punkcie płaszczyzny jest skierowana pod kątem prostym do znajdującej się tam linii ekwipotencjalnej i ma wartość:

$$g = \frac{\partial V}{\partial n}. \quad (13)$$

W tym stosunku różniczkowym n jest odległością mierzoną wzdłuż prostopadłej do linii ekwipotencjalnej. Ponieważ wielkość g jest siłą na jednostkę masy, wielkość ta stanowi, na podstawie drugiego prawa dynamiki Newtona, przyspieszenie masy wytwarzane przez pole w punktach. W interpretacji Stewarta wielkość tę należy traktować jako gradient potencjału, nie biorąc pod uwagę zagadnienia ruchu.

Wychodząc z powyższego sformułowania prawa grawitacji, Stewart w oparciu o przyjęte założenia teoretyczne, dostrzeżone analogie oraz dokonane obserwacje empiryczne sformułował następujące prawa grawitacji demograficznej (Stewart 1947a, s. 471-473, Stewart 1948, s. 34 i dalsze, Stewart i Warntz 1958a, s. 170-172):

- 1) siły demograficznej – odpowiednik siły grawitacyjnej;
- 2) energii demograficznej – odpowiednik energii grawitacyjnej;
- 3) potencjału demograficznego – odpowiednik potencjału grawitacyjnego.

Pojęcie siły demograficznej przedstawia równanie:

$$F = \frac{G(N_1\mu_1)(N_2\mu_2)}{d^2} \quad (14)$$

gdzie F stanowi siłę demograficzną przyciągania zachodzącego pomiędzy dwoma grupami ludności N_1 i N_2 , mnożonymi przez odpowiednie, tzw. wagi molekularne μ_1 i μ_2 i znajdującymi się od siebie w odległości d ; przy czym G stanowi stałą,

określony współczynnik. Równanie to można przedstawić następująco, przyjmując, że wielkość wag molekularnych (μ_1, μ_2) wynosi 1 i pomijając G :

$$F = \frac{N_1 N_2}{d^2}. \quad (15)$$

Pojęcie energii demograficznej odpowiednio do (8) przedstawia równanie:

$$E = \frac{G N_1 N_2}{d}. \quad (16)$$

Pojęcie potencjałów demograficznych przedstawiają równania:

$$V_1 = \frac{G M_2}{d}; \quad V_2 = \frac{G M_1}{d}. \quad (17)$$

Również:

$$2E' = N_1 V_1 + N_2 V_2. \quad (18)$$

Równanie (12) także jest niezmienione:

$$V = \int \frac{1}{r} D dS \quad (19)$$

ale V jest tutaj potencjałem demograficznym, tj. potencjałem ludności, a D stanowi gęstość ludności na nieskończenie małym elemencie obszaru dS . Kiedy D jest znane, możliwe jest wykreślenie linii ekwipotencjalnych ludności. Na tej podstawie wzór (19) pozwala określić wielkość potencjału ludności wytworzonego przez całą ludność obszaru w każdym punkcie. Ponieważ obliczenie wielkości potencjału na podstawie wzoru (19) opiera się na założeniu przyjmującym nieskończenie małe elementy obszaru, a dane dotyczące rozmieszczenia ludności odnoszą się do większych jednostek przestrzennych, to obliczenia potencjału ludności dla danej jednostki przestrzennej traktowanej jako punkt dokonuje Stewart, w przybliżeniu podsumowując wielkość poszczególnych potencjałów wytwarzanych w danym punkcie przez poszczególne masy ludności wchodzącej w skład rozpatrywanego obszaru (Stewart 1950b, Stewart i Warntz 1958b). Jeżeli więc ponumeruje się poszczególne potencjały, wytworzone przez różne masy od 1 do n , to potencjał w punkcie i wynosi:

$${}_i V = V_1 + V_2 + \dots + V_n \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (20)$$

Powyższe ujęcie wymaga jednak rozpatrzenia tego, że każda dowolna masa wywołuje potencjał oddziałujący na samą siebie. W związku z tym Stewart przyjął, że znajduje się ona w pewnej skończonej odległości od punktu i , ustalając jednocześnie procedurę obliczenia tej odległości⁶.

⁶ Metody obliczania tej odległości zawarte są w: Stewart (1947a, s. 477); Stewart (1948, s. 48); Stewart i Warntz (1958b, s. 121)

Na podstawie danych obejmujących wielkości potencjału ludności poszczególnych punktów odniesienia i przy użyciu linii ekwipotencjalnych, Stewart opracował mapy potencjału ludności dla szeregu krajów⁷.

Stewart uwagę swoją skupia głównie na problematyce i konkretyzacji potencjału ludności, zajmuje się również pojęciem energii demograficznej, bliżej nie zajmuje się natomiast pojęciem siły demograficznej.

Wielkość potencjału ludności wyraża się w jednostkach liczby osób na km, wielkość gradientu wymaga wprowadzenia dodatkowej potęgi odległości w mianowniku i wyraża się w jednostkach osób na km²⁸.

Interpretacja pojęcia potencjału nie jest jednoznaczna. Dla Stewarta potencjał demograficzny jakiegoś punktu jest miarą dostępności (bliskości) do tego punktu albo, ogólniej, miarą siły „wpływu” wywieranego przez jednostki ludzkie umiejscowione w innych punktach powierzchni Ziemi, na ludzi umiejscowionych w danym punkcie. Stąd też „istnienie” każdej osoby dokonuje „wpływu”, który jednak maleje wraz z odległością. Gdy więc przechodzi się z obszarów wiejskich do wielkiego miasta, następuje gwałtowny wzrost wielkości potencjału na skutek koncentracji ludności. Podobnie rzecz się ma, gdy przechodzi się w samym mieście od peryferii do centrum (Stewart 1948, s. 35, Stewart 1958, s. 154, Stewart i Warntz 1958b, s. 170).

W oparciu o dane dotyczące kształtowania się wielkości potencjału ludności Stewart, częściowo wraz z Warntzem, wykonał szereg analiz statystycznych wykazujących korelację między przestrzenną zmiennością potencjału a pewnymi zjawiskami demograficznymi i społeczno-ekonomicznymi na większych obszarach⁹.

Wielkość energii demograficznej mierzy się w jednostkach liczby osób do kwadratu na km. Wielkość tę można alternatywnie traktować jako iloczyn liczby ludności jakiejś grupy i potencjału wytworzonego w stosunku do niej przez inną grupę. Energię demograficzną proponuje Stewart interpretować jako liczbę stosunków między-ludzkich w jednostce czasu.

Ponieważ stosunki te są zależne od zasobów naturalnych i urządzeń technicznych, Stewart proponuje wprowadzić ich wielkość jako masę społeczną na głowę. Wielkość tej masy, której substytutem jest dochód na głowę, traktuje jako wagi molekularne masy (Stewart 1948, s. 56).

Stewart, wyjaśniając podstawy sformułowania „praw” grawitacji demograficznej, mocno podkreśla empiryczny rodowód swojej koncepcji. Stwierdza, że równania przedstawiające te prawa zostały przezeń pierwotnie odkryte jako wynik bezpośredniej obserwacji i stanowią one empiryczne formuły dostosowane do faktów. Na skutek podobieństwa do praw fizyki newtonowskiej zostało im nadane później

⁷ Mapy potencjału ludności zawarte są w Stewart (1948, 1947a, 1950b).

⁸ Wielkość potencjału jest skalarem, gradient stanowi natomiast wektor skierowany pod kątem prostym do linii ekwipotencjalnej i określa stopień zmienności potencjału wraz z odległością. Por. Stewart i Warntz (1958b, s. 117).

⁹ Sprawozdania z tych badań zawarte są we wszystkich pracach Stewarta oraz w pracach Stewarta i Warntza (1958a, 1958b).

znaczenie teoretyczne. Należy w związku z tym stwierdzić, że pierwsze prace Stewarta miały charakter obserwacyjno-empiryczny, jednakże nie ulega wątpliwości, że decydujący wpływ na rozwój koncepcji grawitacji demograficznej miały jednak założenia teoretyczne zawarte w programie „fizyki społecznej”¹⁰.

Należy zwrócić uwagę na to, że chociaż Stewart podkreślił rolę empirycznych przesłanek dla sformułowania praw grawitacji demograficznej, to jednak nie dokonał konkretyzacji zmiennej „odległości”, nadając jej znaczenie czysto fizyczne i traktując ją jako podstawowy wymiar pojmowany izomorficznie w stosunku do twierdzeń fizyki Newtona (Stewart 1958, s. 153-154, Stewart i Warntz 1958b, s. 116). Jedynie pojęcie masy uległo u niego bliższej konkretyzacji, co wyraziło się we wprowadzeniu do wzoru odpowiednich wag masy. Równocześnie należy podkreślić, że Stewart nie dokonał również estymacji statystycznej równań reprezentujących prawa grawitacji demograficznej a jedynie weryfikację pośrednią ograniczającą się do wykazania stopnia korelacji między kształtowaniem się wielkości potencjału demograficznego a szeregiem innych zjawisk społeczno-ekonomicznych.

Mimo więc zastrzeżeń Stewarta jego sformułowanie praw grawitacji demograficznej nosi cechy operacji homotetycznej. Stąd też należy prawa te traktować jako modele odwzorowania stanowiące twierdzenie w przybliżeniu ogólne o kształcie zbliżonym do modelu wzoru – pojęć grawitacyjnych. Analogia ta jest szczególnie wyraźna ze względu na „wymiarową” interpretację tych praw, brak ich estymacji.

Wzory reprezentujące pojęcie siły i energii demograficznej Stewarta należy traktować jako podstawowe proste sformułowanie deterministyczne modelu grawitacji, potencjału demograficznego zaś jako modelu potencjału, obu w sformułowaniu deterministycznym, tj. o stałych parametrach, których postać jest *a priori* ustalona na podstawie operacji homotetycznej.

Bezpośrednią kontynuację koncepcji Stewarta zawierają prace Warntza. Program badawczy tego autora jest w dużej mierze odbiciem poglądów Stewarta i Dodda i nosi nazwę „makrogeografii” lub „makrobadań” w geografii (Warntz 1955, 1956, 1957b,c, 1958, 1959a,b,c,e, 1964). Makrobadań mają na celu – według Warntza – rozwinięcie pojęć na wyższym poziomie abstrakcji, co umożliwia całościowe ujęcie czaso-przestrzenne systemu ekonomicznego i dostarczy układu pojęć, w ramach którego dokonuje się mikroopisu. Sprowadza się to do następujących postulatów badawczych: 1) makrobadań dotyczą podstawowych wymiarów rozmieszczenia zjawisk: czasu, odległości i liczby ludności; 2) odnoszą się nie do pojedynczych zjawisk ekonomicznych, a ich agregatów ujmowanych całościowo w kontinuum czaso-przestrzennym; 3) pozwalają sformułować generalizacje dotyczące funkcjonalnej, przestrzennej zmienności zjawisk w całym systemie, które nie dadzą

¹⁰ Program badawczy fizyki społecznej Stewarta został przedstawiony na konferencji naukowej w Princeton (12-13 X 1959), w której m.in. udział wzięli: Bridgman, Dodd, Morgenstern, Walsh, Zipf; por. Stewart (1950a). Według Stewarta „fizyka społeczna” opisuje masowe stosunki między ludźmi w terminach fizyki i traktuje zbiorowości ludzkie jako złożone z „społecznych cząstek”, nie zajmuje się natomiast zachowaniem poszczególnych cząstek. Analiza oparta na założeniach „fizyki społecznej” ogranicza się do podstawowych wymiarów zjawisk: czasu, odległości i masy.

się wykryć w pojedynczych zjawiskach; 4) generalizacje te stanowią „uśrednione” relacje i dotyczą tendencji w zakresie tworzenia się przestrzennej równowagi, a najlepiej rozwiniętych modeli dla takiego ujęcia dostarcza fizyka. Zgodnie ze swoim programem badawczym, Warntz przyjmuje pojęcie potencjału demograficznego (równanie 19) jako podstawowy model w badaniach przestrzenno-ekonomicznych, nazywa potencjałem przestrzennym i interpretuje jako „wielkość pola”, które „jest miarą zagregowanej dostępności i określa ilościowo makropołożenie” (por. Warntz 1959a, s. 449-454, Warntz 1959b, s. 55)¹¹. Model potencjału został zastosowany przez Warntza do badania przestrzennego kształtowania cen oraz opracowania map potencjału ludności (Warntz 1957a,b,c, 1959d, 1964).

