

- Warntz W., 1956. Measuring Spatial Association with Special Consideration of the Case of Market Orientation of Production. *Journal of the American Statistical Association*, 51, 276, s. 597–604.
- Warntz W., 1957a. Contributions toward a Macroscopic Geography: A Review. *Geographical Review*, 47, s. 420–424.
- Warntz W., 1957b. Geography of prices and spatial interaction. *Papers and Proceedings RSA*, 3, s. 118–129.
- Warntz W., 1957c. Transportation, Social Physics and the Law of Refraction. *The Professional Geographer*, 9, 4, s. 2–7.
- Warntz W., 1958. Number of People and Distance as Basic Dimensions of Behavioral Science: A Macrogeographic Interpretation. Presented at Northwestern University Symposium on the Interrelations of Ecological and Behavioral Models and Behavioral Science.
- Warntz W., 1959a. Geography at Mid-Twentieth Century. *World Politics*, 11, 3, s. 442–454.
- Warntz W., 1959b. Progress in Economic Geography. [W:] P. James (red). *New Viewpoints in Geography*. E.J.Preston, Washington, s. 54–75.
- Warntz W., 1959c. Social Physics – A Macrogeographer Takes a Hard Look at College Envolments. *Princeton Alumni Weekly*, 60, s. 8–13.
- Warntz W., 1959d. Some Parameters of the Geographical Distribution of Population. *The Geographical Review*, 49, s. 270–272.
- Warntz W., 1959e. *Toward a Geography of Price*. University of Pennsylvania Press and Oxford University Press, Philadelphia and London.
- Warntz W., 1964. A new map of the surface of population potentials for the United States, 1960. *Geographical Review*, 54, 2, s. 170–184.
- Watson J.W., 1955. Geography – a Discipline in Distance. *The Scottish Geographical Magazine*, 71, s. 1–13.
- Whittaker E., 1947. *From Euclid to Eddington*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Wilson E.B., 1964. *Wstęp do badań naukowych*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.
- Young E.C., 1924. *The Movement of Farm Population*. Bulletin 426. Cornell Agricultural Experiment Station, Ithaca.
- Zipf G.K., 1946a. The $P_1 P_2 / D$ Hypothesis: On The Intercity Movement of Persons. *American Sociological Review*, 11, s. 677–686.
- Zipf G.K., 1946b. The $P_1 P_2 / D$ Hypothesis: The Case of Railway Express. *American Journal of Psychology*, 22, s. 3–8.

Zbyszko Chojnicki

Zakres i warunki zastosowania modelu potencjału w badaniach przestrzenno-ekonomicznych

Zastosowanie modelu potencjału w badaniach przestrzenno-ekonomicznych stanowi zasadniczą zmianę w podejściu do przestrzennego ujmowania zjawisk społeczno-ekonomicznych.

Podczas gdy dotychczasowe miary ograniczały się bądź do charakterystyki danego miejsca lub punktu, względnie określenia relacji między nimi, to model potencjału pozwala na kwantyfikację położenia miejsca (punktu lub obszaru) jako zbioru relacji do układu wszystkich innych miejsc.

Badanie relacji zostaje tu przeniesione na strukturę przestrzenną układu rozpatrywaną jako funkcjonalną całość (Warntz 1956, s. 599, Duncan 1957a, s. 36, Warntz 1959a, s. 54 i dalsze).

Określenie wielkości potencjału pozwala zsumować pewne własności danego układu przestrzennego i jest w zasadzie dla danego punktu bardzo precyzyjne. Na przykład porównanie potencjału populacji z gęstością populacji uwidacznia zasadniczą odmienną tych dwóch miar. Gdy gęstość populacji danego podobszaru jest zależna tylko od liczebności populacji tego podobszaru, to wielkość potencjału populacji danego podobszaru zależy od rozkładu populacji w całym zbiorze podobszarów.

Mimo że model potencjału nie jest bezpośrednio sprawdzalny, to jednak ma duże heurystyczne znaczenie.

W związku z tym należy się przeciwstawić pogładowi Lukermanna i Portera (1960) o małej wartości i przydatności modelu potencjału w badaniach przestrzenno-ekonomicznych.

Zastosowania modelu potencjału w badaniach przestrzenno-ekonomicznych dotyczą zasadniczo dwóch grup zagadnień:

- 1) opisu rozmieszczenia ludności i pewnych skorelowanych wielkości ekonomicznych;
 - 2) opisu zmian w rozmieszczeniu ludności.
- Pierwsza grupa zagadnień obejmuje:
- 1) pomiar przestrzennego rozmieszczenia ludności w postaci map potencjału ludności;
 - 2) badanie korelacji między wielkością potencjału a pewnymi wielkościami społeczno-ekonomicznymi;
 - 3) pomiar przestrzennej zmienności dochodu oraz popytu i podaży rynkowej.
- Druga grupa zagadnień dotyczy:

- 4) przewidywania zmian w rozmieszczeniu ludności w ujęciu regionalnym;
 - 5) przewidywania rozwoju miast jako punktów sieci transportowej.
- Odrębne zagadnienie stanowi próba sformułowania:
- 6) potencjału uczestnictwa jako elementu przestrzennej organizacji decyzji planistycznych.

Pomiar przestrzennego rozmieszczenia ludności w postaci potencjału ludności oraz map potencjału ludności

Punktem wyjścia w zastosowaniu modelu potencjału w badaniach przestrzenno-ekonomicznych jest pomiar przestrzennego rozmieszczenia ludności w postaci potencjału ludności oraz przedstawienie go w postaci map potencjału ludności.

Potencjał ludności w danym punkcie L_0 jest funkcją rozkładu przestrzennego każdej jednostki populacji na danym obszarze. Teoretycznie, potencjał ludności w punkcie L_0 można obliczyć przez pomiar odległości każdej jednostki od tego punktu i zsumowanie odwrotności tych odległości.

Stąd też potencjał ludności wyraża się wymiarem osób na km.

Ponieważ jednak dostępne dane dotyczące rozmieszczenia ludności odnoszą się tylko do pewnych jednostek powierzchni to przyjmuje się, że ludność każdej jednostki przestrzennej koncentruje się w centrum lub jakimś innym wybranym punkcie w obrębie jednostki przestrzennej. Obliczenia wielkości potencjału dokonuje się więc przez pomiar odległości między punktem koncentracji danej jednostki przestrzennej, a punktami wszystkich innych jednostek rozpatrywanego obszaru na podstawie wzoru:

$$V_i = \sum_{j=1}^n \frac{P_j}{d_{ij}} \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (1)$$

gdzie

V_i – całkowity potencjał ludności jednostki przestrzennej i ;

P_j – liczba ludności jednostki przestrzennej j ;

d_{ij} – odległość między i a j .

Dokładność wyników jest oczywiście proporcjonalna do liczby jednostek przestrzennych będących podstawą obliczeń. W rezultacie im mniejszy jest obszar, dla którego posiadamy dane, tym całkowity potencjał ludności jest dokładniejszy.

Na podstawie obliczeń wielkości potencjału dla pewnej liczby punktów możliwa jest interpolacja graficzna potencjału dla innych punktów i konstrukcja linii ekwipotencjalnych.

W związku z pomiarem wielkości potencjału ludności nasuwają się trzy zagadnienia:

- 1) obliczenia wpływu potencjału ludności „na siebie”;
- 2) określenia wykładnika potęgowej odległości;
- 3) określenia wielkości i kształtu jednostek przestrzennych rozpatrywanego układu.

Zgodnie z określeniem pojęcia potencjału każda populacja stwarza potencjał w stosunku „do siebie”. Stąd też obliczenie całkowitego potencjału ludności danego miejsca wymaga włączenia wielkości potencjału tego miejsca, tj. punktu wyjściowego układu. Pozwala to określić wewnętrzną spójność rozpatrywanego miejsca (obszaru). Obliczenie potencjału w stosunku do „siebie” wymaga przyjęcia warunku, że populacja w punkcie i lub skoncentrowana wokół i znajduje się w odległości skończonej od i . Jeżeli odległość tej populacji od i wynosi zero, tj. $d_{ii} = 0$, to wartość V_i staje się nieskończenie wielka.

W praktyce ustalenie d_{ii} dla określenia wielkości potencjału w punkcie wyjściowym układu było dokonywane w dwojaki sposób:

- a) jako średnia odległość od centrum obszaru (lub miasta) do jego granic (Stewart 1947, s. 477, Stewart 1948, s. 48, Stewart i Warntz 1958a, s. 121, Warntz 1964, s. 178);
- b) przez dodanie stałej wielkości do d_{ii} np. $1 + d_{ii}$ (Anderson 1956, s. 178).

W zastosowaniu modelu potencjału do pomiaru rozmieszczenia ludności postać funkcji odległości nie ulegała w zasadzie zmianie i wynosiła $f(d) = d$. Jedynie Carrothers wprowadził arbitralnie trzy różne postacie funkcji odległości do pomiaru potencjału dochodu, a mianowicie $f(d) = d$, $f(d) = d^2$ i $f(d) = \sqrt{d}$, sprawdzając ich przydatność. Analiza ta wykazała, że postać funkcji $f(d) = d$ daje lepszy wynik aniżeli sformułowanie $f(d) = d^2$ oraz $f(d) = \sqrt{d}$ na obszarach zachodniej części USA. We wschodniej części USA, a w szczególności na obszarze północo-wschodu, postać $f(d) = d^2$ daje najlepszy rezultat. Powyższe badanie doprowadziło Carrothersa (1958, s. 149) do postawienia hipotezy, że opór odległości przeciw wzajemnemu oddziaływaniu jest wyższy na obszarach o większej gęstości zaludnienia.

Mimo braku studiów dotyczących zastosowania modelu potencjału, w których wykładnik potęgowej odległości b w funkcji odległości $f(d) = d^{-b}$ byłby określony empirycznie, analogicznie jak w modelu grawitacji, to jednak niektórzy autorzy dopuszczają taką możliwość (Isard 1960, s. 507). Stewart i Warntz (1958b, s. 119) stwierdzają, że wprowadzenie innych wielkości niż to wynika z analogii do pojęcia potencjału, tj. pierwszej potęgi zmiennej odległości jest błędem¹. Należy w związku z tym zwrócić uwagę, że gdy wykładnik potęgowej odległości stopniowo wzrasta ($b > 1$), to wpływ jakiegokolwiek oddalonego punktu na wielkość potencjału w punkcie wyjściowym spada. Kiedy wykładnik jest wysoki to oddalone populacje nie mają wpływu i potencjał wykazuje tendencję do pomiaru wpływu jedynie wyjściowej populacji. Kiedy natomiast $d_{ij} = 0$, to potencjał ludności jest wszędzie taki sam i równa się sumie ludności rozpatrywanego obszaru (Isard 1960, s. 516).