Sformułowanie modeli grawitacji i potencjału w oparciu o przesłanki empiryczne i probabilistyczne

Dalszy rozwój problematyki badań nad formułowaniem modeli grawitacji i potencjału był ściśle związany z zastosowaniem tych modeli w badaniach przestrzenno-ekonomicznych.

W związku z tym zarysowały się próby sformułowania modeli podobnych lub zbliżonych do modeli Stewarta i Dodda oparte na przesłankach empirycznych i probabilistycznych. Sformułowania te mogą być także traktowane jako konkretyzacje lub modyfikacje modeli Stewarta i Dodda, które stanowiły mniej lub bardziej domniemane założenia dla ich budowy. Oprócz budowy modeli dokonuje się też ich oszacowania w postaci funkcji liniowych za pomocą analizy regresji liniowej.

Z prób sformułowania modelu grawitacji w oparciu o przesłanki empiryczne należy przede wszystkim wymienić sformułowanie Iklé pod nazwą hipotezy wzajemnego oddziaływania dotyczące zależności między przejazdami osobowymi i przewozami towarowymi a liczbą ludności i odległością (Iklé 1954, s. 123-136). Zależność tę formułuje następująco:

$$H_{ij} = k \frac{P_i P_j}{d_{ij}^b} \quad (21)$$

gdzie

P_i, P_j – liczba ludności miasta i oraz j ;

d_{ij} – odległość pomiędzy i a j ;

b – wykładnik potęgowy odległości;

H_{ij} – liczba przewozów lub przejazdów pomiędzy i a j .

Powyższe sformułowanie opiera Iklé na dwóch założeniach:

- 1) określeniu wpływu liczby ludności na częstość przejazdów lub przewozów, tj. wzajemnego oddziaływania;

¹¹ Ostrą krytykę programu Stewarta/Warntza przeprowadzili Lukermann i Porter (1960, s. 493-504). Stwierdzają oni, że w rzeczywistości nie istnieje nieograniczone przestrzenne kontinuum. Oznacza to, że czas, odległość i masa nie mogą być przyjęte jako dane warunki dla nieograniczonego obszaru przy przewidywaniu lub wyjaśnianiu zróżnicowania przestrzennego człowieka na Ziemi.

- 2) określeniu wpływu odległości na częstość przejazdów lub przewozów.

Pierwsze założenie, które stwierdza, że wzajemne oddziaływanie dwóch ośrodków ludności jest proporcjonalne do iloczynu liczby ludności tych ośrodków, opiera Iklé na przesłance, że oddziaływanie takie, np. przejazdy osobowe, jest wyrazem stosunków zachodzących między wszystkimi możliwymi parami jednostek (osób) dwóch różnych ośrodków. Im większa jest liczba par jednostek, tym większe prawdopodobieństwo wzajemnego oddziaływania. Liczba wszystkich par jednostek z dwóch ośrodków o liczbie ludności P_i oraz P_j równa się $P_i \cdot P_j$. Stąd można przyjąć, że łączny wpływ liczby ludności dwóch ośrodków na częstość wzajemnego oddziaływania jest równy iloczynowi obu populacji.

Drugie założenie dotyczące wpływu odległości na wielkość wzajemnego oddziaływania opiera się z kolei na dwóch przesłankach: 1) wraz ze wzrostem odległości rośnie koszt i czas przejazdu lub przewozu; 2) im większa odległość, tym mniejsze jest prawdopodobieństwo, że zajdzie dane zdarzenie między parą jednostek (przejazd). Prowadzi to do przekonania o odwrotnie proporcjonalnej zależności między pewną potęgą odległości a pewnymi typami wzajemnego oddziaływania.

Bliższe określenie wpływu odległości wymaga jednak empiryczno-statystycznej analizy tego wpływu, co można dokonać przez oszacowanie wielkości wykładnika potęgowego odległości b , tj. przyjmując postać równania (21) jako¹²:

$$\frac{H_{ij}}{P_i P_j} = k \frac{1}{d_{ij}^b} \quad (22)$$

Prowadzi to do równania w postaci logarytmicznej:

$$\log \frac{H_{ij}}{P_i P_j} = \log k - b \log d_{ij} \quad (23)$$

Estymacja parametru b w równaniu (23) na podstawie metody najmniejszych kwadratów pozwoliła Iklé określić wielkość wykładnika potęgowego odległości dla różnych typów przejazdów jako mierników wzajemnego oddziaływania¹³.

Sformułowanie modelu w ujęciu Iklé, a w szczególności nadanie mu empiryczno-statystycznego charakteru i oszacowanie wykładnika potęgowego odległości jako parametru empirycznego zostało przyjęte przez Carrola (1955) i Garrisona. Ponadto stało się podstawą dalszego rozwinięcia modelu w pracach Mylroie oraz Hammera i Iklé.

Ujęcie Hammera i Iklé ma istotne znaczenie z teoretycznego punktu widzenia, gdyż rozszerza pojęcie modelu grawitacji, wprowadzając wagi masy (ludności) jako

¹² Estymacja wykładnika potęgowego b w równaniu (23) różni się zasadniczo od estymacji, którą wprowadzili Zipf (1946a,b) oraz Cavanaugh (1950).

¹³ Wielkość b waha się od 0,689 (przy $r = -0,64$) do 2,75 (przy $r = -0,96$) dla ruchu samochodowego; $-1,07$ wynosi dla podróży samolotowych ($r = -0,54$). Por. Iklé (1954, s. 129).

parametry empiryczne oszacowane na podstawie metody najmniejszych kwadratów dla różnych miast, a modelowi nadaje postać (Carroll 1955):

$$H_{ij} = k \frac{(P_i W_i)(P_j W_j)}{d_{ij}^b} \quad (24)$$

gdzie W_i, W_j – wagi ludności ośrodka i oraz j .

Wagi te interpretuje się jako wielkości wykazujące różne skłonności do wzajemnego oddziaływania.

Mylroie wprowadza obok wykładnika potęgowego odległości do wzoru (21) również wykładniki potęgowe masy, tj. nadaje mu postać (Mylroie 1956):

$$H_{ij} = k \frac{P_i^\alpha \cdot P_j^\beta}{d_{ij}^b} \quad (25)$$

gdzie α, β – wagi ludności ośrodka i oraz j .

Badania przejazdów osobowych przeprowadzone przez Mylroie na podstawie wzoru (25) wykazują, że najwyższy stopień korelacji zachodzi wówczas, gdy wykładniki potęgowe ludności wynoszą 0,5, a wykładnik potęgowy odległości 2,0. Podobną postać modelu przedstawia Mackay (1958).

Założenie analogiczne do probabilistycznej reguły iloczynu zdarzeń niezależnych leży u podstawy sformułowania modelu grawitacji Lövgrena (1956) dotyczącego badania ruchliwości siły roboczej. Jeżeli założyć się, że prawdopodobieństwo uzyskania informacji o wolnych miejscach pracy przez daną grupę osób ma rozkład losowy i jest proporcjonalne do liczby ludności, to można przyjąć według Lövgrena, że prawdopodobieństwo uzyskania takiej informacji między dwoma populacjami (P_0 i P_i) wynosi $P_0 P_i / P_r^2$, gdzie P_0 i P_i stanowią dwie populacje będące podgrupami całkowitej populacji P_r . Przyjmując dalej, że wielkość $1/P^2$ jest stała, można się ograniczyć do iloczynu $P_0 P_i$.

Wychodząc z tego założenia, Lövgren formułuje analogiczny w postaci model do Iklé, ale dotyczący wielkości migracji według wzoru:

$$n_i = P_i O_o X^{-a} \quad (26)$$

gdzie

n_i – liczba migrantów między obszarami i oraz o ;

P_i – liczba ludności parafii i ;

P_o – liczba ludności obszaru o ;

X – odległość w km;

a – wykładnik potęgowy odległości

i dokonuje estymacji modelu przy zastosowaniu analizy regresji liniowej w postaci logarytmicznej.

Nieco inaczej sformułowali probabilistyczne założenia modelu przewidywania międzystrefowych przewozów osobowych Carroll i Bevis (1957). Prawdopodobieństwo przejazdu między strefami X_{ij} jest odpowiednikiem oczekiwanej częstości

ruchu uzyskanej przez zastosowanie testu *chi*-kwadrat. Zakłada się przy tym, że jedynym czynnikiem określającym wielkość ruchu między strefami jest całkowita liczba przejazdów powstałych w każdej ze stref i całkowita liczba przejazdów na całym obszarze, tj. wszystkich stref.

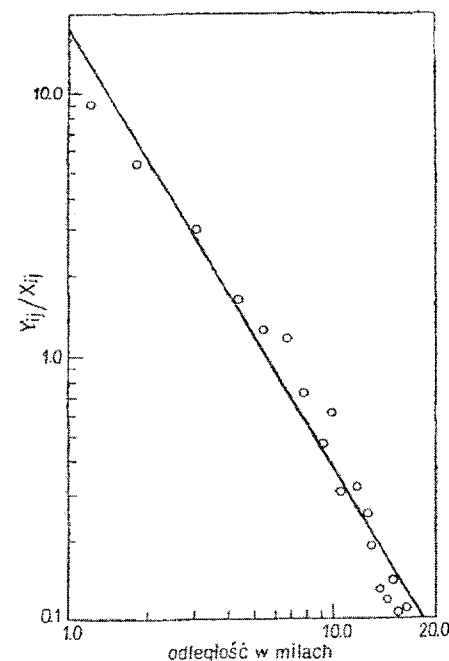
Prawdopodobieństwo przejazdu ze strefy i do strefy j wyraża wzór¹⁴:

$$X_{ij} = \frac{Y_i Y_j}{Y} \quad (27)$$

gdzie

Y_i, Y_j – całkowita liczba przejazdów powstałych w strefie i oraz j ;

Y – całkowita liczba przejazdów na danym obszarze.



Ryc. 1. Zależność między odległością i stosunkiem faktycznej wielkości do prawdopodobnej wielkości przejazdów pasażerskich na obszarze regionu metropolitalnego Detroit
Źródło: Carroll i Bevis (1957, s. 193).

Carroll i Bevis przyjmują następnie, że wskaźniki aktualnej do prawdopodobnej wielkości przejazdów, tj. Y_{ij}/X_{ij} , stanowią dostateczny miernik odchylenia między

¹⁴ Bliższa analiza zawarta jest w pracy Bevisa (1956).

tymi wielkościami jako wyniku działania oporu odległości. Pozwala to sprawdzić hipotezę wyjściową, że wybór przejazdu jest określony trudnością osiągnięcia miejsca przeznaczenia. W tym celu oszacowano za pomocą analizy regresji zależność między Y_{ij}/X_{ij} a długością przejazdu D_{ij} dla przejazdów międzystrefowych na obszarze regionu metropolitalnego Detroit w USA (patrz ryc. 1):

$$Y_{ij}/X_{ij} = 12,68 D_{ij}^{-1,63}. \quad (28)$$

W oparciu o założenia Iklé oraz Carrola i Bevisa, Isard (1960, s. 494-495) wprowadził model grawitacji. Budowa modelu grawitacji w ujęciu zaproponowanym przez Isarda, mimo że nie zawiera elementów samodzielności, warta jest przytoczenia, gdyż systematyzuje postępowanie w sprawie budowy modelu, opierając się na uproszczonych przesłankach probabilistycznych i empirycznych.

Uogólniając sformułowanie Isarda, należy rozróżnić w budowie modelu dwa etapy: pierwszy, który opiera się na przesłankach probabilistycznych, drugi – na postępowaniu empirycznym. Aby określić wielkość wzajemnego oddziaływania I_{ij} , jakie zachodzi między dwoma regionami i oraz j na danym obszarze składającym się z n regionów, należy według Isarda przyjąć jako wielkości wyjściowe (zmienne niezależne) liczby ludności regionu i oraz j , tj. P_i oraz P_j , całkowitą liczbę ludności danego obszaru P oraz całkowitą liczbę wzajemnych oddziaływań między regionami tego obszaru T , np. liczbę przejazdów wewnętrznych ludności obszaru. Na tej podstawie można przyjąć, że przeciętna wielkość wzajemnych oddziaływań (przejazdów) na osobę wynosi: $T/P = k$. Jeżeli przyjąć, że wielkość oddziaływania (przejazdów) reprezentacyjnej jednostki w regionie i w stosunku do regionu j będzie równa *ceteris paribus* P_j/P , czyli stosunkowi ludności regionu T do całkowitej liczby ludności obszaru, a w liczbach bezwzględnych $k(P_j/P)$, to wielkość oddziaływania (przejazdów) P_i jednostek wyniesie, nie biorąc pod uwagę wpływu odległości, $P_i \cdot k(P_j/P)$, tj.:

$$T_{ij} = k \frac{P_i P_j}{P} \quad (29)$$

gdzie T_{ij} jest wielkością wzajemnego oddziaływania pomiędzy i a j .

Należy zwrócić uwagę, że wielkość $k(P_i P_j/P)$ może być także interpretowana jako iloczyn prawdopodobieństwa zdarzeń niezależnych, tj. $(P_i/P) \cdot (P_j/P) = P_i \cdot P_j/P$ gdyż przy $k = T/P$ zachodzi równonoważność $T/P(P_i P_j/P) \equiv T(P_i P_j)/P^2$.

Określenie wielkości T_{ij} stanowi punkt wyjścia dla drugiego empirycznego etapu budowy modelu. Uzyskanie na podstawie obserwacji rzeczywistych wielkości wzajemnego oddziaływania, np. przejazdów z i do j określonych jako wielkość I_{ij} , pozwala obliczyć stosunek I_{ij}/T_{ij} . Obliczenie tego stosunku oraz odległości między i a j tj. d_{ij} pozwala z kolei na przedstawienie zależności między I_{ij}/T_{ij} a d_{ij} na wykresie rozrzutu punktów, gdzie każdy punkt może być uważany za realizację dwuwymiarowej zmiennej, oraz na estymację właściwej postaci funkcji realizującej tę zależność. Isard, opierając się na ustalonej przez Carrolla i Bevisa zależności między odległością a stosunkiem faktycznych wielkości przejazdów osób do oczekiwanych

(w skali podwójnie logarytmicznej), przyjął jako właściwą postać tej zależności funkcję liniową ($\log y = a - b \log d_{ij}$), tj. (Carroll i Bevis 1957, s. 191-194):

$$\log \frac{I_{ij}}{T_{ij}} = a - b \log d_{ij}. \quad (30)$$

Usuając logarytmy z równania (30) i oznaczając antylogarytm a przez c , uzyskuje się:

$$\frac{I_{ij}}{T_{ij}} = \frac{c}{d_{ij}^b} \text{ lub } I_{ij} = \frac{c T_{ij}}{d_{ij}^b}. \quad (31)$$

Przez podstawienie w równaniu (31) wartości T_{ij} , z równania (29) i wprowadzenie wartości stałej $G = ck/P$, gdzie c , k i P to są wielkości uprzednio określone, otrzymuje się:

$$I_{ij} = G \frac{P_i P_j}{d_{ij}^b}. \quad (32)$$

Postać tego równania jest analogiczna do pojęcia siły lub energii demograficznej Stewarta, gdzie zamiast d^{-1} lub d^{-2} przyjmuje się empirycznie określony wykładnik potęgowy odległości, tj. d^{-b} . Zależność reprezentowana przez wzór (32) może być traktowana jako podstawowe sformułowanie modelu grawitacji oparte na przesłankach probabilistycznych i empirycznych.

Na probabilistyczne podstawy modelu grawitacji jako założenia w badaniu wzajemnego oddziaływania zwrócił uwagę Garrison (1956, s. 286). Prawdopodobieństwo wzajemnego oddziaływania będzie się zmniejszać według Garrisona wraz ze wzrostem odległości między populacjami; prawdopodobieństwo to jest niezależne od wielkości poszczególnych par populacji. Zmniejszanie się wzajemnego oddziaływania zdarzeń wraz z odległością jest wynikiem zmniejszania się prawdopodobieństwa losowego rozkładu zdarzeń wraz z odległością. Konstrukcja modelu staje się operatywna przez empiryczne dopasowanie danych do modelu oraz obliczenie prawdopodobieństw wzajemnego oddziaływania. Jeżeli konstrukcja hipotezy wzajemnego oddziaływania jest modelem zdarzeń losowych, to nasuwa się pytanie o rodzaj sprawdzanej hipotezy, gdy dopasowuje się dane do modelu. Słabe dopasowanie nakazuje odrzucić hipotezę, że badane zdarzenia mają charakter losowy; właściwe dopasowanie do modelu stwarza natomiast trudność interpretacji ze względu na brak ustalonego prawdopodobieństwa *a priori*.

Z równania (32) możliwe jest również wyprowadzenie zależności analogicznej do pojęcia potencjału ludności Stewarta, tj. modelu potencjału. Zakładając, że chodzi o określenie wzajemnego oddziaływania między jednym regionem i a wszystkimi pozostałymi regionami danego obszaru (1, 2, 3, ..., n), można tego dokonać, sumując poszczególne wielkości wzajemnego oddziaływania między regionem i a wszystkimi pozostałymi regionami tego obszaru, tj. (Isard 1960, s. 498):

$$I_{i1} + I_{i2} + \dots + I_{ij} + \dots + I_{in} = G \frac{P_i P_1}{d_{i1}^b} + G \frac{P_i P_2}{d_{i2}^b} + \dots + G \frac{P_i P_j}{d_{ij}^b} + \dots + G \frac{P_i P_n}{d_{in}^b} \quad (33)$$

lub

$$\sum_{j=1}^n I_{ij} = G \sum_{j=1}^n \frac{P_i P_j}{d_{ij}^b}. \quad (34)$$

Po wyniesieniu P_i przed znak sumowania i podzieleniu obu stron równania (34) przez P_i uzyskuje się:

$$\frac{\sum_{j=1}^n I_{ij}}{P_i} = G \sum_{j=1}^n \frac{P_j}{d_{ij}^b}. \quad (35)$$

Przyjmując *ex definitione*, że $\sum_{j=1}^n I_{ij}/P_i \equiv {}_iV$, otrzymuje się na podstawie równania (35):

$${}_iV = G \sum_{j=1}^n \frac{P_j}{d_{ij}^b} \quad (36)$$

gdzie ${}_iV$ stanowi wielkość potencjału ludności, tj. wyraża całkowite wzajemne oddziaływanie ludności regionu i z wszystkimi obszarami na jednego mieszkańca i może być traktowane jako sformułowanie modelu potencjału.

Odmienny sposób sformułowania modelu potencjału przedstawia Beckmann, opierając sformułowanie modelu na analizie warunków równowagi rozmieszczenia ludności w przestrzeni (Beckmann 1957). Przestrzenne warunki równowagi rozmieszczenia ludności wyprowadza Beckmann z przestrzennego rozkładu stopy reprodukcji ludności netto oraz relacji między przepływem migracji a gradientami gęstości ludności oraz atrakcyjności lokalizacyjnej. Wielkość potencjału ludności w trójwymiarowej przestrzeni reprezentuje równanie:

$$P[u, v, w] = \frac{1}{4\pi} \iiint \frac{p[U, V, W]}{r[u, v, w, U, V, W]} dU dV dW \quad (37)$$

gdzie

- P – potencjał ludności;
- u, v, w – współrzędne rozmieszczenia ludności;
- p – gęstość ludności;
- r – odległość.

Postać i sytuacja problemowa modeli grawitacji i potencjału

Ogólna postać modeli grawitacji i potencjału

Jak wynika z przedstawionego powyżej przeglądu, założenia wyrażone w postaci wzorów podobnych lub zbliżonych do siły lub energii grawitacyjnej (model grawitacji) oraz potencjału grawitacyjnego (model potencjału) stanowią modele dla

badania wzajemnego oddziaływania zespołów ludzkich w ujęciu przestrzennym. Modele te upraszczają całą złożoność wzajemnego oddziaływania i, ogólnie biorąc, ujmują wzajemne oddziaływanie jako funkcje masy (populacji) i odległości.

Taką ogólną postać modelu grawitacji lub ściślej grawitacyjnego modelu wzajemnego oddziaływania można sformułować następująco:

$$I_{ij} = k \frac{f(M_i, M_j)}{f(d_{ij})} \quad (38)$$

gdzie

- I_{ij} – wielkość wzajemnego oddziaływania, jaka zachodzi między ośrodkami lub obszarami i oraz j ;
- M_i, M_j – wielkość masy (populacji) ośrodków lub obszarów i oraz j ;
- d_{ij} – odległość między i a j ;
- k – stała.

Sformułowanie powyższe stwierdza, że wzajemne oddziaływanie między dwoma ośrodkami lub obszarami o określonej wielkości masy zmienia się wprost proporcjonalnie do pewnej funkcji masy tych ośrodków, a odwrotnie do pewnej funkcji odległości między nimi.

Podobnie ogólną postać modelu potencjału można przedstawić jako:

$$V_i = k \sum_{j=1}^n \frac{f(M_j)}{f(d_{ij})}. \quad (39)$$

Model potencjału stwierdza, że całkowita wielkość potencjału wzajemnego oddziaływania w danym ośrodku lub obszarze jest pewną funkcją masy poszczególnych ośrodków lub obszarów rozpatrywanego układu oraz funkcją odległości między danym ośrodkiem lub obszarem a pozostałymi.

Równania reprezentujące oba modele przedstawiają relacje między zmienną zależną, którą stanowi aktualne lub potencjalne wzajemne oddziaływanie, a zmiennymi objaśniającymi, tj. masą i odległością. Jak wykazuje historia rozwoju koncepcji tych modeli, zarówno interpretacja masy i odległości, jak i postaci ich funkcji może być różnorodna. Istniejące różnice dadzą się sprowadzić do dwóch zasadniczych stanowisk w sprawie określenia postaci funkcji modeli:

- 1) postaci analogicznej do pojęcia energii i potencjału grawitacyjnego,
- 2) postaci zmodyfikowanej i zinterpretowanej empiryczno-statystycznie.

Sformułowanie modeli w postaci analogicznej do pojęcia energii i potencjału grawitacyjnego

Sformułowanie modeli grawitacji i potencjału przez Stewarta i Warntza jako założenia w badaniu związków przestrzenno-ekonomicznych w ujęciu analogicznym do pojęcia energii i potencjału grawitacyjnego określa postać funkcji zmiennych i ich parametrów *a priori*, nadając im charakter deterministyczny, a więc jako

relacji wolnej od wahań przypadkowych. Podstawowy argument za takim ujęciem sprowadza się do twierdzenia, że „...przestrzeń i czas są rozpoznawane nie jako koszt wewnętrzny oporu, lecz jako wymiary systemu ekonomicznego i stąd winny być traktowane izomorficznie w stosunku do układu fizyki matematycznej” (Warntz 1957b, s. 128). Należy w związku z tym zwrócić uwagę na to, że pewne wielkości, takie jak masa, odległość i czas, są przyjmowane w fizyce matematycznej jako wymiary elementarne i na zasadzie stałości stosunku stanowią podstawę określenia wymiarów wtórnych, takich jak siła, energia, praca itp. (Bridgman 1931, Wilson 1964, s. 480 i dalsze).

Taka koncepcja pojmowania postaci modelu grawitacji i potencjału opiera się na założeniu istnienia izomorfizmu między własnościami wymiarowymi wielkości elementarnych – masy i odległości – w systemie fizycznym i społeczno-ekonomicznym, co jest podstawą dla ustalenia analogicznych wielkości wtórnych typu energii i potencjału grawitacyjnego.

Stewart i Warntz założenie to konsekwentnie przyjmują, jednak jedynie w stosunku do „wymiaru” odległości. Odległość pełni według nich tę samą rolę w systemie społeczno-ekonomicznym, co w systemie fizycznym, gdyż stanowi rzeczywisty wymiar tego systemu, a funkcja odległości nie może być zależna od przystosowanego do obserwacji parametru (Stewart i Warntz 1958b, s. 116, Warntz 1964, s. 174). W odniesieniu do „wymiaru” masy reprezentowanej przez liczbę ludności dopuszczają możliwość ważenia jej przez „wagi molekularne” interpretowane jako wielkość „masy społecznej na głowę” (Stewart 1948, s. 34 i 56, Stewart i Warntz 1958a, s. 172)¹⁵. Należy zauważyć, że wprowadzenie wag masy jest niekonsekwencją w stosunku do założeń wymiarowych. Wynika to z większej złożoności wymiarów podstawowych w odniesieniu do wielkości społeczno-ekonomicznych niż fizycznych. I tak, jeżeli przyjmuje się określenie masy jako liczby ludności ważonej przez dochód na głowę, to mamy do czynienia z dwoma wielkościami, z których tylko pierwsza (liczba ludności) jest elementarna, a druga (dochód) ma wymiar złożony analogiczny do prędkości lub strumienia¹⁶. Niekonsekwencja ta, jak się wydaje, jest trudna do uniknięcia. Aby bowiem pojęcie masy jako liczby ludności mogło wyrazić rzeczywiste własności zjawisk społeczno-ekonomicznych, konieczne jest w pewnych przypadkach zróżnicowanie masy przez właściwe jej ważenie¹⁷.