Wybór właściwego układu jednostek przestrzennych, tj. punktów odniesienia, wymaga rozpatrzenia zależności, jakie zachodzą między wielkością i kształtem jednostki (regionu) a przestrzennym rozmieszczeniem populacji. Wpływ wielkości jednostki przestrzennej związany jest z tym, że w praktyce obliczania potencjału

¹ Autorzy ci dowodzą, że jeżeli $b > 2$, to wielkość potencjału przybiera wartość nieskończenie wielką dla skończonego rozkładu gęstości zaludnienia. Jest tak, ponieważ wielkość $\pi r^2 D / r^b = \pi D / r^{b-2}$, a gdy $b > 2$, to $r \rightarrow \infty$, a wielkość ta zmierza również do nieskończoności.

przyjmuje się założenie o pomiarze ludności w postaci skoncentrowanej w jakimś wybranym punkcie obszaru, a odległość ustala się między tymi punktami koncentracji jak „przeciętną” wielkość. Wraz z wzrostem wielkości jednostki przestrzennej ta „przeciętna” odległość staje się coraz mniej dokładną miarą odległości między elementami populacji.

Wpływ kształtu jednostki przestrzennej na obliczenie wielkości potencjału wynika z faktu, że im kształt ten staje się bardziej nieregularny, tym bardziej krytyczna jest aproksymacja punktu koncentracji jako środka obszaru. Zagadnienia te postawione przez Dunna (1956) zostały zanalizowane przez Carrothersa (Carrothers 1958, s. 124-132). Z analizy Carrothersa wypływają następujące postulaty, jakie powinien spełniać układ jednostek przestrzennych (regionów) dla obliczenia potencjału populacji:

- 1) brak koncentracji ludności na obszarach peryferyjnych regionu;
- 2) posiadanie określonego węzłowego ośrodka grawitacji ludności;
- 3) koincydencja ośrodka grawitacji ludności i ośrodka grawitacji obszaru fizycznego;
- 4) regularność fizycznego kształtu obszaru;
- 5) w przybliżeniu proporcjonalnie równa wielkość regionu w stosunku do obszarów przyległych regionów, gdy gęstość ludności jest względnie jednolita i odpowiednio mała wielkość, gdy gęstość ludności jest wysoka.

Ze względu na zbiór powyższych postulatów układ regionów jest najlepszy wówczas, gdy suma odchyleń od tych kryteriów jest najmniejsza.

W oparciu o zlokalizowane na mapie wartości całkowitego potencjału ludności różnych punktów odniesienia sporządzono szereg map potencjału. Mapy takie opracowali pierwotnie Stewart (1945, 1947, 1950) dla różnych części świata oraz USA, Kirk (1946), następnie Stewart i Warntz (1958a,b), Warntz (1959b,c, 1964), Duncan (1957a), Norborg (1962), a ostatnio także Kosiński (1965).

Mapę potencjału opracowuje się przy zastosowaniu metody izarytmicznej (izolinii), która najlepiej nadaje się do przedstawienia zjawisk występujących w sposób ciągły. Linie potencjału jako izarytmy teoretycznie są miejscem geometrycznym punktów jednakowej wartości potencjału.

Wykreślenie linii potencjału dokonuje się przez interpolację między dwoma punktami odniesienia o określonej wartości potencjału. Punkt odniesienia reprezentuje pole podstawowe, przyjmując wartość odnoszącą się do tego pola.

Polem podstawowym jest zwykle jednostka administracyjna lub regionalna. Przy opracowaniu mapy potencjału ludności USA (1940 r.) Stewart (1947, s. 476) podzielił ten obszar na podregiony, zakładając, że ludność każdego podregionu koncentruje się w jednym punkcie; nie podaje jednak bliżej sposobu określenia tego punktu. Warntz (1964, s. 170-184) przyjął dla mapy potencjału ludności USA (1960 r.) za podstawową jednostkę przestrzenną – powiat, a jako punkty odniesienia główny ośrodek ludności powiatu. Mapy potencjału ludności Polski oparto na układzie powiatowym; punkty odniesienia stanowią miasta powiatowe (Kosiński

1965, s. 358)². Odległości między punktami odniesienia obliczono według wzoru

$$d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}. \quad (2)$$

Odstępy między liniami jednakowego potencjału ustala się na podstawie rozpiętości między wartościami potencjału.

Wielkość tego interwału zależy od urozmaicenia powierzchni potencjału oraz od skali mapy.

Układ linii potencjału odzwierciedla konfigurację powierzchni potencjału. Analiza przeprowadzona przez Stewarta i Warntza wykazuje (Stewart 1947, s. 473-480, Stewart i Warntz 1958b, s. 118-123, Warntz 1964, s. 175), że pomiędzy ukształtowaniem powierzchni potencjału i powierzchni topograficznej istnieje pewne szczególne podobieństwo. Pozwala to wyróżnić na powierzchni potencjału analogiczne formy jak na powierzchni topograficznej, a mianowicie szczyty, obniżenia, siodła, łęki, grzbiety, masywy oraz linie nachylenia i linie grzbietowe. Znajomość tych form i charakterystycznych punktów linii stanowi podstawę konstrukcji miar złożoności powierzchni potencjału.

Szczytowy potencjał wykazują miasta. W pobliżu szczytu izolinie mają układ współśrodkowy. Dno obniżenia może mieć również wysoki potencjał, ale jest to lokalne minimum, od którego obserwuje się wznoszenie powierzchni potencjału we wszystkich kierunkach. Odtworzenie na mapie każdego lokalnego szczytu czy obniżenia zależy przede wszystkim od wybranego interwału; prawdopodobieństwo uchwycenia tych form maleje ze wzrostem wielkości interwału.

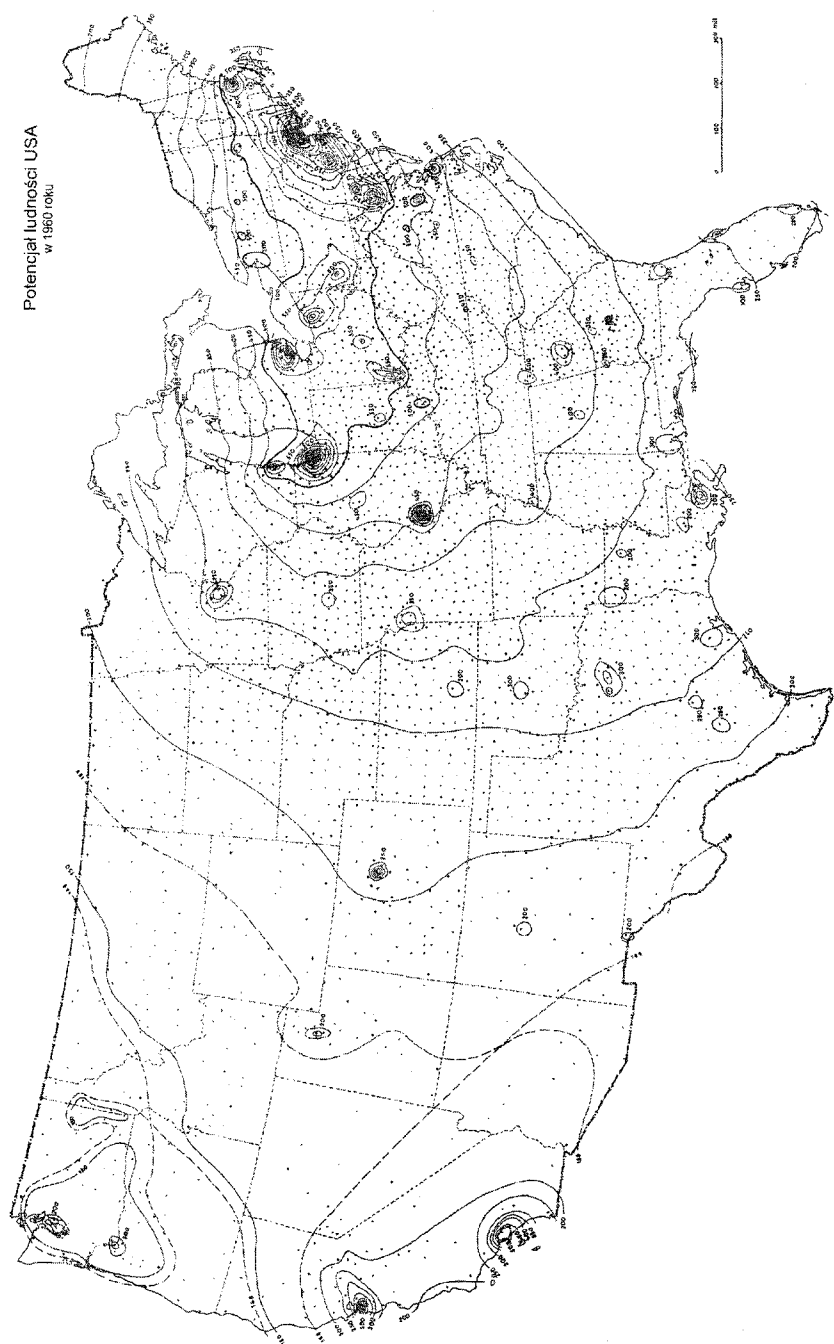
W praktyce kieruje się tu zasadą wyboru mniejszego odstępu między izoliniami dla powierzchni mało urozmaiconej, o drobnych formach, gdyż wtedy lepiej uwidaczniają się różnice urzeźbienia powierzchni. Dla powierzchni silnie zróżnicowanej odstęp może być większy.

Należy podkreślić, że przyczyną nieuchwycenia form niższego rzędu może być także metoda obliczania punktowych wartości.

W ścisłym związku z wielkością interwału pozostaje możliwość ukazania rozciągłości powierzchni okołoszczytowej (w granicach której obserwujemy wznoszenie się powierzchni potencjału w kierunku danego szczytu). Przedstawienie na mapie najbardziej zewnętrznej, zamkniętej izolinii, otaczającej określony szczyt zależy bowiem od tego, czy jej wartość stanowi całkowitą wielokrotność odstępu linii potencjału.

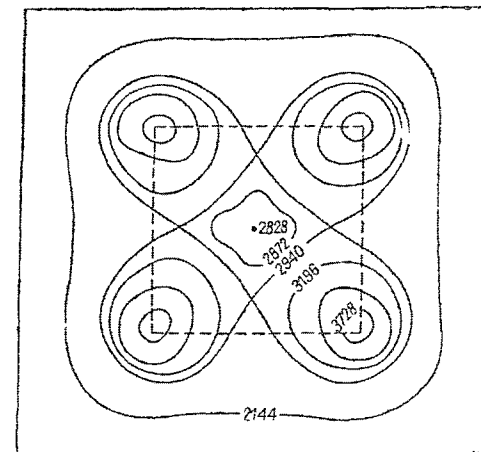
Odmienne formy rozmieszczenia ludności tworzą na mapie potencjału siodła (przełęcz) i łęki. Siodło to forma obniżenia powierzchni między dwoma szczytami. Wzniesienie między obniżeniami nosi nazwę łęku. Aby znaleźć siodło towarzyszące danemu szczytowi, określa się najbardziej zewnętrzną zamkniętą izolinię okołoszczytową. Siodło istnieje w punkcie przecięcia, czyli samoskrzyżowania się izolinii, która tworzy dwie pętle: po jednej dokoła każdego z dwu sąsiednich szczytów.

² Według Kosińskiego lokalizacja punktu odniesienia dla map potencjału Polski polegała na podaniu jego współrzędnych w układzie 2500 kwadratów (50 × 50), na które podzielono mapę Polski w skali 1 : 1 000 000.



Ryc. 1. Mapa potencjału ludności USA w 1960 r.
Źródło: Warntz (1964).