¹⁵ W badaniach nad wielkością potencjału demograficznego Stewart określa wagi masy jako wielkości przystosowane do obserwacji. Oblicza je w postaci stosunku wielkości energii demograficznej danego obszaru do wielkości dochodu społecznego tego obszaru. Interpretuje je także jako wielkości dochodu społecznego na głowę.

¹⁶ Przyjmując wprowadzone przez Dunajewskiego (1964, s. 733-779) aksjomaty algebry wymiarów oraz trzy wymiary podstawowe (volumen fizyczny, pracę i czas), można stwierdzić, że inwestycje, spożycie i dochód mają wymiary złożone, analogiczne do pojęcia prędkości, tj. mają wymiar strumienia. Na rolę analizy wymiarowej w badaniach ekonomicznych zwraca uwagę Lange (1961, s. 20-21). Lange stwierdza tamże, że „zainteresowanie we właściwym wymiarze badanych wielkości ekonomicznych ma duże znaczenie, gdyż pozwala uniknąć wielu nieporozumień”.

¹⁷ W różnych badaniach stosujących model grawitacji i potencjału zmienna masy jest reprezentowana przez takie wielkości, jak liczba rodzin, zatrudnionych i uczniów, wielkość dochodu regionalnego, wartość inwestycji, produktów rolnych, sprzedaży w sklepach detalicznych i hurto-

W ujęciu takim modele grawitacji i potencjału przedstawione ogólnie jako równania (38) i (39) przybierają postać analogiczną do pojęcia energii i potencjału grawitacyjnego, tj.:

$$I_{ij} = k \frac{[W_i M_i][W_j M_j]}{d_{ij}} \quad (40)$$

$$V_i = k \sum_{j=1}^n \frac{W_j M_j}{d_{ij}} \quad (41)$$

gdzie W_i, W_j są wagami.

W zasadzie więc w powyższym sformułowaniu izomorfizm wymiarów odnosi się do wymiaru odległości. Funkcja odległości $f(d) = d^{-1}$ jest analogiczna jak we wzorach fizycznych. Nasuwa to pytanie czy analogia ta jest uzasadniona lub czy odległość pełni tę samą rolę w systemie społeczno-ekonomicznym, co w fizycznym.

Pojęcie odległości w badaniach przestrzenno-ekonomicznych da się ograniczyć tylko do odległości fizycznej.

Odległość ta może być mierzona trojako: 1) jako odległość fizyczna, 2) czas przejazdu i przewozu lub koszt, lub też koszt energii zużytej w procesie transportu, 3) wielkość pośrednich możliwości jako miernik odległości społecznej.

Odległość fizyczna odnosi się do pomiaru linii łączącej dwa punkty. Znajduje się ją, mierząc prostą łączącą punkty. Biegnie ona po linii największego koła, jakie można wykreślić na powierzchni Ziemi przez dwa punkty (ortodroma) (Krzyżanowski 1957, s. 288 oraz Bunge 1962, s. 171). Pomiar tej odległości na mapie wykazuje pewne niedokładności zależne od typu odwzorowania.

Odległości mierzone czasem przejazdu, kosztem przejazdu lub kosztem zużytej energii w procesie transportu stanowią odległości czasowe i ekonomiczne.

Odległości czasowe są zależne od szybkości ruchu w przestrzeni, a więc w przestrzeni ekonomicznej są zależne od rodzaju transportu, przy czym wraz z wzrostem szybkości maleje odległość czasowa. Zwiększenie szybkości ruchu różnych środków transportu, wynikające z postępu technicznego, skracają odległość czasową, nadając przestrzeni ekonomicznej odmienne własności metryczne aniżeli przestrzeni fizycznej. Odległości czasowe określa się wymiarem czasu T .

Odległości ekonomiczne mierzy się za pomocą wysiłku, a więc pracy potrzebnej do pokonania oporu na pewnej drodze i określa wartościowo jako koszty transportu lub cenę. Podobnie jak w przypadku odległości czasowych postęp techniczny powoduje zmniejszenie się kosztów jednostkowych różnych rodzajów transportu, co również nadaje przestrzeni ekonomicznej różne własności metryczne.

Odległości te mają wymiar pracy ML^2T^{-2} .

Odległości określane na podstawie wielkości typu „możliwości pośrednich” można określić jako odległości społeczne. Ten typ odległości bliżej niezdefiniowany określa się przez wielkość pewnych zjawisk społecznych w przestrzeni ekonomicznej,

wych, wartość produkcji przemysłowej, liczby samochodów, traktorów, łóżek szpitalnych i nakładu gazet.

np. ilość wolnych miejsc pracy, natężenie rozmów telefonicznych, ilość sprzedanych gazet (Watson 1955, s. 1-12 oraz Isard 1960, s. 542.; por. również Tobler 1961, s. 118).

Należy podkreślić, że w związku z badaniami przestrzenno-ekonomicznymi utwierdza się przekonanie, że odległości czasowe i ekonomiczne są odpowiedniejszymi miarami odległości niż odległości fizyczne (Krzyżanowski 1957, s. 299).

W związku z różnymi typami odległości w badaniach przestrzenno-ekonomicznych powstaje zagadnienie ich własności metrycznych.

Na podstawie twierdzeń dotyczących własności przestrzeni metrycznej można stwierdzić, że odległość $d(a, b)$ ma te same własności, co abstrakcyjne przestrzenie metryczne, przy czym każdej parze elementów $(a, b, c, \dots)$ danego zbioru odpowiada jedyna liczba rzeczywista $d(a, b)$ stanowiąca odległości z a do b zgodnie z następującymi postulatami (Blumenthal 1953, s. 7-16 i 332 oraz Tobler 1961, s. 119-121):

- (I) jeżeli $a = b$, to $d(a, b) = 0$,
- (II) jeżeli $a \neq b$, to $d(a, b) > 0$,
- (III) $d(a, b) = d(b, a)$,
- (IV) $d(a, b) + d(b, c) \geq d(a, c)$.

Jak wynika z powyższych postulatów, pojęcia odległości w przestrzeni metrycznej są określane: a) nieujemnie (postulat I i II); b) symetrycznie (postulat III); c) spełniają postulat nierówności trójkąta (postulat IV). Przestrzenie, które nie spełniają postulatów III, nazywa się semimetrycznymi.

Nasuwa się z kolei pytanie, czy odległości czasowa, ekonomiczna lub społeczna spełniają te postulaty. Pozwala to określić własności metryczne przestrzeni ekonomicznej.

Postulat pierwszy i drugi nie jest spełniony przez odległości mierzone wielkością sprzedaży gazet oraz odległości ekonomiczne typu kosztu transportu, gdy włącza się w nie koszty stacyjne.

Postulat trzeci jest rzadko spełniany przez odległości czasowe i ekonomiczne; odległości mierzone czasem lub kosztem zwykle nie są symetryczne. Jest to wynikiem odmiennego wpływu środowiska geograficznego na czas i koszt przewozu. Najprostszym przykładem może tu być czas przejazdu z góry i pod górę.

Postulat czwarty również nie jest spełniany w pewnych przypadkach odległości czasowych i ekonomicznych; może to zachodzić wówczas, gdy nie wzrastają one ściśle monotonicznie. Jednakże gdy zachodzi $d(a, b) + d(b, c) < d(a, c)$, to wybiera się drogę z a do c przez b .

Funkcja odległości $d(a, b)$ może przybierać w przestrzeni metrycznej różne formy: w geometrii euklidesowej postać $ds^2 = dx^2 + dy^2$; w geometrii sferycznej $ds^2 = R^2 + dp^2 + R^2 \sin^2 p d\lambda^2$.

Zasadnicza trudność powstaje, gdy chodzi o określenie warunków, ze względu na które odpowiednia przestrzeń ekonomiczna może być traktowana jako przestrzeń metryczna lub semimetryczna. Stąd też, gdy założenie o metryczności przestrzeni ekonomicznej wydaje się nierealistyczne, można bądź stwierdzić, który zbiór po-

stulatów jest spełniony, bądź też ustalić warunki matematyczne, które określą odchylenie od przestrzeni metrycznej (Tobler 1961, s. 121).

Analiza ta wykazuje, że odległość w systemie społeczno-ekonomicznym ma różne wymiary i różne własności metryczne. Prowadzi to do przekonania, że argumenty dotyczące odpowiedniości wymiaru nie są uzasadnione i nie mogą stanowić podstawy dla przyjęcia ścisłej analogii.

Odmienność własności przestrzeni fizycznej i ekonomicznej, a także większa złożoność wymiarów tej ostatniej oraz odmienna metryczność w pewnych warunkach prowadzi do wniosku, że postać modelu grawitacji i potencjału wynikająca z analogii wymaga modyfikacji i właściwej interpretacji empirycznej postaci funkcji opartej na odpowiednich założeniach problemowych¹⁸.

Empiryczna interpretacja modeli grawitacji i potencjału i ich modyfikacja

Sformułowanie modeli grawitacji i potencjału jako założeń dla badania wzajemnego oddziaływania w oparciu o przesłanki probabilistyczne oraz różne ich konkretyzacje i zastosowania doprowadziły do modyfikacji pierwotnej postaci modeli analogicznej do pojęć grawitacyjnych i nadania im interpretacji empiryczno-statystycznej. Mimo że badania konkretyzujące modele grawitacji i potencjału lub dotyczące ich zastosowania nie opierały się na jednolitej postaci, to jednak dzięki zawartym w nich propozycjom i procedurom identyfikacji i estymacji wag i parametrów zmieniających modeli, tj. odległości i masy, rzucają one nowe światło na strukturę modeli i prowadzą do ich modyfikacji. Modyfikacja ta dotyczy typu funkcji zmiennej masy i odległości oraz ich statystycznego oszacowania. Wyraża się to w określeniu wag masy i wykładników potęgowych masy i odległości jako empirycznych parametrów stałych lub zmiennych.

Funkcja zmiennej masy

Funkcja zmiennej masy w modelu o postaci analogicznej do energii grawitacyjnej sprowadza się do założenia stwierdzającego, że wzajemne oddziaływanie jakie zachodzi między dwoma masami (populacjami) jest wprost proporcjonalne do iloczynu tych mas, a więc przybiera postać $f(M_i, M_j) = k \cdot M_i \cdot M_j$.

¹⁸ Rozpatrzenie własności przestrzennego ujmowania zjawisk społeczno-ekonomicznych prowadzi do przekonania, że są one odmienne od własności przestrzennego ujmowania zjawisk fizycznych. Uogólniając własności przestrzennego ujmowania zjawisk społeczno-ekonomicznych w pojęciu przestrzeni ekonomicznej, należy przyjąć, że idąc za określeniem pojęcia przestrzeni Einsteina, stanowi ona własność pozycyjną świata obiektów materialnych określonego typu (por. Jammer 1960, s. 14). Najbardziej ogólne własności tak pojmowanej przestrzeni ekonomicznej wynikają ze specyficznych własności i jakości świata społecznego. Jako własności takie należy wymienić: niejednorodność i nieciągłość, ograniczoność i w pewnych warunkach anizotropię (por. Dziewoński 1961, s. 599, Domański 1963). Według Jammera (1960, s. 5), współczesna fizyka traktuje natomiast przestrzeń jako jednorodną, ciągłą, nieograniczoną i izotropową. Por. również Whittaker (1947, vol. II, s. 144 i dalsze). Według Perroux (1950) przyjęcie przestrzeni geonomicznej w badaniach ekonomicznych prowadzi do sprymityzowania analizy przestrzennej. Perroux traktuje ją jako przestrzeń „banalną”.

Niezależnie od analogii do prawa grawitacji iloczyn ten może być interpretowany na podstawie twierdzenia o prawdopodobieństwie iloczynu zdarzeń niezależnych.