Rycina 2 przedstawia linie potencjału dla hipotetycznego rozmieszczenia 4 równych koncentracji ludności w wierzchołkach kwadratu i ukazuje zależność między szczytami, siodłami i obniżeniem w przypadku tego rozmieszczenia.

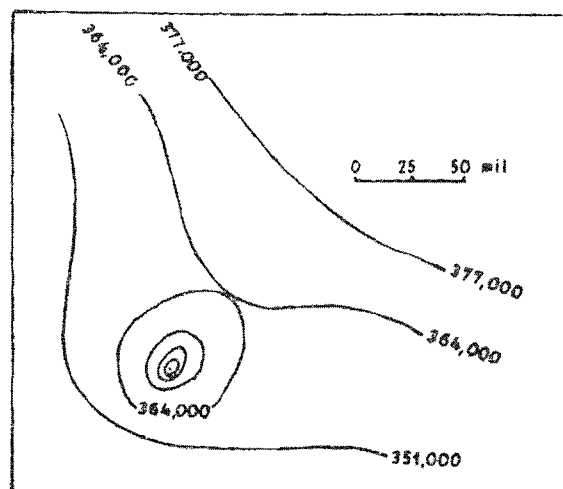


Ryc. 2. Hipotetyczny układ linii ekwipotencjalnych
Źródło: Stewart (1947, s. 475).

Izolinie poza zewnętrzną linią o wartości 2144 stają się koliste; w pobliżu czterech koncentracji mogą być rozpatrywane jako współśrodkowe. Masyw powyżej poziomu 2940 rozdziela się na 4 szczyty, każdy z nich wznosi się powyżej 3728. Dno centralnego obniżenia spada do minimum 2828, ale pomimo tego zalega powyżej poziomu nizin pozaszczytowych.

Ryciny 3 i 4 przedstawiające rozmieszczenie potencjału ludności w 1960 r. odpowiednio dla miast Memphis i Phoenix zawierają klasycznie wykształcone siodła, towarzyszące każdemu z tych miast. W przypadku Memphis izolinia 364 000 osób na milę tworzy jedną pętlę dokoła miasta oraz drugą pętlę otaczającą rozległą powierzchnię USA z maksimum w mieście Nowy Jork wraz z Chicago, Bostonem, Filadelfią, Detroit i Baltimore. Siodło Phoenix o wartości 175 000 osób na milę określa pętlę tego miasta styczna do pętli obejmującej San Francisco i Los Angeles. Takie izolinie o postaci „cyfry 8” istnieją także na powierzchni fizycznej, w przypadku górskich przełęczy. Jednak na mapie topograficznej stosuje się wygięcia nieistniejące w rzeczywistości, aby uniknąć krzyżowania się linii albo stycznej pętli, gdyż dwie linie o różnej wartości nie mogą przecinać się na powierzchni.

Na mapie potencjału te komplikacje nie występują, ponieważ krzyżująca się izolinia ma jedną, stałą wartość.



Ryc. 3. Linie potencjału dla miasta Memphis
Źródło: Warntz (1964, s. 180).

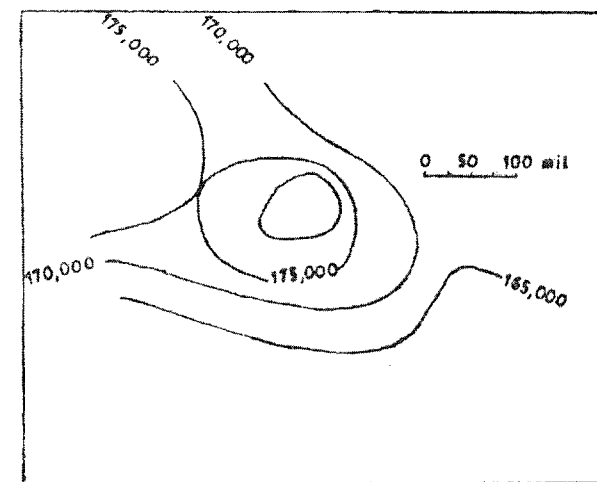
Można zauważyć, że nie każde miasto na mapie potencjału zaznacza się w postaci szczytów niezależnie od wielkości interwału.

Na obszarze rolniczym kontury ekwipotencjalne są liniami równoległymi, biegnącymi w równych, małych odstępach; gradient jest wtedy jednakowy. Natomiast izolowane miasto otaczają mniej lub bardziej koliste linie konturowe o nachyleniu radialnym na zewnątrz. Gdy małe miasto leży w okręgu rolniczym, mamy do czynienia z nakładaniem się tych dwóch układów. Superpozycję stanowi jeden system izolinii. Jeśli miasto (lub nawet wieś) jest bardzo małe, wtedy pętla nie występuje, nie obserwujemy również zamkniętych izolinii. Tworzy się jedynie wydłużona wypukłość powierzchni – grzbiet wyniesiony powyżej głównego poziomu potencjału.

Warunkiem występowania lokalnego szczytu jest wyższa wartość gęstości zaludnienia, uśredniona dla miast, od wartości jednolitego gradientu mierzonego w pewnej odległości, poza zasięgiem wpływu miasta.

Stąd nawet duże miasta leżące w sąsiedztwie Nowego Jorku (gdzie główny gradient jest bardzo silny) nie stanowią lokalnych szczytów. Jest to zjawisko rozrywania miast, dobrze znane w pobliżu wielkich miast; potężna grawitacja centralnej metropolii rozrywa miasta-satelity.

Rycina 5-I przedstawia profil powierzchni potencjału hipotetycznego izolowanego miasta. Poziome linie biegnące w równych odstępach reprezentują płaszczyzny poziome, które przecinają powierzchnię potencjału wzdłuż określonych zamknię-



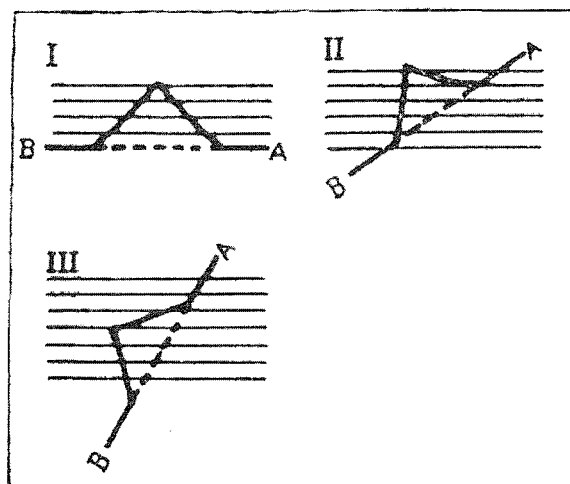
Ryc. 4. Linie potencjału dla miasta Phoenix
Źródło: Warntz (1964, s. 180).

tych linii. Kiedy linie przecięcia rzutujemy (stosując rzut ortograficzny) na płaszczyznę odniesienia, otrzymujemy obraz powierzchni w postaci mapy linii konturowych potencjału. W sytuacji 5-II gradient nie jest dość silny, aby uniemożliwić istnienie siodła i lokalnie zamkniętych linii. Natomiast w przypadku 5-III – wzdłuż linii nachylenia pojawi się tylko wygięcie linii potencjału. Pewnym sprawdzianem poprawności konstrukcji mapy potencjału ludności jest sformułowany przez Maxwella i Morse'a teoremat topologii, która stwierdza, że na powierzchni ograniczonej zamkniętą linią ekwipotencjału liczba szczytów plus liczba obniżen minus liczba siodła równa się jeden.

Na mapie potencjału ludności USA (1960 r.) Warntza (ryc. 1) interwał wynosi 50 000 osób na milę poniżej wartości 1 mln i 500 000 osób na milę powyżej tej wartości. W dwóch przypadkach wprowadzono nawet nieregularny interwał, aby uchwycić charakterystyczne formy. Linia o wartości 168 000, z największym w kraju demograficznym siodłem w punkcie samoskrzyżowania się tworzy pętlę obejmującą wielki masyw z *maximum maximorum* w Nowym Jorku oraz mniejszą pętlą zawierającą masyw Los Angeles i San Francisco.

Drugi wyjątek stanowi izolacja 148 000, która wewnątrz większej pętli zamyka oba poprzednie masywy, a w mniejszej pętli obejmuje Seattle, Spokane i Portland. Siodło na tej izolacji znajduje się w pn.-wsch. części Oregonu.

Wzdłuż wybrzeża środkowego Atlantyku ciągnie się grzbiet z wieloma szczy-



Ryc. 5. Profile powierzchni potencjału

Źródło: Warntz (1964, s. 182).

tami: najwyższy z nich stanowi Nowy Jork. Pod kątem prostym do tego grzbietu biegnie największa oś kraju, nachylona łagodnie z powierzchnią płaskowyżu rozciągającego się w kierunku Chicago i na zachód. Z tej powierzchni wyrasta wiele szczytów, które tworzą drugą linię grzbietową: od Toledo przez Youngstown do Pittsburga i dalej w kierunku wschodnim do środkowej Pensylwanii.

Denver, Salt Lake City, Nowy Orlean, Minneapolis – St. Paul wykazują względną izolację. Na zachodzie wyraźnie wykształcony jest Masyw Zachodniego Wybrzeża z dwoma głównymi szczytami Los Angeles i San Francisco oraz wyczuwalnym siodłem (6 tys. mil na północo-zachód od Bakersfield).

Warto podkreślić, że w warunkach idealnie równomiernego rozmieszczenia ludności na obszarze jakiegoś kraju najwyższy potencjał występowałby w centrum geometrycznym kraju, malejąc ku granicom, a izolinie układałyby się w postaci kół współśrodkowych.

Badanie korelacji między wielkością potencjału ludności a pewnymi wielkościami społeczno-gospodarczymi

Użyteczność pomiaru potencjału ludności została w pewnym stopniu wykazana przez wykrycie związków, jakie zachodzą między wielkością potencjału a pewnymi

wielkościami społeczno-ekonomicznymi³. Badania prowadzone przez Stewarta i częściowo Warntza ujawniły, że przestrzenna zmienność szeregu zjawisk społeczno-ekonomicznych na obszarze USA i Wielkiej Brytanii jest związana z przestrzenną zmiennością potencjału ludności. W szczególności stwierdzono istnienie zależności między kształtowaniem się wielkości potencjału ludności ($V_i = 10^4$ osób na milę) na obszarach 28 stanów USA dla 1940 r. a:

- 1) gęstością ludności wiejskiej (osób na milę²) $0,0336 \cdot V^2$,
- 2) gęstością nierolniczej ludności wiejskiej $0,000562 \cdot V^2$,
- 3) rentą nierolniczej ludności wiejskiej (dolarów miesięcznie na rodzinę) $0,556 \cdot V$,
- 4) wartością ziemi farmerskiej (dolarów na akr) $0,050 \cdot V^2$,
- 5) długością linii kolejowych (na milę²) $0,00413 \cdot V$,
- 6) długością dróg wiejskich (na milę²) $0,00517 \cdot V^{3/2}$.

Zależność, jaka zachodzi między gęstością ludności a potencjałem ludności, wyraża następujące równanie:

$$D_r = kV^2 \quad (3)$$

gdzie

D_r – gęstość ludności wiejskiej danego obszaru;

V – potencjał ludności danego obszaru;

k – stała dla danej grupy ludności.