Jeżeli założy się, że zajście pewnego zdarzenia wyrażającego oddziaływanie, np. wyjazdu mieszkańca miasta i o populacji M_i , ma rozkład losowy i jest proporcjonalne do wielkości M , tj. całkowitej populacji

$$M = \sum_{i=j}^{n=1} M_i \quad (42)$$

czyli że prawdopodobieństwo zajścia tego zdarzenia wynosi M_i/M i odpowiednio dla miasta j wynosi M_j/M , to wielkość wzajemnego oddziaływania wyrażona ilością przejazdów między i a j przedstawia się jako iloczyn prawdopodobieństw:

$$\frac{M_i}{M} \cdot \frac{M_j}{M} = \frac{M_i \cdot M_j}{M^2}. \quad (43)$$

Jeżeli dalej przyjąć, że wielkość $1/M^2$ jest stała dla krótkiego okresu, to wielkość wzajemnego oddziaływania między i a j jest proporcjonalna do iloczynu $M_i \cdot M_j$ (Dodd 1950, s. 246, Lövgren 1956, s. 356).

Przyjęcie założenia, że wzajemne oddziaływanie dwóch obszarów lub ośrodków jest proporcjonalne do iloczynu wielkości dwóch mas, może być też interpretowane jako zachodzenie możliwych oddziaływań między parami jednostek dwóch silnych ośrodków (Iklé 1954, s. 126). Im większa jest liczba takich par, tym większe prawdopodobieństwo zajścia oddziaływania. Liczba wszystkich par dwóch ośrodków o wielkości populacji M_i oraz M_j jest równa iloczynowi tych populacji. Stąd można przyjąć, że łączny wpływ populacji dwóch ośrodków na wielkość (częstość) wzajemnego oddziaływania jest równy iloczynowi tych populacji.

Należy podkreślić, że założenie takie nie nadaje modelowi charakteru probabilistycznego. Stwierdza jedynie, że wielkość wzajemnego oddziaływania jest proporcjonalna do wielkości populacji. Jeżeli jednak przyjmie się to założenie, to wielkości M_i oraz M_j winny wyrażać tylko część masy i oraz j , która aktualnie bierze udział w procesie oddziaływania, a nie całkowite wielkości populacji grup i oraz j . W tym celu należy albo określić wielkość pewnych podgrup masy biorących udział we wzajemnym oddziaływaniu lub wprowadzić pewne wagi masy.

Wagi masy stanowią stałe lub zmienne specyficzne dla populacji poszczególnych ośrodków lub typów ośrodków lub też obszarów ze względu na dany typ oddziaływania i przybierają zwykle postać liczb względnych, takich jak wskaźniki lub liczby stosunkowe. Funkcja zmiennej masy przybiera w modelu potencjału odpowiednio:

$$f(M_i, M_j) = (W_i M_i) \cdot (W_j M_j) \quad (44)$$

a w modelu potencjału

$$F(M_j) = W_j \cdot M_j \quad (45)$$

gdzie W_i, W_j są wagami masy M_i oraz M_j .

Interpretacja wag masy nie jest jednolita. Dodd przyjmuje, że zróżnicowanie populacji z punktu widzenia możliwości wzajemnego oddziaływania zależy od szeregu czynników przystosowujących, które specyfikują oddziaływanie populacji (Dodd 1950, s. 246, Cavanaugh 1950). Wśród czynników takich wymienia Dodd: dochód, wiek, płeć, wykształcenie, zawód, stan cywilny. Określenie wpływu tych czynników wyraża się, ważąc wielkość populacji poszczególnych ośrodków przez odpowiednie mnożniki. Jeżeli przyjąć, że mnożnik taki stanowi miarę intensywności, np. wielkość na głowę, to:

$$W_i = \frac{[\sum W]_i}{M_i} \text{ i odpowiednio } W_j = \frac{[\sum W]_j}{M_j} \quad (46)$$

gdzie $[\sum W]_i = W_i M_i$ należy interpretować jako „aktywność” populacji ośrodka i .

Pozwala to sformułować wzór (47) w postaci:

$$[W_i M_i] \cdot [W_j M_j] = \left[\sum_{i=1}^i W_i \right] \cdot \left[\sum_{j=1}^j W_j \right]. \quad (47)$$

Określenia wpływu kilku czynników można dokonać przez wprowadzenie wag, z których każda reprezentuje wpływ kilku ważonych czynników. W tym przypadku W_i i W_j byłyby wagami złożonymi, a więc wielkościami przeciętnymi. W sformułowaniu Isarda, jeżeli W_{1i} oznacza wagę podregionu i dla pierwszego czynnika, a W_{gi} oznacza wagę podregionu i dla czynnika g , to W_i jako suma ważonych wag stanowi¹⁹:

$$W_i = \sum_{g=1}^G C_g W_{gi} \text{ i odpowiednio } W_j = \sum_{g=1}^G C_g W_{gj} \quad (48)$$

gdzie C_g – waga ważonego czynnika g .

W praktyce badawczej stosowano jednak pojedyncze wagi odnoszące się do wpływu jednego czynnika, a mianowicie przeciętnego dochodu na głowę²⁰.

W zasadzie wagi traktuje się jako wielkości zaobserwowane. Można je jednak wyznaczyć jako wielkości przystosowane do obserwacji. Hammer i Iklé, badając wzajemne oddziaływanie między parami miast wyrażone liczbą rozmów telefonicznych i podróży samolotowych w postaci modelu grawitacji, wyznaczyli wagi poszczególnych miast jako parametry na podstawie metody najmniejszych kwadra-

¹⁹ Isard (1960, s. 507); wśród różnych możliwych wag, jakie można by stosować, Isard wymienia: strukturę zawodową, strukturę płci i wieku, skład rasowy lub etniczny, procentowy udział ludności o dochodzie powyżej pewnego poziomu, procentowy udział ludności uczęszczającej do kościoła lub posiadającej własne domy, udział ludności miejskiej i wiejskiej, udział zamówień pocztą do ogółu sprzedaży, udział zakupów dokonanych w centrum ośrodka metropolitalnego w zakupach na obszarze metropolitalnym, stosunek inwestycji do produkcji rocznej, przeciętnej wysokości inwestycji na jednego zatrudnionego.

²⁰ Wielkość przeciętnego dochodu na głowę jako wagi została wprowadzona przez Isarda i Freutela (1954) do modelu potencjału, co pozwala przekształcić go w potencjał dochodu. Odmienne określili wagi Stewart (1947a) oraz Warntz (1957b, 1959e), odnosząc ich wielkość do regionalnego zróżnicowania poziomu dochodu.

tów²¹. Wagi te interpretują jako mierniki różnej „skłonności” poszczególnych miast do wzajemnego oddziaływania.

Należy podkreślić, że brak jest jak dotąd bliższej analizy zależności, jaka zachodzi między wyborem odpowiednich wag, a określonym typem wzajemnego oddziaływania. Można jednak stwierdzić, że dobór odpowiednich wag ma na celu bądź określenie tej części populacji, która bierze udział we wzajemnym oddziaływaniu, bądź też znalezienie bardziej reprezentatywnego miernika masy, aniżeli liczba ludności. Stąd np. gdy bada się migrację ludności w ujęciu międzyregionalnym, dokonuje się na podstawie wiedzy o związku, jaki zachodzi między wielkością migracji a zróżnicowaniem wielkości dochodu regionalnego, ważenia liczby ludności regionów przez dochód regionalny na głowę. W ten sposób pierwotnie przyjęta jako miernik masy liczba ludności zostaje przekształcona w wielkość dochodu regionalnego. Przyjęcie określonych wag może zatem przekształcić charakter pierwotnie przyjętej wielkości masy.

Bardziej złożone jest zagadnienie wykładników potęgowych masy. Chodzi tu o próbę interpretacji funkcji zmiennej masy w postaci funkcji:

$$f(M_i, M_j) = M_i^\alpha \cdot M_j^\beta \quad (49)$$

gdzie α, β – wykładniki potęgowe masy i oraz j .

Na możliwość wprowadzenia wykładnika potęgowego masy różnego od jedności zwrócił uwagę Anderson²².

Według Carrothersa zmienność wykładnika potęgowego masy wyraża wpływ stopnia aglomeracji ludności, stąd też poszczególne populacje winny być podniesione do różnych potęg²³. W ten sposób wykładniki masy będą stanowić jej funkcję. Inni jeszcze autorzy jak Hennes oraz Platt, proponują aby zamiast iloczynu wielkości mas wprowadzić pierwiastek kwadratowy tego iloczynu (Hennes 1953, Platt 1946):

$$f(M_i, M_j) = \sqrt{M_i \cdot M_j}. \quad (50)$$

Powyższe sformułowanie zmienia jednak zasadniczo założenia modelu grawitacji oparte o zasadę iloczynu zdarzeń niezależnych i nie daje się na tym gruncie uzasadnić.

²¹ Hammer i Iklé (1957); wagi te wahają się od 0,34 do 3,06 dla rozmów telefonicznych oraz od 0,14 do 7,61 dla ruchu samolotowego na obszarze USA.

²² Anderson (1955a, s. 291); w dyskusji nad postacią modeli grawitacji i potencjału Stewarta podkreślił znaczenie niezmienności wymiarów, co sugeruje stałość wykładnika potęgowego masy jako jedności.

²³ Carrothers (1956b, s. 98) stwierdza, że populacje o różnej wielkości winny być podniesione do potęgi większej niż jedność, ponieważ „istnienie większej populacji na jednym obszarze niż na innym, może samo w sobie wywierać wpływ, który jest proporcjonalnie większy niż może to być wyjaśnione przez modyfikację wielkości populacji przez pojedynczy mnożnik”.

Zagadnienie wykładników potęgowych masy nie ma bliższego wyjaśnienia teoretycznego. Brak też badań empirycznych, które wykazałyby, że ujęcie takie daje lepszą weryfikowalność modeli²⁴.

Przegląd powyższy wykazuje, że postać funkcji zmiennej masy może w modelu grawitacji przybierać postać:

$$f(M_i, M_j) = (W_i M_i)^\alpha \cdot (W_j M_j)^\beta \quad (51)$$

i odpowiednio modelu potencjału:

$$f(M_j) = (W_j M_j)^\beta. \quad (52)$$

Funkcja zmiennej odległości

Ustalenie postaci funkcji określającej zależność, jaka zachodzi między wielkością reprezentującą wzajemne oddziaływanie a odległością wymaga empirycznego uzasadnienia. Empiryczna wiedza o wpływie odległości na wielkość wzajemnego oddziaływania jest mała. Dotychczasowe badania wykazują jednak, że wzajemne oddziaływanie zmniejsza się wraz ze wzrostem odległości²⁵.

Wpływ odległości, ogólnie biorąc, prowadzi do zmniejszania się oddziaływania wraz ze wzrostem odległości, ma jednak charakter złożony, co jest wynikiem dwóch grup przyczyn:

- 1) wzrostu kosztu i czasu wielkości reprezentującej wzajemne oddziaływanie wraz ze wzrostem odległości fizycznej, a więc wzrostu odległości czasowych i przestrzennych;
- 2) zmniejszania się prawdopodobieństwa (częstości) relacji między jednostkami wraz ze wzrostem odległości.

Wynikiem wpływu pierwszego czynnika jest zależność odwrotnie proporcjonalna, jaka zachodzi np. między liczbą przejazdów a odległością pomiędzy dwoma ośrodkami.

Wynik drugiego czynnika zależy od specyficznego układu stosunków między populacjami różnych ośrodków lub obszarów i jest trudny do określenia. Upraszczając zagadnienie, można stwierdzić jednak, że jest to trzystopniowy proces. Punktem wyjścia jest tu prawdopodobieństwo powstania relacji, następnie jej utrwalenia, przy czym częstość kontaktu zależy z kolei od wpływu czasu i kosztu pokonywania

²⁴ Badania takie przeprowadzili Mylroie (1956) oraz Mackay (1958) jednak ze względu na stosowaną procedurę aproksymacyjną nie pozwalają one na właściwą i jednoznaczną identyfikację tych wykładników.

²⁵ Należy rozróżnić dwie sytuacje dotyczące wpływu odległości w zakresie przestrzennego oddziaływania: 1) częstość lub prawdopodobieństwo oddziaływania np. migracji lub przejazdu między poszczególnymi ośrodkami lub obszarami położonymi w odległości d od siebie, tj. $p(d)$; 2) częstość lub prawdopodobieństwo oddziaływania między danym ośrodkiem lub obszarem a otaczającym go obszarem strefowym w odległości d od źródła oddziaływania, tj. $f(d)$. Jeżeli jednostki obszaru przylegają do siebie, to $f(d)$ stanowi prostą funkcję $p(d)$, tj. $f(d) = dp(d)$, por. Morrill (1963, s. 75). Należy podkreślić, że w zasadzie rozpatrujemy funkcje zmiennej odległości w pierwszej sytuacji.

odległości. Zachodzi tu więc również wpływ odległości na powstanie, utrwalenie i ponowienie się kontaktów (Iklé 1954, s. 126-127, Garrison 1956, s. 286).

Te ogólne przesłanki wskazują na monotonicznie zmniejszającą się postać zależności między wielkością wzajemnego oddziaływania a odległością. Nie wystarcza to jednak do ustalenia postaci funkcji opisującej tę zależność. Badania przeprowadzone nad różnymi formami oddziaływania (migracje, przejazdy, przewozy, rozmowy telefoniczne) wykazują, że w grę wchodzi tu następujące funkcje (Hägerstrand 1957, s. 112 i dalsze, Morrill 1963, s. 75-84):

$$f(d) - 1 = ce^{-bd^2} \quad \text{tj. rozkład normalny;} \quad (53)$$

$$f(d) - 1 = ce^{-b(\log d)^2} \quad \text{tj. rozkład logarytmiczno-normalny;} \quad (54)$$

$$f(d) - 1 = ce^{-b(d)} \quad \text{tj. wykładniczy;} \quad (55)$$

$$f(d) - 1 = ce^{-b(\log d)} \quad \text{rozkład logarytmiczno-potęgowy;} \quad (56)$$

$$f(d) - 1 = cd^{-b} \quad \text{hiperboliczny (potęgowy)}^{26}; \quad (57)$$

$$f(d) - 1 = \frac{k^n}{\Gamma n} d^{n-1} e^{-kn} \quad \text{tj. rozkład funkcji Gamma.} \quad (58)$$

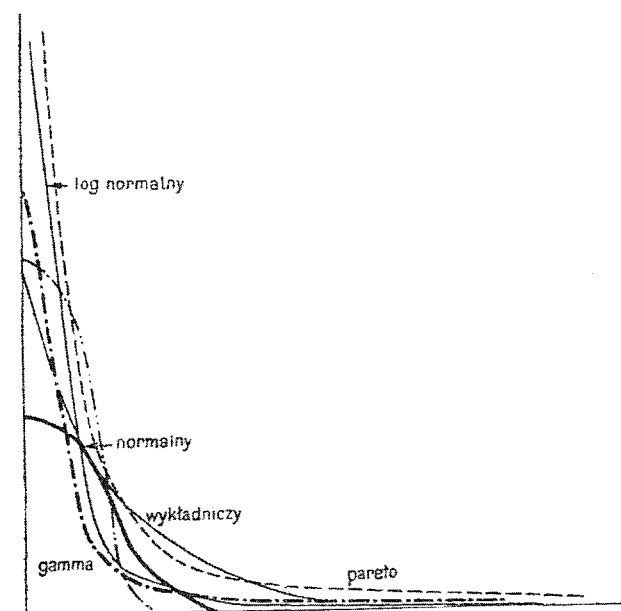
Rozkłady teoretyczne powyższych funkcji przedstawia rycina 2.

Analiza porównawcza empirycznej interpretacji przedstawionych powyżej postaci funkcji wykazuje, że żadna z tych postaci nie ma uniwersalnego znaczenia w zakresie opisu zależności między odległością a wielkościami reprezentującymi wzajemne oddziaływanie²⁷. Brak studiów porównawczych opartych na tym samym materiale obserwacyjnym nie pozwala też na właściwe sprawdzenie hipotezy o przynależności danego rozkładu empirycznego do określonej klasy funkcji. Analiza porównawcza wykazuje równocześnie jednak, że zastosowanie funkcji potęgowej jest najprostsze i pozwala najłatwiej dobrać wyrażenia analityczne przedstawiające w przybliżeniu tę funkcję. Według Morrilla i Pittsa, którzy przeprowadzili analizę porównawczą niektórych postaci funkcji, należy przyjąć, że funkcja potęgowa daje dobre dopasowanie, gdy oddziaływanie nie jest stałe, podczas gdy funkcja logarytmiczno-normalna i wykładnicza daje lepsze dopasowanie, gdy wprowadza się element związku w następstwie oddziaływania, jak to jest np. w pewnych typach migracji (Morrill 1963)²⁸.

Przyjęcie funkcji potęgowej jako tej postaci funkcji, która opisuje pomniejszającą wpływ odległości na wzajemne oddziaływanie pozwala określić wpływ funkcji odległości w modelach grawitacji i potencjału jako parametru empirycznego przystosowanego do obserwacji tj. $f(d) = d^{-b}$. Estymacja parametru b przy pomocy regresji liniowej jest podstawą ustalenia wykładnika potęgowego odległości jako stałej w ściśle określonych warunkach. Jeżeli założy się, że powyższe założenie jest

²⁷ Empiryczne interpretacje poszczególnych postaci funkcji w odniesieniu do rozważanej zależności zawarte są w pracach: wykładnicza i gamma w pracy Cavalli-Sforza (1962); wykładnicza i logarytmiczno-normalna w pracy Kulldorffa (1955).

²⁸ Należy podkreślić, że funkcja wykładnicza jest podobna do logarytmiczno-normalnej, obie te funkcje według Morrilla i Pittsa przeszacowują oddziaływanie na bliską odległość.



Ryc. 2. Rozkłady teoretyczne migracyjnych funkcji odległości dla jednostek przestrzennych

Źródło: Morrill (1963, s. 77).

poprawne, to oszacowanie parametru w modelach grawitacji i potencjału opiera się na zależności liniowej, jaka zachodzi między wielkością typu $\log I_{ij}/M_j$ lub $\log I_{ij}/M_i M_j$ a $\log d_{ij}$, tj. (Iklé 1954, s. 127, Lövgren 1956, s. 368-369):

$$\log \frac{I_{ij}}{M_j} = \log k - b \log d_{ij}, \quad (59)$$

$$\log \frac{I_{ij}}{M_i M_j} = \log k - b \log d_{ij}. \quad (60)$$

Posługując się regresją liniową, na podstawie metody najmniejszych kwadratów dokonano oszacowania parametru b w równaniach o typie (59) i (60) dla różnych rodzajów wzajemnego oddziaływania, tj. przejazdów, przewozów, migracji, rozmów telefonicznych i innych zjawisk. Badania te wykazały, że wielkość wykładnika jako parametru waha się dość znacznie; przyjęcie jednak różnych postaci modeli i stosowanie różnych procedur estymacyjnych utrudnia porównanie wielkości tego parametru.

Badania Garrisona oparte na modelu analogicznym do wzoru Iklé, dotyczące przejazdów drogowych mieszkańców osad wiejskich do miast wykazują, że wielkość wykładników potęgowych zróżnicowanych według sześciu typów dojazdów w małym stopniu różni się od zera, a wyjątkiem są tu jedynie dojazdy do pracy (Garrison 1956, s. 283-285). Carroll natomiast ustalił, również na podstawie modelu typu Iklé, że wykładniki potęgowe odległości wahają się od $-2,62$ do $-2,85$, przy czym jako miarę wpływu przyjął liczbę rozmów telefonicznych (Carroll 1955, s. D6-D9). Wielkość wykładnika waha się też znacznie w badaniach Iklé nad przejazdami samochodowymi od $-0,69$ do $-2,57$ (Iklé 1954, s. 129).

Carroll i Bevis ustalają dla przejazdów metropolitalnych wykładnik ten w wysokości $-1,63$, podkreślając jednak, że będzie się on różnił dla różnych typów przejazdów (Carroll i Bevis 1957, s. 192).

Analiza Hammera i Iklé wykazuje, że wielkość wykładnika potęgowego odległości dla rozmów telefonicznych i przejazdów samolotowych waha się od $-1,3$ do $-1,8$, ale procedura estymacyjna tych autorów obejmuje zarówno szacowanie wykładnika potęgowego odległości, jak i wag masy (Hammer i Iklé 1957, s. 314). Hellvig (1964, s. 105) wielkość tę ustala między $-1,9$ a $-2,0$.

Wąski zakres badań utrudnia określenie w jakich sytuacjach lub typach wzajemnego oddziaływania można oczekiwać określonej wartości wykładnika potęgowego, co zmniejsza przydatność dotychczasowych obliczeń dla przewidywania. Niektórzy autorzy usiłują jednak wyjaśnić bądź naświetlić zmienność wykładnika potęgowego odległości.

Voorhees, analizując różne rodzaje podróży, stwierdził, że wykładnik potęgowy odległości zmienia się w zależności od celu podróży (Voorhees i in. 1955, s. 55-56). Podobnie Carroll i Bevis zauważają, że różne rodzaje przejazdów będą wykazywać odmienną wielkość wykładników; znajdują przy tym, że przejazdy do szkoły wykazują największą wrażliwość na wpływ odległości natomiast przejazdy „rozrywkowe” najmniejszą (Carroll i Bevis 1957, s. 194). Lukermann i Porter (1960, s. 498) wysuwają przypuszczenie, że wartość wykładnika odległości będzie wynosić jeden, gdy wzajemne oddziaływanie dotyczy całej populacji.

Najwięcej światła na to zagadnienie rzucają prace szwedzkie prezentujące zmiany w czasie wykładników potęgowych odległości w badaniach nad migracjami, tj. prace Bergstena (1951), Lövgrena (1956), Hägerstranda (1947, 1957, 1962), Dahla (1957). Lövgren (1956, s. 368) oblicza te wykładniki na podstawie danych dotyczących migracji między parafiami dystryktu Sundsvall a powiatami Szwecji według dziesięcioleci za okres 1870-1948 w podwójnym sformułowaniu, tj. wzoru (59) i (60). W sformułowaniu wzoru (60) najwyższy parametr występuje w okresie 1900-1909 ($-2,35$) oraz 1920-1929 ($-2,23$), a w pozostałych czasokresach jego wahania nie są wielkie i oscylują wokół $-2,05$. Dane dotyczące wykładnika według wzoru (59) zestawione przez Hägerstranda (1957, s. 118-119) dla lat 1850-1950 wykazują znaczne wahania od $-0,04$ do $-3,0$; są one jednak wyrywkowe i dotyczą różnych obszarów miejskich i wiejskich.

Analiza tych wykładników pozwala stwierdzić, że wykładniki te zmniejszają się

w czasie, przy czym w miastach wykazują łagodniejszy spadek niż na obszarach wiejskich.

Również Taaffe (1962) stwierdza, że przeciętny wykładnik odległości, który najlepiej opisuje hierarchię dominacji miast na podstawie danych dotyczących lotniczego ruchu pasażerskiego w USA, zmniejszył się z $-2,0$ w 1940 r. do wartości niższej od tej wielkości w 1955 r.

Hägerstrand, porównując ich wielkość dla USA i Szwecji, wysuwa w związku z tym hipotezę, że wahania wykładnika potęgowego mogą być wyjaśnione różnicami poziomu rozwoju ekonomicznego. Odmienne przypuszczenie nasuwa natomiast Porter (1956, s. 341-342), który twierdzi, że kształt obszaru może wpływać na wahania wykładnika potęgowego odległości²⁹. Podając jako przykład obszar USA, który jest bardziej zwarty i zbliżony do koła niż Szwecja, Porter formułuje przypuszczenie, że wielkość wykładnika odległości jest wprost proporcjonalna do poziomu zwartości obszaru.

Przeciwko szacowaniu wykładnika potęgowego odległości opartego na statystycznych metodach estymacji można wysunąć zastrzeżenie, że oszacowanie wielkości b jest tylko dobraniem funkcji aproksymującej najlepiej dopasowaną wartość tego parametru i wprowadzenie nowych zmiennych zmieni jego wartość. Zarzut ten sformułowany przez Andersona (1955a) w gruncie rzeczy jednak nie dotyczy zagadnienia wyznaczania wykładnika, a uproszczenia postaci modelu³⁰. Stąd też Anderson przyjmuje arbitralnie wielkość wykładników d^{-1} , d^{-2} , $d^{-2/3}$ i następnie weryfikuje je na podstawie testu *chi*-kwadrat. Podobnie arbitralnie przyjmuje wielkość wykładników potęgowych odległości w zastosowaniu modelu potencjału Carrothers (1958, s. 149) w postaci wielkości d , d^2 , oraz $\sqrt{d}$, wykazując zresztą, że każdy z nich daje najlepsze rezultaty w odniesieniu do różnych obszarów.