Równanie to jest równoważne z równaniem:

$$P_r = kV^2 A \quad (4)$$

gdzie P_r liczba ludności wiejskiej małego obszaru A wykazującego potencjał V .

Sumując powyższe założenia dla całego rozpatrywanego obszaru, uzyskuje się:

$$P_r = k \sum V^2 A. \quad (5)$$

Równanie (5) pozwala na określenie wielkości k na podstawie danych, przy czym wartości V można uzyskać z mapy potencjału dla każdego obszaru A (Stewart 1947, s. 482).

Równanie (3) wyraża równowagę między wielkością ludności wiejskiej a całkowitym zaludnieniem.

Stewart i Warntz (1958b, s. 113) zwracają uwagę, że w powyższej relacji potencjał ludności nie daje ścisłego wyniku i stanowi całościowy miernik, który jest pierwszym przybliżeniem w badaniach geograficznej zmienności poszczególnych wielkości.

³ Stewart (1958, s. 154), interpretując rolę potencjału ludności, stwierdza, że sam potencjał nie wywiera wpływu socjologicznego. Stanowi tylko jeden z czynników (często przodujący) całkowitego „natężenia socjologicznego”; pojęcia tego jednak nie definiuje. Pojęcie „natężenia socjologicznego” odpowiada – według Stewarta i Warntza (1958b, s. 723) – statystycznej koncepcji temperatury w fizyce.

Zależność wyrażona równaniem (3) pozwala według Stewarta i Warntza na określenie wskaźnika centralnej koncentracji ludności wiejskiej. Wskaźnik taki oznaczony q da się wyrazić wzorem:

$$q = \frac{P_T k}{W} \text{ przy czym } W = \frac{P_r}{P_T} \quad (6)$$

gdzie

P_T – liczba ludności całkowitego obszaru A ;

P_r – liczba ludności wiejskiej obszaru A ;

k – stała jak we wzorze (3).

Jeżeli A stanowi całkowity obszar, na którym populacje P_r i P_T są rozproszone, to wielkość P_r można przedstawić jako:

$$P_r = \int D_r dA = k \int V^2 dA \quad (7)$$

a wielkość q jako:

$$q = \frac{P_T^2}{\int V^2 dA}. \quad (8)$$

Można teraz wykazać, że wielkość $\int V^2 dA$, na danym obszarze dla stałej liczby ludności P_T , jest większa, jeżeli populacja jest silnie skoncentrowana w pobliżu centrum obszaru, a mniejsza gdy znajduje się w pobliżu granicy obszaru. Stąd mała wartość q wskazuje na centralną koncentrację ludności, średnia wartość ma równomierny rozkład, wysoka wartość natomiast ma graniczny rozkład⁴. Tak pojmowany miernik koncentracji może stanowić podstawę dla określenia stopnia jednolitości obszaru, a tym samym pozwala odróżnić obszary jednolite od węzłowych.

Tabela 1. Parametry gęstości ludności wiejskiej

Region		P_T mln	P_r mln	$10^{12}K$	W	q
USA	1900	76,0	45,8	880	0,603	0,121
	1930	122,9	53,8	425	0,439	0,119
	1940	137,7	57,2	351	0,435	0,106
Europa	1930	499,7	312,8	149	0,644	0,116
Meksyk	1930	16,4	11,0	3820	0,671	0,093
Anglia i Walia	1951	43,7	8,4	555	0,192	0,126

Źródło: Stewart i Warntz (1958b, s. 113).

Inne badania Stewarta (1948, s. 39 i dalsze) oparte na danych dotyczących 253 powiatów wiejskich na tym samym obszarze co w poprzednich badaniach, tj. 28 stanów USA dla 1940 r., ujawniły dalsze zależności między potencjałem ludności a:

⁴ Stewart i Warntz przedstawiają tablicę podstawowych parametrów gęstości ludności wiejskiej (tab. 1).

- 1) gęstością ludności $0,0301 \cdot V^2$;
- 2) liczbą pracowników przemysłowych na milę² $7,45 \cdot 10^{-9} \cdot V^5$;
- 3) stopą śmiertelności (na 1000 mieszkańców rocznie, średnio dla lat 1939-1940) $1,97 \cdot V^{1/2}$.

W obu grupach przedstawionych badań analiza danych ograniczała się do przedstawienia diagramów rozkładu punktów i dopasowania linii regresji bez zastosowania właściwych metod estymacji typu metody najmniejszych kwadratów⁵.

Obok tego w pewnym stopniu prymitywizmu analitycznego istotnym zarzutem, jaki można sformułować w stosunku do przedstawionych badań, jest przede wszystkim ograniczenie się do analizy jedynie części obszaru kraju, tj. 28 stanów, a następnie dość dowolne ich pogrupowanie w 11 jednostek przestrzennych⁶. Ograniczenie się do części USA należy uznać za sprzeczne z podstawowym postulatem traktowania potencjału ludności jako miary struktury lub całości układu przestrzennego, jaki stanowi obszar kraju (Stewart i Warntz 1958a, s. 168).

Z innych zależności, jakie zachodzą między potencjałem ludności a pewnymi wielkościami społeczno-ekonomicznymi, należy wyróżnić sformułowanie zaproponowane przez Stewarta i Warntza (Stewart i Warntz 1958b, s. 102 oraz 106 i dalsze), oparte na badaniu zmienności potencjału ludności miast w USA i Wielkiej Brytanii, stwierdzające, że miasta tej samej klasy wielkości o niskim potencjale ludności wykazują tendencje do posiadania większego obszaru (miasta), niższych podatków i nadwyżki urodzin nad umieralnością aniżeli miasta o wyższym potencjale.

Badanie relacji między gęstością ludności wiejskiej (y) a potencjałem ludności (X_1) rozszerzyła Duncan⁷, wprowadzając dodatkowe zmienne, reprezentujące obok potencjału ludności wpływ innych czynników na gęstość ludności wiejskiej⁸. Są to: X_2 = log odległości niemetropolitalnego ekonomicznego obszaru stanowego do najbliższej metropolii; X_3 – wskaźnik urbanizacji obszaru; X_4 – wskaźnik przewodnictwa gruntu Albrechta jako miernika jakości gleby. Wnioski z zastosowanej analizy regresji są następujące: 1) wpływu potencjału ludności na gęstość ludności rolniczej nie da się wyjaśnić, gdy się wprowadzi dodatkowe zmienne; 2) wpływ potencjału jest co najmniej częściowo niezależny od odległości do danego ośrodka metropolitalnego i wpływu lokalnej koncentracji ludności; 3) „przyciąganie” potencjału jest wystarczająco silne, aby wyciągnąć poważną część ludności rolniczej z terenów o najlepszej glebie. Zastosowanie analizy regresji sugeruje tu potrzebę rozwoju modeli ujmujących jednocześnie te aspekty ludnościowe, które są zwykle badane oddzielnie, tj. lokalizacji miast, zmienności gęstości ludności i orientacji ośrodków metropolitalnych.

Badania korelacji między kształtowaniem się wielkości potencjału zapotrzebowania na produkty rolnicze a rozmieszczeniem niektórych elementów produkcji rolniczej przeprowadzone zostały dla Polski w układzie wojewódzkim przez Ro-

⁵ Por. uwagi Stewarta (1948) dotyczące metody aproksymacji.

⁶ Należy zwrócić uwagę na fakt stosowania różnych wag (1, 0; 0, 8; 2, 0) dla grup stanów.

⁷ B. Duncan.

⁸ Według O.D. Duncana (1957b, s. 368).

kite (1963, s. 47-52). Wielkość potencjału zapotrzebowania Rokita oblicza według wzoru (1), przyjmując jako masę (P) liczbę ludności nierolniczej poszczególnych województw łącznie z miastami wojewódzkimi, a jako odległość (d) długość linii kolejowych pomiędzy odnośnymi miastami wojewódzkimi⁹. Najwyższe natężenie potencjału zapotrzebowania przypada na województwo katowickie z przyległymi do niego częściami województw opolskiego i krakowskiego; najniższe natężenie natomiast na województwa północne i wschodnie. Wyniki obliczenia współzależności za pomocą nieparametrycznej metody korelacji rangi Kendalla wskazuje na istotną współzależność między potencjałem zapotrzebowania, a wskaźnikiem produkcji mleka, warzyw, zbóż i ziemniaków, pogłowia zwierząt, produkcji końcowej i towarowej na jednostkę powierzchni użytków rolnych. Dość silna współzależność występuje również między potencjałem zapotrzebowania a intensywnością gruntów ornych, obliczoną przez Schramma dla lat 1952-1954, oraz gęstością ludności rolniczej.

Stosunkowo wysoka korelacja między potencjałem zapotrzebowania a gęstością zaludnienia rolniczego nasunęła przypuszczenie, czy ta ostatnia wielkość nie wyjaśnia lepiej rozmieszczenia badanych elementów niż potencjał. Obliczenie odpowiednich współczynników korelacji wykazuje jednak, że potencjał lepiej wyjaśnia rozmieszczenie produkcji mleka, warzyw i zbóż.

Badania Rokity wykazują, że potencjał zapotrzebowania wyjaśnia w znacznej mierze rozmieszczenie produkcji i artykułów rolnych, które nie będąc bezpośrednio związane z rynkiem lokalnym, wykazują jednak znaczny stopień wrażliwości na dalsze przewozy¹⁰.

Wyniki badania korelacji wykazują, że znajomość związku korelacyjnego między potencjałem a innymi wielkościami dotyczącymi rozmieszczenia produkcji rolnej pozwoli wykorzystać pojęcie potencjału dla analizy istniejącego rozmieszczenia oraz dla celów prognostycznych. Wymaga to jednak bardziej systematycznego i szczegółowego badania również w ujęciu dynamicznym.

Pomiar przestrzennej zmienności dochodu oraz popytu i podaży rynkowej

Zastosowanie modelu potencjału do badania przestrzennej zmienności dochodu, popytu i podaży rynkowej znalazło swój wyraz w sformułowaniu pojęcia potencjału dochodu, potencjału rynkowego, popytu i podaży.

⁹ Dla określenia potencjału na „siebie” Rokita przyjmuje jako odległość (d_{ii}) połowę promienia koła o powierzchni równej powierzchni danego województwa. Należy zauważyć, że bliżej nie wyjaśnia on pojęcia potencjału zapotrzebowania. Fakt, że jako jednostkę pomiaru potencjału zapotrzebowania wprowadza mln jednostek zbożowych na 10 km świadczy o tym, że dokonuje ważenia potencjału ludności przez bliżej nieokreśloną wielkość jednostek zboża, o czym jednak nie wspomina.

¹⁰ Zastrzeżenia co do tych wyników badań nasuwa zbyttna generalizacja wynikająca ze szczupłej bazy analitycznej wynoszącej 17 punktów odniesienia.

Pojęcie potencjału dochodu zostało sformułowane przez Isarda i Freutela (1954, s. 427-471). Wychodząc ze sformułowania pojęcia potencjału ludności, można określić potencjał dochodu wytworzony przez jakikolwiek region j w innym regionie i jako:

$$V_{ij} = \frac{kY_j}{d_{ij}} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (9)$$

a potencjał wytworzony przez wszystkie regiony danego systemu w regionie i jako:

$$V_i = \sum_{j=1}^{j=m} \frac{K_j Y_j}{d_{ij}} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (10)$$

gdzie

Y_j – dochód regionu j ;

k, K_j – stałe;

d_{ij} – odległość regionu i od regionu j .

Pojęcie potencjału dochodu zostało wykorzystane przez Isarda i Freutela przy budowie prognoz regionalnych do określenia wpływu położenia regionu na kształtowanie się tych współzależności gospodarczych między regionami, które zależą od dzielących je odległości.

Przy budowie prognoz produktu regionalnego trzeba wziąć pod uwagę kierunki i wskaźniki zmian produktu regionalnego innych regionów. Takie współzależności zależą nie tylko od struktury przemysłowej innych regionów, lecz także od dzielącej je odległości, która osłabia związki gospodarcze oraz wpływ wymiany międzyregionalnej.

Kształtowanie się wielkości potencjału dochodu regionu rzuca światło na jego sytuację ekonomiczną. Oczekuje się, że gdy potencjał dochodu jest niski, region ze względu na swoje oddalenie od rynku zbytu i wysokie koszty transportu będzie miał słabe powiązania międzyregionalne. W przypadku, gdy natomiast potencjał jest wysoki, należy oczekiwać silnych powiązań.

Potencjał dochodu stał się również przedmiotem badań empirycznych ze względu na zależności występujące między jego wielkością a różnymi innymi wielkościami. Stewart i Warntz ujawnili szereg takich zależności o postaci równania $\log y = -a \pm b \log x$, gdzie x przedstawia wielkość potencjału dochodu wyrażoną w mln dolarów na milę, a y różne wielkości, np. gęstość dochodu (w tys. dolarów na milę), gęstość sieci telefonicznej (w tys. mil na milę²), gęstość sieci kolejowej i drogowej (w setkach mil na milę²), gęstość dochodu na obszarach wiejskich (w tys. dolarów na milę²), obszar rynkowy hurtu blawatniczego (w tys. mil²), wielkość obszarów stanowych (w tys. mil²), średnia wielkość farm (w akrach) i inne (Stewart i Warntz 1958a, s. 175 i dalsze).

Należy podkreślić, że w przeciwieństwie do wcześniejszych badań tego typu Stewart i Warntz stosowali tu bardziej rygorystyczne metody analizy statystycznej, posługując się dla aproksymacji metodą najmniejszych kwadratów. Część badań oparta jest też na losowym wyborze próby 100 powiatów wiejskich. Wyniki tych

badania wykazują dość znaczne zróżnicowanie wykładników potęgowych potencjału dochodu¹¹.

Pojęcie potencjału wprowadzone przez Harrisa jest analogiczne do potencjału ludności. Potencjał rynkowy określa Harris (1954) jako sumę dostępu poszczególnych rynków do danego punktu i wyraża w postaci wzoru:

$$P = \sum \left(\frac{M}{d} \right) \quad (11)$$

gdzie

P – potencjał rynkowy danego punktu (miasta);

M – wielkość sprzedaży detalicznej powiatu jako miara masy;

d – koszt transportu lądowego jako miara odległości¹².

Opracowana na tej podstawie mapa potencjału rynkowego USA pozwala według Harrisa mierzyć dostępność dowolnego powiatu do rynku krajowego. Miara ta ma według niego znaczenie dla analizy lokalizacyjnej, gdy lokalizacja ta ma charakter rynkowy. W związku z tym Harris prezentuje drugi rodzaj mapy, która dotyczy kosztów transportu do rynku krajowego. W tym celu wyznacza dla każdego z wybranych miast koszt transportu obsługi całego rynku krajowego, zakładając, że wielkość rynku każdego powiatu równa się wielkości sprzedaży detalicznej powiatu, a koszt transportu oblicza się jak dla potencjału rynkowego¹³. Odpowiedni wzór przedstawia się następująco:

$$T = \sum (Md) \quad (12)$$

gdzie T – wielkość całkowitego kosztu transportu z danego punktu miasta do całego obszaru rynkowego kraju, tj. wszystkich powiatów.

Porównanie obu map wykazuje, że położenie punktu stanowiącego szczyt potencjału rynkowego, tj. punktu najbardziej dostępnego dla całego rynku USA (Nowy Jork), jest odmienne od punktu, z którego można osiągnąć cały rynek przy najniższych kosztach transportu (Fort Wayne).

Dylematu tego Harris nie rozstrzyga i nie wyciąga też wniosków co do orientacji lokalizacji przemysłu na podstawie przeprowadzonej analizy. Oblicza natomiast dodatkowo potencjał przemysłowy dla USA mierzony wielkością zatrudnienia oraz potencjał gospodarstw rolnych mierzony liczbą traktorów i przedstawia na mapach.

¹¹ Jako przykład, można za Stewartem i Warntzem (1958a, s. 176) przytoczyć następujące zależności: 1) $\log$ gęstości dochodu: $-4,92 + 2,58 \log$ potencjału dochodu ($r = 0,87$), 2) $\log$ gęstości drogowej: $-9,36 + 1,12 \log$ potencjału dochodu ($r = 0,87$).

¹² Procedura obliczenia przez Harrisa (1954, s. 323), wielkości potencjału rynkowego poszczególnych punktów była uproszczona. Wokół każdego punktu obliczenia potencjału wykreślono strefy oddalone o pewną wielkość kosztów transportu obliczoną skokowo od 6 do 80 dolarów. Wielkość sprzedaży detalicznej każdej strefy została obliczona przez podsumowanie sprzedaży detalicznej wszystkich powiatów wchodzących w skład strefy. Potencjał rynkowy każdej strefy obliczono przez podzielenie wielkości sprzedaży detalicznej całej strefy przez koszt transportu do tej strefy. Całkowity potencjał rynkowy danego punktu stanowi sumę potencjałów rynkowych wszystkich stref.

¹³ Procedura obliczenia całkowitego kosztu transportu opiera się na tych samych założeniach co potencjału rynkowego.

Koncepcja potencjału rynkowego znalazła jednak dalsze zastosowanie w analizie lokalizacyjnej w pracy Dunna (1956).

Dunn zwrócił uwagę na ograniczoną rolę potencjału rynkowego i wskaźnika kosztów transportu w analizie przeprowadzonej przez Harrisa. Sam potencjał rynkowy może stanowić tylko wskazówkę dla lokalizacji przedsiębiorstwa nieorientowanego transportowo, tzn., gdy koszty transportu na nakłady i produkt nie odgrywają roli w określeniu lokalizacji. Wskaźnik kosztów transportu natomiast można zastosować dla określenia lokalizacji przedsiębiorstwa zorientowanego transportowo i rynkowo, a więc gdy koszty transportu na nakłady nie mają znaczenia, a potencjał rynkowy jest stały. W przypadku tym ta lokalizacja będzie miała wyższość, która minimalizuje koszty transportu w obsłudze rynku.

Problemem lokalizacyjnym częściej występującym od obu powyższych jest przypadek, gdy przedsiębiorstwo zorientowane transportowo i rynkowo napotyka zmienny potencjał rynkowy. Rozwiązanie dla tego przypadku znaleźć można według Dunna w zastosowaniu wskaźnika lokalizacyjnego, który stanowi połączenie miernika potencjału rynkowego i wskaźnika kosztów transportu.

Procedura obliczenia wskaźnika lokalizacji dla danej jednostki przestrzennej składa się z następujących etapów:

- 1) Wyrażenia potencjału rynkowego (P) danej jednostki przestrzennej i wchodzącej w skład pewnego obszaru w procentach potencjału jednostki przestrzennej o najwyższej wielkości ($P_{\max}$), tj.:

$$\frac{P_i}{P_{\max}} \cdot 100 \quad i = 1, 2, \dots, n^{14}.$$

- 2) Wyrażenia wskaźnika kosztów transportu T danej jednostki przestrzennej i w procentach wskaźnika kosztów transportu jednostki przestrzennej o najniższej wielkości ($T_{\min}$), tj.:

$$\frac{T_i}{T_{\min}} \cdot 100 \quad i = 1, 2, \dots, n^{15}.$$

- 3) Obliczenia ważonych kosztów transportu danej jednostki przestrzennej, tj. $[(1) \times (2)]$.
- 4) Wyrażenia ważonych kosztów transportu danej jednostki przestrzennej w procentach tych danych ważonych kosztów jednostki przestrzennej wykazującej maksimum wielkości potencjału rynkowego, tj. $[(3) : (3)P_{\max}]$.
- 5) Obliczenia dla danej jednostki przestrzennej różnicy między wielkościami (1) i (4), tj. $[(1) - (4)]$.
- 6) Odjęcia od powyżej wyliczonej różnicy (5) dla danej jednostki przestrzennej różnicy (5) wyliczonej dla jednostki przestrzennej, która wykazała minimum wielkości wskaźnika kosztów transportu, tj. $[(5) - (5)T_{\min}]$, co daje wielkość wskaźnika lokalizacji dla danej jednostki przestrzennej.

¹⁴ Obliczenie wielkości potencjału rynkowego jak u Harrisa, wzór (11).

¹⁵ Obliczenie wielkości wskaźnika kosztów transportu jak u Harrisa, wzór (12).

Kształtowanie się wielkości wskaźnika lokalizacji dla danego obszaru można przedstawić za pomocą mapy izodapan tego wskaźnika w stosunku do jednostki przestrzennej o minimalnej wielkości kosztów transportu ($T_{\min}$).

Słabość wskaźnika lokalizacji Dunna polega na tym, że podstawą jego konstrukcji jest porównywanie wymiernych korzyści wynikających ze zminimalizowania kosztów transportu z niesprowadzalnymi do nich korzyściami wysokiego potencjału rynkowego. Zagadnienia tego Dunn nie rozstrzygnął, zakładając, że jeden procent wzrostu potencjału rynkowego równa się jednemu procentowi spadku ogólnych kosztów transportu. Założenie to jest dowolne i nie pozwala na porównanie obu tych wielkości, co podważa w wysokim stopniu wartość wyprowadzonego wskaźnika.

Pojęcia potencjału dochodu (popytu) oraz podaży zostały wykorzystane przez Warntza (1956, 1957, 1959c) do badania przestrzennego kształtowania się cen niektórych produktów rolnych. Zmienność cen oraz kształtowanie się popytu i podaży traktuje jako ciągle w przestrzeni. Miernikiem zmienności popytu w przestrzeni jest „ekonomiczny potencjał ludności brutto”, który jest potencjałem ludności ważonym przez dochód na głowę ludności i stanowi substytut dla potencjału popytu. Wielkość tę interpretuje Warntz jako miarę dostępności poszczególnych punktów do punktu siły kupna.

Miernikami zmienności podaży produktów są „przestrzenny” oraz „czasowy potencjał podaży produktu”. Przestrzenny potencjał podaży produktu określony jest podobnie jak potencjał ludności z tym, że liczbę ludności zastępuje tu wielkość wytworzonego produktu danego obszaru. Interpretowany jest on jako miara dostępności do punktu podaży dobra.

Czasowy potencjał podaży produktu dotyczy zmian wielkości produkcji określonego dobra w danym okresie i może być traktowany jako miara bliskości różnych czasu do czasokresu produkcji. Każda jednostka czasowa produktu dokonuje wkładu do całkowitego potencjału czasowego produktu, który jest tym mniejszy, im bardziej jest oddalony czasokres produkcji od rozpatrywanego czasu. Na przykład produkty rolne wykazują dużą podaż w lecie, a mniejszą w zimie. Obliczanie potencjału czasowego ma na celu uchwycenie tych zmian.

Zmienność cen niektórych produktów rolnych w przestrzeni sprowadza Warntz do prostej zależności wielkości ceny od ekonomicznego potencjału ludności brutto i odwrotnej zależności od przestrzennego i czasowego potencjału podaży produktu. Zależność tę przedstawia równanie estymacyjne (Warntz 1959c):

$$X_{c1.234} = a_{1.234} + b_{12.34}X_2 + b_{13.24}X_3 + b_{14.23}X_4 \quad (13)$$

gdzie

- X_1 – wielkość ceny jednostkowej produktu rolnego;
- $X_{c1.234}$ – szacowana wielkość cen czterech produktów rolnych (pszenicy, ziemniaków, cebuli i truskawek) na podstawie metody najmniejszych kwadratów;
- X_2 – ekonomiczny potencjał ludności brutto;
- X_3 – przestrzenny potencjał podaży produktu;
- X_4 – czasowy potencjał podaży produktu;

$a_{1.234}$ – stała wyrażająca hipotetyczną wartość dla X_1 , gdy zmienne niezależne mają wartość zero;

b – stała wyrażająca współczynniki regresji netto, wskazująca na zmienność X_1 związaną z odpowiednią zmienną niezależną¹⁶.

Znalezienie właściwych wartości dla równania estymacyjnego dla każdego produktu wymaga równoczesnego rozwiązania (dla każdego produktu) czterech równań normalnych¹⁷:

$$\begin{aligned} \sum X_1 &= Na_{1.234} + b_{12.34} \sum X_2 + b_{13.24} \sum X_3 + b_{14.23} \sum X_4 \\ \sum X_1 X_2 &= a_{1.234} \sum X_2 + b_{12.34} \sum X_2^2 + b_{13.24} \sum X_2 X_3 + b_{14.23} \sum X_2 X_4 \\ \sum X_1 X_3 &= a_{1.234} \sum X_3 + b_{12.34} \sum X_2 X_3 + b_{13.24} \sum X_3^2 + b_{14.23} \sum X_3 X_4 \\ \sum X_1 X_4 &= a_{1.234} \sum X_4 + b_{12.34} \sum X_2 X_4 + b_{13.24} \sum X_3 X_4 + b_{14.23} \sum X_4^2 \end{aligned} \quad (14)$$

Estymacja przedstawionych równań opiera się na materiale statystycznym dotyczącym produkcji pszenicy, ziemniaków, cebuli i truskawek w układzie stanowym i 10-letnim czasokresie dla USA.

Estymacja statystyczna równań i analiza korelacyjna prowadzą do hipotezy, że cena każdego z wymienionych produktów wykazuje tendencję do wzrostu, wraz ze wzrostem ekonomicznego potencjału ludności brutto (popytu), oraz spadku, wraz ze wzrostem przestrzennego i czasowego potencjału podaży produktu.

Warntz podaje szczegółowy opis procedury estymacyjnej modelu i weryfikacji, nie dokonuje natomiast analizy założeń zastosowania modelu, a w szczególności jego identyfikacji. Zmienne modelu wydają się z góry określone, sam zaś model odwróconym równaniem popytu (tj. ilość produkcji jest funkcją ceny i dochodu). Wątpliwość co do możliwości identyfikacji modelu opiera się na tym, że nie spełnia on warunku głoszącego, by między zmiennymi objaśniającymi równania nie zachodziło zjawisko współliniowości, tj. by nie zachodziły związki liniowe między wartościami przynajmniej dwóch zmiennych objaśniających tego równania (Pawłowski 1963, s. 77).

Zarzut ten podważa w wysokim stopniu wartość przeprowadzonej estymacji modelu, a tym samym zastosowania go do badania przestrzennego kształtowania się cen.

Przewidywanie zmian w rozmieszczeniu ludności w ujęciu regionalnym

Zastosowanie modelu potencjału do przewidywania zmian w rozmieszczeniu ludności w ujęciu regionalnym obejmuje dwa ujęcia: 1) Carrothersa; 2) Isarda i Bramhalla.

¹⁶ Wielkość $b_{12.34}$ jest estymatorem zmienności jednostek X_1 dla każdej jednostki X_2 niezależnie od zmienności X_3 i X_4 . Podobnie $b_{13.24}$ jest estymatorem wpływu netto X_4 na X_1 , a $b_{14.23}$ X_4 na X_1 , przy nierozpatrywaniu wpływu pozostałych dwóch zmiennych niezależnych.

¹⁷ Estymacja ceny dla każdego miejsca jest zatem sumą wielkości netto związanych z każdą zmienną niezależną plus wartość dla $a_{1.234}$. Por. Warntz (1959c, s. 44 i dalsze).

Ujęcie Carrothersa (1958, s. 121-152) dotyczy zastosowania modelu potencjału do przewidywania całkowitej liczby ludności obszarów „otwartych”, tj. obszarów mniejszych od kraju i opiera się na założeniu, że wzrost ludności jest zjawiskiem typu wzajemnego oddziaływania. Samo zastosowanie statystyczne nie ma charakteru ściśle operacyjnego i prognostycznego i jest próbą wykazania przydatności takiego ujęcia *ex post*.

Istota zastosowania modelu potencjału leży w objęciu różnych czynników determinujących wzrost lub spadek zaludnienia (biologicznych, społecznych i ekonomicznych) w jedną miarę – potencjału dochodu – która służy do wyjaśnienia międzyregionalnych różnic wzrostu zatrudnienia.

Pojęcie potencjału dochodu stosowane przez Carrothersa jest analogiczne do pojęcia potencjału dochodu wprowadzonego przez Isarda i Freutela (1954). W budowie potencjału dochodu wprowadza on trzy wartości zmiennej odległości, tj. $f(d) = d, d^2$ oraz $\sqrt{d}$; konstruuje zatem trzy alternatywne funkcje odległości:

$$V_i = \sum_{j=1}^n \frac{Y_j}{i d_j} \quad (15)$$

$$V_i' = \sum_{j=1}^n \frac{Y_j}{i d_j^2} \quad (16)$$

$$V_i'' = \sum_{j=1}^n \frac{Y_j}{\sqrt{i d_j}} \quad (17)$$

gdzie

V_i, V_i', V_i'' – wielkość potencjału dochodu regionu i ;

Y_j – wielkość dochodu każdego z n regionów danego kraju;

$i d_j$ – odległość „kolejowa” między ośrodkiem regionu i a ośrodkiem regionu j .

Punktem wyjścia dla budowy modelu prognostycznego jest ogólne założenie, że liczba ludności danego regionu i w czasie $t + \theta$ składa się z:

- 1) liczby ludności regionu na początku okresu przewidywania w chwili t , plus
- 2) wzrost liczby ludności regionu na poziomie wzrostu ludności kraju w okresie θ , plus (lub minus)
- 3) wzrost lub spadek liczby ludności regionu i w okresie θ , który jest wynikiem zmiany międzyregionalnej pozycji regionu i ze względu na czynniki wzrostu ludności reprezentowane przez zmiany potencjału dochodu w regionie i w czasokresie θ .

Założenie to przedstawia się następująco:

$${}^{t+\theta}P_i = f[{}^tP_i, {}^tP_{us}, {}^{t+\theta}P_{us}, {}^tY_1, {}^tY_2, \dots, {}^tY_n, {}^tY_{us}, {}^{t+\theta}Y_1, {}^{t+\theta}Y_2, \dots, {}^{t+\theta}Y_n, {}^{t+\theta}Y_{us}; i d_{1,i} d_2, \dots, i d_n] \quad (18)$$

gdzie

P_i – liczba ludności regionu i ;

P_{us} – liczba ludności kraju (USA);

$Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ – wielkość dochodu każdego z n regionów kraju;

Y_{us} – wielkość dochodu kraju (USA);

$i d_{1,i} d_2, \dots, i d_n$ – odległość regionu i od każdego z pozostałych n regionów;

t – data rozpoczęcia okresu;

θ – czasokres;

$t + \theta$ – przewidywana data.

Wychodząc z powyższego założenia, Carrothers sformułował następujący model „prognostyczny”:

$${}^{t+\theta}F_i = {}^\theta\lambda {}^tP_i + {}^\theta C \cdot {}^\theta Z_i \cdot {}^tP_i \quad (19)$$

gdzie

$${}^\theta\lambda \equiv \frac{{}^{t+\theta}P_{us}}{{}^tP_{us}}, \quad (20)$$

$${}^\theta Z_i \equiv \frac{{}^{t+\theta}V_i}{{}^\theta\rho \cdot {}^tV_i} - 1 \text{ przy czym } {}^\theta\rho \equiv \frac{{}^{t+\theta}Y_{us}}{{}^tY_{us}}, \quad (21)$$

$${}^\theta C_i \equiv \frac{{}^\theta X_i}{{}^\theta Z_i \cdot {}^tP_i} - 1 \text{ przy czym } {}^\theta X_i \equiv {}^{t+\theta}P_i - {}^\theta\lambda \cdot {}^tP_i. \quad (22)$$

Wielkości te są interpretowane:

${}^{t+\theta}F_i$ – przewidywana liczba ludności regionu i w czasie $t + \theta$;

${}^\theta\lambda$ – stopa wzrostu ludności kraju w okresie θ ;

${}^\theta\rho$ – stopa wzrostu dochodu narodowego w czasie θ ;

${}^\theta Z_i$ – zmodyfikowany względny czynnik potencjału dochodu;

${}^\theta C$ – współczynnik wyjaśniający zmienne endogeniczne wpływające na wzrost ludności w czasie θ ;

${}^\theta X_i$ – czynnik wzrostu międzyregionalnego.

Model składa się z dwóch części: pierwsza (${}^\theta\lambda \cdot {}^tP_i$) dotyczy wzrostu regionalnego ludności będącego wynikiem wzrostu krajowego ludności w czasie θ ; druga (${}^\theta C \cdot {}^\theta Z_i \cdot {}^tP_i$) wyraża wzrost regionalny ludności będący wynikiem przesunięcia międzyregionalnej pozycji regionu w czasie θ .

Aby nadać modelowi operacyjny charakter, konieczna jest znajomość dla przewidywanego czasokresu następujących wielkości: dochodu narodowego, liczby ludności kraju, dochodu każdego regionu oraz wartości współczynnika C . Współczynnik ten należy traktować jako stałą charakterystykę w czasie i może być on uzyskany na podstawie analizy regresji z danych dotyczących przeszłości.

Estymacja modelu została dokonana przez Carrothersa za pomocą metody najmniejszych kwadratów na podstawie danych dotyczących trzech dziesięcioleci: 1) 1920-1930, 2) 1930-1940, 3) 1940-1950, dla 31 regionów USA, przyjmując trzy wielkości $f(d)$ tj. $d, d^2, \sqrt{d}$, w postaci upraszczającej równanie (19):

$$\frac{{}^{t+\theta}P_i}{{}^tP_i} = {}^\theta\lambda + {}^\theta C \cdot {}^\theta Z_i \quad (23)$$

gdzie ${}^{t+\theta}P_i$ zastępuje ${}^{t+\theta}F_i$.

Jeżeli model ten jest poprawny, to rozrzut obserwowanych wartości zmiennej niezależnej ${}^{\theta}Z_i$, względem zmiennej zależnej:

$$\frac{{}^{t+\theta}P_i}{{}^tP_i} \quad (24)$$

na wykresie punktowym może być przedstawiony w postaci prostoliniowej. Nachylenie linii regresji pozwala określić wielkość, która może być interpretowana jako zgeneralizowana, pojedyncza wartość współczynnika C dla danego okresu. Teoretycznie linia regresji powinna przechodzić przez ${}^{\theta}\lambda$ w punkcie $Z_i = 0$. Odpowiednia postać równania regresji przedstawia się następująco:

$$\frac{{}^{t+\theta}P_i}{{}^tP_i} = A + {}^{\theta}C \left[\frac{{}^{t+\theta}V_i}{{}^{\theta}\rho \cdot {}^tV_i} \right]. \quad (25)$$

Tabela 2 przedstawia równania regresji liniowej dla trzech okresów i różnych wielkości $f(d)$. Współczynniki korelacji wykazują najmniej zadowalający wynik przy $f(d) = \sqrt{d}$.

Ponadto Carrothers przeprowadził sprawdzenie przy użyciu analizy regresji przez porównanie wyników uzyskanych z modelu z wynikami uzyskanymi na podstawie obliczenia wzrostu ludności zakładającego proporcjonalność wzrostu regionu i kraju.

Krytyka budowy i estymacji modelu wymaga zwrócenia uwagi na następujące zagadnienia:

- 1) Założenia stwierdzające, że wzrost ludności danego regionu w jakimś czasie jest pewną funkcją wzrostu potencjału dochodu tego regionu w tym czasie, sprowadza zasadniczy trzon budowy modelu do pojęcia potencjału dochodu. W związku z tym nasuwa się przede wszystkim zagadnienie określenia wpływu odległości na wzajemne oddziaływanie. Zarówno w teoretycznym, jak i empirycznym modelu Carrothersa odległość reprezentują trzy różne wielkości stałe $d, d^2, \sqrt{d}$, co oznacza, że nie przeprowadza się badania wpływu odległości jako zmiennej, a jedynie sprawdza trzy różne warianty arbitralnie przyjętych funkcji odległości. Brak wiedzy *a priori* o wpływie odległości wprowadza zatem element dowolności.
- 2) Przyjęcie całkowitej wielkości dochodu jako jedyne go miernika, który ma reprezentować wszystkie czynniki wzrostu ludności, jest mało zbliżone do rzeczywistości. W przypadku ograniczenia się do miernika dochodu należałoby wydzielić tę część dochodu, która ma zasadniczy wpływ na wzrost ludności. Równocześnie niesłuszne wydaje się wprowadzenie jako zmiennej determinującej całkowitej wielkości dochodu w regionie zamiast wielkości dochodu na głowę. Ta ostatnia wielkość bowiem stanowi istotny czynnik przyciągający migracje.
- 3) Wzrost ludności składa się z dwóch zasadniczych elementów, tj. przyrostu naturalnego i migracji, z których jedynie ostatni bezpośrednio reaguje na wzrost

Tabela 2. Równania regresji liniowej modelu wzrostu ludności Carrothersa (1958, s. 143)

Czasokres	$f(d)$	$\frac{{}^{t+\theta}P_i}{{}^tP_i} = A + {}^{\theta}C - \frac{{}^{t+\theta}V_i}{{}^{\theta}\rho \cdot {}^tV_i}$	Współczynnik determinacji r^2	Współczynnik korelacji r	Błąd standardowy S_y	% odchylenia od ${}^{\theta}\lambda$ przy $\frac{{}^{t+\theta}P_i}{{}^tP_i} = 1$	$\frac{{}^{t+\theta}P_i}{{}^tP_i}$
1920-1930	d	$\frac{{}^{1930}P_i}{{}^{1920}P_i} = 0,017 + 1,163 \frac{{}^{1920-30}N_i}{{}^{1920}P_i}$	0,258	0,508	0,114	1,6	$\frac{{}^{1930}P_i}{{}^{1920}P_i}$
		$\frac{{}^{1930}P_i}{{}^{1930}P_i} = 0,641 + 0,538 \frac{{}^{1920-30}N_i}{{}^{1930}P_i}$	0,401	0,633	0,103	1,5	$\frac{{}^{1930}P_i}{{}^{1930}P_i}$
		$\frac{{}^{1930}P_i}{{}^{1930}P_i} = 0,565 + 1,744 \frac{{}^{1920-30}N_i}{{}^{1930}P_i}$	0,153	0,391	0,122	1,5	$\frac{{}^{1930}P_i}{{}^{1930}P_i}$
	d^2	$\frac{{}^{1930}P_i}{{}^{1940}P_i} = 0,078 + 0,994 \frac{{}^{1930-40}N_i}{{}^{1940}P_i}$	0,367	0,606	0,050	0	$\frac{{}^{1930}P_i}{{}^{1940}P_i}$
		$\frac{{}^{1930}P_i}{{}^{1940}P_i} = 0,698 + 0,360 \frac{{}^{1930-40}N_i}{{}^{1940}P_i}$	0,427	0,654	0,048	-1,3	$\frac{{}^{1930}P_i}{{}^{1940}P_i}$
		$\frac{{}^{1930}P_i}{{}^{1940}P_i} = 0,640 + 0,436 \frac{{}^{1930-40}N_i}{{}^{1940}P_i}$	0,044	0,210	0,060	0,4	$\frac{{}^{1930}P_i}{{}^{1940}P_i}$
1940-1950	d	$\frac{{}^{1950}P_i}{{}^{1940}P_i} = 0,355 + 0,769 \frac{{}^{1940-50}N_i}{{}^{1940}P_i}$	0,140	0,374	0,117	-1,8	$\frac{{}^{1950}P_i}{{}^{1940}P_i}$
		$\frac{{}^{1950}P_i}{{}^{1950}P_i} = 0,810 + 0,296 \frac{{}^{1940-50}N_i}{{}^{1950}P_i}$	0,097	0,311	0,120	-3,2	$\frac{{}^{1950}P_i}{{}^{1950}P_i}$
		$\frac{{}^{1950}P_i}{{}^{1950}P_i} = 0,149 + 0,996 \frac{{}^{1940-50}N_i}{{}^{1950}P_i}$	0,024	0,154	0,125	0,1	$\frac{{}^{1950}P_i}{{}^{1950}P_i}$
	d^2						
	$\sqrt{d}$						

$${}^{\theta}N_i = {}^{\theta}Z_i + 1 = \frac{{}^{t+\theta}V_i}{{}^{\theta}\rho \cdot {}^tV_i}$$

dochodu regionalnego. Stąd też regionalne różnice w stopie przyrostu ludności są przypuszczalnie przede wszystkim wynikiem zróżnicowania migracji. Podobnie opór odległości dotyczy raczej międzyregionalnych ruchów ludności i nie ma większego wpływu na czynniki biologiczne. Prowadzi to do przekonania, że zastosowanie modelu do przewidywania wzrostu ludności nie powinno dotyczyć ogólnej liczby ludności a określonej jej części.

- 4) Wątpliwość budzi przyjęcie jako podstawy dla estymacji statystycznej uproszczonej postaci równania (23) zamiast (19). Wynika to z konieczności uniknięcia trudności, jakie powstałyby przy ewentualnej estymacji podstawowej postaci modelu. Taka estymacja modelu prowadziłaby bowiem do zmiany subskryptów: a) subskryptu regionu (i) ze stałego na zmienny obraz b) czasokresu (θ) ze zmiennego na stały. Prowadzi to do założenia stwierdzającego: ${}^{\theta}C_i = {}^{\theta}C_j$, oraz do równania:

$$\frac{{}^{\theta}X_j}{{}^{\theta}X_i} \cdot \frac{{}^{\theta}Z_i}{{}^{\theta}Z_j} = \frac{{}^tP_j}{{}^tP_i}. \quad (26)$$

Równanie to uzależnia wielkość ludności i wzrost dochodu wzajemnie od siebie i od wielkości ludności co prowadzi do zależności pozornej (Carrothers 1958, s. 157).

Ujęcie Isarda i Bramhalla, częściowo wzorowane na modelu Carrothersa, ma służyć do przewidywania ogólnej liczby ludności regionów danego kraju również na podstawie zastosowania potencjału dochodu, starając się jednak uniknąć pewnych słabości założeń Carrothersa (Isard i Bramhall 1959, s. 25-47).

Isard i Bramhall formułują w tym celu dwa modele prognostyczne.

Pierwszy model prognostyczny reprezentuje następujące równanie:

$${}_i^{t+\theta}P^* = a({}_iZ) \cdot \left[\frac{{}_i^{t+\theta}\bar{V}}{\bar{\rho}_i^t\bar{V}} \right]^{\varepsilon} \quad (27)$$

przy czym

$${}_iZ = \sum_{v=1}^m \frac{{}_i^{t+\theta}E_v}{{}_i^tE_v} \cdot {}_i^tE_v, \quad (28)$$

$$\bar{\rho} = \frac{{}_i^{t+\theta}\bar{Y}}{{}_i^t\bar{Y}}, \quad (29)$$

$${}_i^t\bar{V} = \frac{{}_i^t\bar{Y}_1}{d_{i1}} + \frac{{}_i^t\bar{Y}_2}{d_{i2}} + \dots + \frac{{}_i^t\bar{Y}_n}{d_{in}} \quad (30)$$

gdzie

${}_iP^*$ – szacowana liczba ludności regionu i ;

t – rok podstawowy;

θ – czasokres podstawowy;

${}_{us}E_v$ – wielkość zatrudnienia krajowego w działalności ekonomicznej typu V , tj. „dostępu do rynku”;

${}_iE_v$ – wielkość zatrudnienia w regionie i w działalności typu V lub, jeżeli V stanowi usługi lokalne lub rynkowo zorientowany typ działalności, wielkość ta obejmuje zatrudnienie nie związane z działalnością ekonomiczną wrażliwą na koszt;

$\bar{Y}_i$ – wielkość dochodu regionu i , która stanowi sumę: a) niezależnego dochodu ludności zorientowanej klimatycznie oraz b) dochodu powstałego przez działalność typu wrażliwego na koszt i tę część, usług lokalnych i rynkowo zorientowanych operacji, które są związane z tą działalnością i klimatycznie zorientowaną ludnością;

${}_{us}\bar{Y}$ – wielkość dochodu kraju obliczona jak wyżej;

d_{i1}, d_{i2}, d_{in} – odległość regionu i od każdego z pozostałych n regionów;

a – stała, która zamienia liczbę zatrudnionych w liczbę ludności;

ε – wykładnik potęgowy.

Model ten składa się z dwóch elementów: pierwszy stanowi wielkość ${}_iZ$, która mierzy oczekiwany wzrost ludności regionu i oparty na działalności typu dostępu do rynku, jeżeli zatrudnienie w każdej działalności typu dostępu do rynku regionu i wzrosło na poziom krajowy. Drugi element reprezentuje wielkość

$$\frac{{}_i^{t+\theta}\bar{V}}{\bar{\rho}_i^t\bar{V}}$$

tj. miernik względnego potencjału dochodu. Należy zwrócić uwagę, że wielkość masy nie obejmuje tutaj całości dochodu, a tylko jej część określoną jako $\bar{Y}_i$, przy czym dla eliminacji wpływu krajowego wzrostu lub spadku dochodu wprowadza się wielkość $\bar{\rho}$. Wykładnik ε określa znaczenie zmienności międzyregionalnej pozycji regionu w stosunku do wpływu pierwszego elementu, tj. stopnia proporcjonalności.

Bardziej ogólnie charakteryzując powyższy model, można stwierdzić, że wielkość $a({}_iZ)$ wyraża wpływ proporcjonalności, zmodyfikowany przez wielkość względnego potencjału dochodu jako elementu wyrażającego zmianę w międzyregionalnej pozycji regionu, tj. polepszenie lub pogorszenie dostępu regionów rozpatrywanego systemu, przy czym „indukujący wzrost” wpływu innych regionów zmienia się odwrotnie do odległości, co jest określone za pomocą potencjału dochodu.

Proponowana procedura estymacji modelu opiera się na postaci logarytmicznej, to znaczy równanie (27) przybiera postać:

$$\log {}_i^{t+\theta}P^* = \log a + \log {}_iZ + \varepsilon \log \left[\frac{{}_i^{t+\theta}\bar{V}}{\bar{\rho}_i^t\bar{V}} \right] \quad (31)$$

Ponieważ wielkości $({}_iZ)$, $({}_i^{t+\theta}\bar{V})$, $(\bar{\rho})$ oraz ${}_i^t\bar{V}$ mogą być określane na podstawie danych statystycznych, a wielkość a jest stałą, to aby przewidzieć ${}_i^{t+\theta}P^*$, konieczna jest estymacja współczynnika ε . Wielkość tę można uzyskać na podstawie danych z przeszłości za pomocą analizy regresji.

Drugi model prognostyczny przedstawia równanie:

$${}_i^{t+\theta}P = a({}_iZ) + b \left[\frac{{}_i^{t+\theta}\bar{V}}{{}_i^t\bar{V}} - 1 \right] {}_{us}^tP^*. \quad (32)$$

W modelu tym element proporcjonalności (${}_iZ$) oraz element pozycji międzyregionalnej regionu (względny potencjał dochodu) są addytywne, a nie jak w pierwszym modelu – multiplikatywne, przy czym element określający miarę pozycji międzyregionalnej regionu zostaje zmodyfikowany. Modyfikacja ta dotyczy następujących wielkości:

- 1) wprowadzenia współczynnika b ;
- 2) wprowadzenia mnożnika w postaci liczby ludności (${}_{us}^tP^*$), ponieważ oba elementy są addytywne i muszą wyrażać te same jednostki, tj. liczby ludności;
- 3) odjęcia liczby jeden od wielkości względnego potencjału dochodu, aby uzyskać wielkość odchylenia wzrostu regionu od wielkości wzrostu na poziomie krajowym, który wynosi jeden.

Wyznaczenie współczynnika b może odbywać się dwoma sposobami: pierwszy sugeruje oszacowanie b jako wielkości stosowalnej do wszystkich regionów. W tym celu należy skonstruować wykres, na którym wzdłuż osi pionowej mierzy się wielkość $[{}_i^{t+\theta}P - a({}_iZ)]$, a więc różnicę między aktualną wielkością grupy ludności utrzymującej się z działalności typu dostępu do rynku a oczekiwaną wielkością ludności, gdyby ludność ta osiągnęła poziom wzrostu krajowego. Wzdłuż osi poziomej mierzy się iloczyn wielkości względnego potencjału dochodu (${}_{us}^tP^*$). Jeżeli model jest właściwy, można oczekiwać, że wyznaczony na wykresie dla każdego regionu punkt reprezentuje dodatnią wartość dla obu zmiennych (lub ujemną). Za pomocą metody regresji można wyznaczyć równanie prostej i parametru b . Ponieważ pierwszy element równania (32) implikuje jedność jako wyraz proporcjonalności wzrostu regionu na poziomie kraju, to wartość b może być traktowana jako względna waga czynnika położenia międzyregionalnego.

Drugi alternatywny sposób obejmuje określenie poszczególnych wartości b dla każdego regionu, zamiast jak w pierwszej procedurze ogólnego współczynnika b stosowalnego dla wszystkich regionów. Na wykresie na osi poziomej zaznacza się w równych odstępach kolejne okresy np. 1935-40, 1940-45, 1945-50. Na osi pionowej przedstawia się kolejno stosunek:

$$\left[\frac{{}_i^{t+\theta}P - a({}_iZ)}{\left(\frac{{}_i^{t+\theta}\bar{V}}{{}_i^t\bar{V}} - 1 \right) {}_{us}^tP^*} \right]$$

który na podstawie równania (32) jest równoznaczny z wielkością b . Dla danego regionu i oblicza się ${}_ib$ dla każdego rozważanego okresu w przeszłości i zaznacza

tę wartość na wykresie. Rozmieszczenie punktów reprezentujących wartość ${}_ib$ na wykresie pozwala wyznaczyć linię trendu i przez ekstrapolację określić na tej podstawie przyszłą wartość dla ${}_ib$.

Modele sformułowane przez Isarda i Bramhalla są prostsze niż model Carrothersa i są bliższe rzeczywistości. Pomijając sam mechanizm działania modelu potencjału dochodu jako wspólny dla obu tych ujęć należy zwrócić uwagę, że różnią się one od modelu Carrothersa określeniem zmian ogólnej liczby ludności w oparciu o zmiany zatrudnienia oraz tym, że określa się bliżej tą część dochodu narodowego, która ma indukujący wpływ na wzrost ludności danego regionu. Trzeba podkreślić jednak, że charakterystyka modeli Isarda i Bramhalla obejmuje jedynie opis procedury estymacyjnej modelu, nie zawiera natomiast badań empirycznych. W związku z tym nie można rozpatrywać zasadniczych trudności, jakie mogą powstać przy określeniu proponowanych wielkości dochodu narodowego na materiale empirycznym. Nie jest usunięta też zasadnicza słabość tych modeli, tj. połączenie wzrostu ludności wynikłego na skutek przyrostu naturalnego i migracji. Tylko bowiem wielkość migracji wydaje się bezpośrednio związana z oddziaływaniem wpływu odległości.

Wyjaśnianie i przewidywanie rozwoju miast jako punktów sieci transportowej

Zastosowanie modelu potencjału do wyjaśniania i przewidywania rozwoju miast w ujęciu przestrzennym jako punktów sieci transportowej zostało dokonane przez Lachene (1965).

Wpływ sieci transportowej na rozwój miast wyraża się z jednej strony w tworzeniu przez sieć „pola potencjału”, które określa lokalizację użytkowania sieci pełniącą funkcje miastotwórcze, z drugiej zaś w nakładaniu ograniczeń na tych użytkowników w zakresie wyboru lokalizacji.

Pole potencjału stanowi rezultat obecnej lokalizacji użytkowników, oddalenia punktów na sieci oraz jej kształtu, przelotowości i pojemności. Pole to stale wpływa na lokalizację użytkowników, przyciągając ich do punktów o wysokim potencjale. Wartość lokalizacji dla użytkownika zależy od sposobu, w jakim inni użytkownicy są rozmieszczeni wzdłuż linii transportowej przechodzącej przez ten punkt i rozkład ten można wyrazić potencjałem wytworzonym w miejscu lokalizacji.

Pojęcie potencjału stanowi według Lachene miernik wartości położenia punktów na sieci transportowej w stosunku do „zawartości” terytorium, tj. przedsiębiorstw, pracy, dóbr, surowców, rynków i ich elementów, z których najlepiej reprezentuje tę „zawartość” wielkość dochodu.

Ze względów praktycznych mierzy się ją jednak liczbą ludności. Ponieważ wartość różnych punktów, które są połączone siecią, nie jest taka sama i ponieważ zależy ona od położenia tych punktów w stosunku do „zawartości” terytorium, stąd też potencjał wytworzony w danym punkcie dostarcza dobrej miary tej wartości, gdyż wzrasta wraz z „zawartością” terytorium w każdym punkcie, a zmniejsza się,

gdy rośnie „oddalenie” od tego punktu. Ściślej, potencjał wytworzony w punkcie u ze względu na obszar, na którym ludność jest rozmieszczona w U miastach, można wyrazić jako:

$$V_u = \frac{P_{u'}}{E_{uu'}} \quad (33)$$

przy czym,

$$E_{uu'} = e_1 D_{uu'} + e_2 T_{uu'} + \frac{e_3}{C_u - \tau_u} + \frac{e_4}{C_{u'} - \tau_{u'}} + e_{5uu'} \quad (34)$$

gdzie

- $P_{u'}$ – liczba ludności u' ;
- $E_{uu'}$ – oddalenie punktu u i u' , stanowiące funkcję $D_{uu'}$, $T_{uu'}$, $C_u - \tau_u$ oraz $C_{u'} - \tau_{u'}$;
- $D_{uu'}$ – najkrótsza odległość między punktem u a u' ;
- $T_{uu'}$ – czas przejazdu;
- C_u oraz $C_{u'}$ – przepustowość sieci w punktach u oraz u' ;
- τ_u oraz $\tau_{u'}$ – wielkość ruchu w punktach u oraz u' ;
- e – stałe przystosowujące.

Lachene rozszerza zatem pojęcie odległości w modelu potencjału, wprowadzając pojęcie „oddalenia”, które stanowi funkcję kilku zmiennych.

Samo zastosowanie modelu potencjału do budowy modeli wzrostu opiera Lachene na założeniu, że liczba użytkowników poszukujących lokalizacji, którzy ostatecznie osiedlą się w danym punkcie, jest wzrastającą funkcją potencjału tego punktu, czyli że wzrost punktów (miast położonych na sieci transportowej) zależy od ich obecnego potencjału ludności. Wychodząc z tego założenia, buduje pięć modeli rozwoju miast. Modele te oparte są na dodatkowych założeniach:

- 1) Rozważa się terytorium, na którego obszarze ludność jest rozmieszczona w U miastach w chwili t ;
- 2) Rozwój całkowitej liczby ludności nie jest zależny od jej rozmieszczenia na danym terytorium; zakłada się przy tym, że wzrost ludności wynosi stałą stopę a i może być określony jako:

$$aP^t = P^{t+1} - P^t \quad (35)$$

lub

$$a = \frac{1}{P^t} \cdot \frac{dP^t}{dt} \quad (36)$$

gdzie

$$P^t \equiv \sum_{u=1}^U P_u^t, \quad (37)$$

P_u^t – liczba ludności miasta u w chwili t .

Pierwszy model (A) zakłada, że absolutny wzrost ludności w danym czasie jest proporcjonalny do wielkości potencjału tego miasta i wyraża się w postaci zależności:

$$P_u^{t+1} - P_u^t = \