W związku z tym należy przypomnieć argumentację Stewarta i Warntza (1958a, s. 119) przeciwko przyjmowaniu w modelu potencjału wykładników potęgowych większych niż dwa³¹. Argumentacja ta sprowadza się do twierdzenia, że wprowadzenie do modelu potencjału wykładnika potęgowego odległości większej od dwa nie ma sensu, gdyż wielkość ta dawać będzie w wyniku nieskończenie wielkie wartości dla skończonego rozkładu gęstości ludności.

Odminnym podejściem do zagadnienia wykładnika potęgowego odległości jest propozycja traktowania go w modelu potencjału jako zmiennej zależnej bądź od wielkości masy, tj. $b = f[1/M_j]$, bądź od samej odległości, tj. $b = f[1/d_{ij}]$.

Pierwszą propozycję wysunął Anderson, sugerując, że wykładnik ten stanowi zmienną zależną odwrotnie od wielkości masy. Jeżeli np. dwa ośrodki j i m o różnej liczbie ludności ($P_j > P_m$) znajdują się w równej odległości od trzeciego ośrodka i ($d_{ij} = d_{im}$), to potencjał wywołany w i przez mniejszy ośrodek m , gdzie silniej

²⁹ Por. również Bergsten (1951).

³⁰ Por. również dyskusję między Iklé (1955) a Andersonem (1955b).

³¹ Innym argumentem Stewarta i Warntza przeciw zmienności wykładnika potęgowego odległości są ewentualne trudności, jakie nasuwa to przy wykrywaniu pewnych stałych zachodzących np. w relacjach między potencjałem ludności a gęstością ludności.

redukowany przez dzielącą odległość niż potencjał wywołany w i przez większy ośrodek j (Anderson 1955a, s. 291, Anderson 1956, s. 180)³². Propozycję tę uzasadnia również Huff (1961, s. 26), stwierdzając, że im większa jest gęstość ludności danego miasta, tym większy jest opór odległości i stąd krótsza będzie odległość, jaką konsument przebywa dla dokonania zakupów.

Druga propozycja wynika pośrednio z pierwszej. Carrothers (1956a, s. 198, 1956b, s. 97, 1958, s. 149) uzasadnia ją, stwierdzając, że opór jednostki odległości przeciw wzajemnemu oddziaływaniu na krótkich odległościach jest nieproporcjonalnie większy niż na długich odległościach. Ponieważ częstość wzajemnego oddziaływania jest większa w ośrodkach o dużej liczbie ludności, opór będzie też większy i można oczekiwać, że wykładnik potęgowy odległości zmienia się raczej wprost proporcjonalnie do liczby ludności aniżeli odwrotnie.

Badania wpływu odległości na wzajemne oddziaływanie koncentrowały się głównie na zagadnieniu oporu lub hamującego wpływu odległości, którego miernikiem jest wykładnik potęgowy odległości. Badania te opierają się na założeniu ciągłego charakteru wpływu odległości. Bez względu na wielkość wykładnika potęgowego odległości wielkość wzajemnego oddziaływania jest redukowana w pewien ciągły sposób.

Jednakże studia empiryczne nad transportem lotniczym podważają to założenie. Jak wykazują badania Iklé (1954, s. 133) oraz Taaffe (1959, 1962), wpływ ten dotyczy tylko ograniczonych wewnętrznych stref, poza których obrębem powstaje pewien rodzaj płaskowyzu oddziaływania. Możliwe więc, że należałoby przyjąć tutaj funkcję schodkową. Innym rozwiązaniem tego problemu mogłoby być wyrażenie wpływu odległości w postaci układu przestrzennego, w którym weźmie się pod uwagę poszczególne sieci powiązań hierarchicznych między dużymi ośrodkami metropolitalnymi. Jeszcze inną alternatywą jest powiązanie analizy z pewnymi elementami teorii ośrodków centralnych, tj. badanie wzajemnego oddziaływania na różnych poziomach hierarchiczności.

Należy również zwrócić uwagę na fakt, że w badaniach oddziaływania między danym ośrodkiem a otaczającym go obszarem funkcja odległości zależy od kierunku pomiaru odległości (Price 1948). Zagadnienie to nie zostało bliżej sprecyzowane. Badania Lövgrena (1956) i Hägerstranda (1957) wykazują jednak, że założenie o zmniejszaniu się wzajemnego oddziaływania wraz odległością we wszystkich kierunkach nie jest realistyczne i wymaga szczegółowej analizy.

Nie udało się też bliżej ustalić związku między wielkością wykładników potęgowych odległości a typem odległości, tj. odległościami fizycznymi, ekonomicznymi, czasowymi i społecznymi³³.

³² Por. również Converse (1949) oraz Dunn (1956).

³³ Odległość fizyczną mierzoną w linii prostej wprowadzają Stewart (1948), Iklé (1954) i inni, odległość wzdłuż drogi – Zipf (1946b) oraz Anderson (1955a). Garrison (1956) stosuje odległość drogową, ale zróżnicowaną według typów dróg. Odległości kolejowe stosuje Carrothers (1958). Czas przejazdu jako miernik odległości wprowadzają Voorhees i in. (1955), koszt transportu – Harris (1954); liczbę pośrednich możliwości – Stouffer (1940, 1960). Jako miernik odległości proponuje również Anderson (1956) zużycie paliwa w transporcie. Anderson (1956) zwraca uwagę na

Zmodyfikowana postać modeli grawitacji i potencjału

Empiryczno-statystyczna interpretacja funkcji masy i odległości implikuje modyfikację pierwotnej postaci modeli grawitacji i potencjału przez wprowadzenie do nich wag masy i wykładników potęgowych masy i odległości. W ten sposób równanie (40) reprezentujące model grawitacji może przybierać postać:

$$I_{ij} = k \frac{W_i(M_i)^{\alpha} \cdot W_j(M_j)^{\beta}}{d_{ij}^b}, \quad (61)$$

a równanie (41), które przedstawia model potencjału podobnie, może mieć postać:

$$V_i = k \sum_{j \neq i}^n \frac{W_j(M_j)^{\beta}}{d_{ij}^b} \quad (62)$$

gdzie

I_{ij} – wielkość wzajemnego oddziaływania między i a j w danym okresie; $i, j = 1, 2, 3, \dots, n$, gdzie n stanowi całkowitą liczbę rozpatrywanych ośrodków lub obszarów; przy n ośrodków liczba możliwych par oddziaływania wynosi: $N = n[n-1]/2$;

M_i, M_j – wielkość masy (populacji) ośrodka lub obszaru i oraz j ;

d_{ij} – odległość między i a j przy założeniu $d_{ij} \equiv d_{ji}$;

W_i, W_j – wagi M_i , oraz M_j ;

α, β, b – wykładniki potęgowe reprezentujące czynniki przystosowujące zarówno stałe, jak i zmienne masy i odległości;

k – stała;

V_i – całkowite wzajemne oddziaływania na jednostkę masy w punkcie i .

Należy podkreślić, że tak zmodyfikowana postać modeli wyraża jedynie pewien ogólny typ założenia, który wymaga konkretyzacji, tj. rozwiązania pojęciowego i technicznego mierników masy i odległości oraz wykładników tych zmiennych. Konkretyzacja modeli i określenie ich postaci strukturalnej dokonuje się na dwojaki sposób:

- 1) przez estymację parametrów modeli, tj. wag lub wykładników na podstawie ustalenia regresji liniowej, w zasadzie w odniesieniu do modelu grawitacji,
- 2) przez przyjęcie *a priori* określonej wielkości wykładników i dokonanie następnie weryfikacji statystycznej.

Zagadnienie to kształtuje się odmiennie w odniesieniu do modelu grawitacji i potencjału. Należy podkreślić, że wraz z rozwojem problematyki badawczej zarysował się odmienny zakres konkretyzacji i zastosowania obu modeli, stąd też należy odrębnie rozpatrzyć zakres i warunki konkretyzacji i zastosowania modelu grawitacji i modelu potencjału.

konieczność zróżnicowania pomiaru odległości od rodzaju określonej trasy oraz oporu środowiska. Najbardziej złożony pomiar odległości w modelu potencjału proponuje Lachene (1965), który zamiast odległości wprowadza „oddalenie” jako wymiar, będący funkcją odległości fizycznej, czasu przejazdu, przepustowości sieci i wielkości ruchu.

Bibliografia

- Anderson T.R., 1955a. Intermetropolitan Migration: A Comparison of the Hypotheses of Zipf and Stouffer. *American Sociological Review*, 20, 3, s. 287–291.
- Anderson T.R., 1955b. Reply to Iklé. *American Sociological Review*, 20, 6, s. 714–715.
- Anderson T.R., 1956. Potential models and the spatial distribution of population. *Papers and Proceedings RSA*, 2, s. 175–192.
- Beckmann M.J., 1957. On the Equilibrium Distribution of Population in Space. *The Bulletin of Mathematical Biophysics*, 19, s. 81–90.
- Bergsten K.E., 1951. *Studies in Rural-Urban Interaction*, Vol. 3, *Lund Studies in Geography, Series B*. Gleerups.
- Bevis H.W., 1956. Forecasting Zonal Traffic Volumes. *Traffic Quarterly*, 10, s. 207–223.
- Blumenthal L.M., 1953. *Theory and Applications of Distance Geometry*. Oxford University Press, Oxford.
- Bridgman P.W., 1931. *Dimensional Analysis*. New Haven.
- Bunge W., 1962. *Theoretical Geography*, Vol. 1, *Lund Studies in Geography, Series C*. Gleerups.
- Carey H.C., 1858-1859. *Principles of Social Science*. Philadelphia.
- Carroll J. D., Bevis H.W., 1957. Predicting Local Travel in Urban Regions. *Papers and Proceedings of the Regional Science Association*, 3, s. 183–197.
- Carroll J.D. Jr., 1955. Spatial Interaction and the Urban-Metropolitan Regional Description. *Papers and Proceedings of the Regional Science Association*, 1, s. 1–14.
- Carrothers G.A.P., 1956a. Discussion: Gravity and Potential Models of Spatial Interaction. *Papers and Proceedings of the Regional Science Association*, 2, s. 196–198.
- Carrothers G.A.P., 1956b. A historical review of the gravity and potential concepts of human interaction. *Journal of the American Institute of Planners*, 22, s. 94–102.
- Carrothers G.A.P., 1958. Population Projections by Means of Income Potential Models. *Papers and Proceedings of the Regional Science Association*, 4, s. 121–152.
- Cavalli-Sforza L.L., 1962. The distribution of migration distances: models and applications to genetics. [W:] J. Sutter (red). *Les Déplacements Humains*. Deuxième Session des Entrentiens de Monaco en Sciences Humaines, Monaco, s. 139–158.
- Cavanaugh J.A., 1950. Formulation Analysis and Testing of the Interactance Hypothesis. *American Sociological Review*, 15, s. 763–766.
- Converse P.D., 1943. *A Study of Retail Trade Areas in East Central Illinois*, Vol. 41, *University of Illinois Bulletin. Business Studies*. University of Illinois.
- Converse P.D., 1946. *Retail Trade Areas in Illinois*, Vol. 43, *University of Illinois Bulletin. Business Studies*. University of Illinois.
- Converse P.D., 1949. New Laws of Retail Gravitation. *Journal of Marketing*, 14,

- s. 379–384.
- Dahl S., 1957. The Contacts of Västerås with the Rest of Sweden. [W:] D. Hannerberg, T. Hägerstrand, B. Odeving (red). *Migration in Sweden: A Symposium*, Vol. 13, *Lund Studies in Geography, Series B*. Lunds Universitet, s. 206–243.
- Dodd St. C., 1950. The Interactance Hypothesis: A Gravity Model Fitting Physical Masses and Human Groups. *American Sociological Review*, 15, s. 245–256.
- Domański R., 1963. *Zespoły sieci komunikacyjnych*, Vol. 14, *Prace Geograficzne IG PAN*. IG PAN, Warszawa.
- Dunajewski H., 1964. Algebra wymiarów i jej zastosowanie w teorii wzrostu. *Ekonomista*, 4.
- Dunn E.S., 1956. The Market Potential Concept and Analysis of Location. *Papers and Proceedings of the Regional Science Association*, 2, s. 183–194.
- Dziewoński K., 1961. Elementy teorii regionu ekonomicznego. *Przegląd Geograficzny*, 33, 4, s. 593–613.
- Garrison W.L., 1956. Estimation of parameters of spatial interaction. *Papers and Proceedings of the Regional Science Association*, 2, s. 280–288.
- Hägerstrand T., 1947. *En landsbygdsbefolknings flyttningsrörelser*, Vol. 23. Gleerups, Lund.
- Hägerstrand T., 1957. Migration and Area. [W:] D. Hannerberg, T. Hägerstrand, B. Odeving (red). *Migration in Sweden: A Symposium*, Vol. 13, *Lund Studies in Geography, Series B*. Lunds Universitet, s. 27–158.
- Hägerstrand T., 1962. Geographical Measurement of Migration Swedish Data. [W:] J. Sutter (red). *Les Déplacements Humains*. Deuxième Session des Entrentiens de Monaco en Sciences Humaines, Monaco, s. 61–83.
- Hammer C., Iklé F.C., 1957. Intercity Telephone and Airline Traffic Related to Distance and Propensity to Interact. *Sociometry*, 20, s. 306–316.
- Harris C.D., 1954. The market as a factor in the location of industry in the United States. *Annals of the Association of American Geographers*, 44, s. 315–348.
- Hellvig M., 1964. *Chicago's External Truck Movements: Spatial Interactions Between the Chicago Area and its Hinterland*, Vol. 90, *Research Paper*. Department of Geography University Chicago.
- Hellwig Z., 1963. *Regresja liniowa i jej zastosowanie w ekonomii*. Państwowe Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.
- Hennes R.G., 1953. Highway Classification in Washington. *Traffic Quarterly*, 7, s. 75–107.
- Huff D.L., 1961. Ecological Characteristics of Consumer Behaviour. *Papers and Proceedings of the Regional Science Association*, 7, s. 19–28.
- Iklé F.C., 1954. Sociological Relationship of Traffic to Population and Distance. *Traffic Quarterly*, 8, s. 123–136.
- Iklé F.C., 1955. Comment on T.R.Anderson's, Intermetropolitan Migration: A Comparison of Hypotheses of Zipf and Stouffer. *American Sociological Review*, 20, 6, s. 713–714.
- Isard W., 1960. *Methods of Regional Analysis: An Introduction to Regional Science*.

- Published jointly by the Technology Press of the Massachusetts Institute of Technology and Wiley, New York.
- Isard W., Freutel G., 1954. Regional and national product projections and their interrelations. [W:] *Long-range economic projections*, Vol. 16, *Studies in Income and Wealth*. National Bureau of Economic Research, Princeton University Press, Princeton, N.J.
- Jammer M., 1960. *Concepts of Space: The History of Theories of Space in Physics*. Harper, New York.
- Janowski B., 1908. O odległościach jako czynnika rozwoju kultury. *Archiwum Naukowe*, 4, 2, s. 1–6.
- Krzyżanowski W., 1957. Zagadnienia teoretyczno-ekonomiczne geografii transportu. *Przegląd Geograficzny*, 23, 2, s. 287–316.
- Kulldorf G., 1955. *Migration Probabilities*, Vol. 14, *Lund Studies in Geography, Series B*. Lunds Universitet, Lund.
- Lachene R., 1965. *Contribution à l'analyse de l'espace économique*, Vol. 6.
- Lange O., 1961. *Teoria reprodukcji i akumulacji*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.
- Lövgren E., 1956. The Geographical Mobility of Labour. A Study of Migrations. *Geografiska Annaler*, 38, 4, s. 344–394.
- Lukermann F., Porter P.W., 1960. Gravity and Potential Models in Economic Geography. *Annals of the Association of American Geographers*, 50, s. 493–505.
- Mackay J.R., 1958. The Interactance Hypothesis and Boundaries in Canada. A Preliminary Study. *The Canadian Geographer*, 11, s. 1–8.
- Morrill R.L., 1963. The Distribution of Migration Distances. *Papers and Proceedings of the Regional Science Association*, 11, s. 75–84.
- Myroie W., 1956. Evaluation of Intercity Travel Desire. Technical Report Bulletin 119, Highway Research Board, Washington.
- Perroux F., 1950. Economic Space: Theory and Applications. *Quarterly Journal of Economics*, 64, s. 89–104.
- Platt W.J., 1946. Evaluating Intercity Air Traffic. *Air Transport*, s. 55–60.
- Porter R., 1956. Approach to Migration through its Mechanism. *Geografiska Annaler*, 38, 4, s. 317–343.
- Price D.O., 1948. Distance and Direction as Vectors of Internal Migration 1935–1940. *Social Forces*, 27, s. 48–53.
- Ravenstein E.G., 1885. The Laws of Migration. *Journal of the Statistical Society*, 48, s. 167–235.
- Ravenstein E.G., 1889. The Laws of Migration. *Journal of the Statistical Society*, 52, s. 241–305.
- Reilly W.J., 1929. *Methods for the Study of Retail Relationships*, Vol. 2944, *University of Texas Bulletin*. University of Texas.
- Reilly W.J., 1931. *The Law of Retail Gravitation*. W.J.Reilly Inc., New York.
- Reynolds R.B., 1953. A Test of the Law of Retail Gravitation. *Journal of Marketing*, 17, s. 273–277.

- Stewart J.Q., 1948. Concerning social physics. *Scientific American*, 178, 5, s. 20–23.
- Stewart J.Q., 1941a. The "Gravitation" or Geographical Drawing Power of a College. *Bulletin American Association of University Professors*, 27, 70.
- Stewart J.Q., 1941b. An Inverse Distance Variation for Certain Social Influences. *Science*, 93, s. 89–90.
- Stewart J.Q., 1942. A Measure of Influence of Population at a Distance. *Sociometry*, 5, s. 63–71.
- Stewart J.Q., 1947a. Empirical Mathematical Rules Concerning the Distribution and Equilibrium of Population. *Geographical Review*, 37, s. 461–485.
- Stewart J.Q., 1947b. Suggested principles of "social physics". *Science*, 106, s. 179–180.
- Stewart J.Q., 1948. Demographic Gravitation: Evidence and Applications. *Sociometry*, 11, s. 31–58.
- Stewart J.Q., 1950a. The Development of Social Physics. *American Journal of Physics*, 18, s. 239–259.
- Stewart J.Q., 1950b. Potential of Population and its Relationship to Marketing. [W:] R. Cox, W. Alderson (red). *Theory in Marketing*. Homewood, Illinois, s. 19–40.
- Stewart J.Q., 1952. A Basis for Social Physics. *Impact of Science on Society*, 3, 2, s. 110–133.
- Stewart J.Q., 1958. Population Projections by Means of Income Potential Models. *Papers and Proceedings of the Regional Science Association*, 4, s. 153–154.
- Stewart J.Q., Warntz W., 1958a. Macrogeography and social science. *The Geographical Review*, 48, s. 167–184.
- Stewart J.Q., Warntz W., 1958b. Physics of population distribution. *Journal of Regional Science*, 1, 1, s. 99–123.
- Stouffer S.A., 1940. Interviewing Opportunities: A Theory Relating Mobility and Distance. *American Sociological Review*, 5, s. 845–867.
- Stouffer S.A., 1960. Interviewing Opportunities: and Competing Migrants. *Journal of Regional Science*, 2, s. 1–26.
- Taaffe E.J., 1959. Regional Employment and Population Forecasts via Relative Income Potential Models. *Papers and Proceedings of the Regional Science Association*, 5, s. 49–50.
- Taaffe E.J., 1962. The Urban Hierarchy: An Air Passenger Definition. *Economic Geography*, 38, s. 1–14.
- Tobler W., 1961. *Map transformations of geographic space*. Praca doktorska, University of Washington.
- Voorhees A.M., Sharpe G.B., Stegmaier J.T., 1955. Shopping Habits and Travel Patterns. Technical Report 11-B, Highway Research Board, Washington.
- Warntz W., 1955. A Methodological Consideration of Some Geographic Aspects of Newfoundland. Referendum on Confederation with Canada. *The Canadian Geographer*, 6, s. 39–49.

- Warntz W., 1956. Measuring Spatial Association with Special Consideration of the Case of Market Orientation of Production. *Journal of the American Statistical Association*, 51, 276, s. 597–604.
- Warntz W., 1957a. Contributions toward a Macroscopic Geography: A Review. *Geographical Review*, 47, s. 420–424.
- Warntz W., 1957b. Geography of prices and spatial interaction. *Papers and Proceedings RSA*, 3, s. 118–129.
- Warntz W., 1957c. Transportation, Social Physics and the Law of Refraction. *The Professional Geographer*, 9, 4, s. 2–7.
- Warntz W., 1958. Number of People and Distance as Basic Dimensions of Behavioral Science: A Macrogeographic Interpretation. Presented at Northwestern University Symposium on the Interrelations of Ecological and Behavioral Models and Behavioral Science.
- Warntz W., 1959a. Geography at Mid-Twentieth Century. *World Politics*, 11, 3, s. 442–454.
- Warntz W., 1959b. Progress in Economic Geography. [W:] P. James (red). *New Viewpoints in Geography*. E.J.Preston, Washington, s. 54–75.
- Warntz W., 1959c. Social Physics – A Macrogeographer Takes a Hard Look at College Envolments. *Princeton Alumni Weekly*, 60, s. 8–13.
- Warntz W., 1959d. Some Parameters of the Geographical Distribution of Population. *The Geographical Review*, 49, s. 270–272.
- Warntz W., 1959e. *Toward a Geography of Price*. University of Pennsylvania Press and Oxford University Press, Philadelphia and London.
- Warntz W., 1964. A new map of the surface of population potentials for the United States, 1960. *Geographical Review*, 54, 2, s. 170–184.
- Watson J.W., 1955. Geography – a Discipline in Distance. *The Scottish Geographical Magazine*, 71, s. 1–13.
- Whittaker E., 1947. *From Euclid to Eddington*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Wilson E.B., 1964. *Wstęp do badań naukowych*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.
- Young E.C., 1924. *The Movement of Farm Population*. Bulletin 426. Cornell Agricultural Experiment Station, Ithaca.
- Zipf G.K., 1946a. The $P_1 P_2 / D$ Hypothesis: On The Intercity Movement of Persons. *American Sociological Review*, 11, s. 677–686.
- Zipf G.K., 1946b. The $P_1 P_2 / D$ Hypothesis: The Case of Railway Express. *American Journal of Psychology*, 22, s. 3–8.

Zbyszko Chojnicki

Zakres i warunki zastosowania modelu potencjału w badaniach przestrzenno-ekonomicznych

Zastosowanie modelu potencjału w badaniach przestrzenno-ekonomicznych stanowi zasadniczą zmianę w podejściu do przestrzennego ujmowania zjawisk społeczno-ekonomicznych.

Podczas gdy dotychczasowe miary ograniczały się bądź do charakterystyki danego miejsca lub punktu, względnie określenia relacji między nimi, to model potencjału pozwala na kwantyfikację położenia miejsca (punktu lub obszaru) jako zbioru relacji do układu wszystkich innych miejsc.

Badanie relacji zostaje tu przeniesione na strukturę przestrzenną układu rozpatrywaną jako funkcjonalną całość (Warntz 1956, s. 599, Duncan 1957a, s. 36, Warntz 1959a, s. 54 i dalsze).

Określenie wielkości potencjału pozwala zsumować pewne własności danego układu przestrzennego i jest w zasadzie dla danego punktu bardzo precyzyjne. Na przykład porównanie potencjału populacji z gęstością populacji uwidacznia zasadniczą odmienną tych dwóch miar. Gdy gęstość populacji danego podobszaru jest zależna tylko od liczebności populacji tego podobszaru, to wielkość potencjału populacji danego podobszaru zależy od rozkładu populacji w całym zbiorze podobszarów.

Mimo że model potencjału nie jest bezpośrednio sprawdzalny, to jednak ma duże heurystyczne znaczenie.

W związku z tym należy się przeciwstawić pogładowi Lukermanna i Portera (1960) o małej wartości i przydatności modelu potencjału w badaniach przestrzenno-ekonomicznych.

Zastosowania modelu potencjału w badaniach przestrzenno-ekonomicznych dotyczą zasadniczo dwóch grup zagadnień:

- 1) opisu rozmieszczenia ludności i pewnych skorelowanych wielkości ekonomicznych;
 - 2) opisu zmian w rozmieszczeniu ludności.
- Pierwsza grupa zagadnień obejmuje:
- 1) pomiar przestrzennego rozmieszczenia ludności w postaci map potencjału ludności;
 - 2) badanie korelacji między wielkością potencjału a pewnymi wielkościami społeczno-ekonomicznymi;
 - 3) pomiar przestrzennej zmienności dochodu oraz popytu i podaży rynkowej.
- Druga grupa zagadnień dotyczy: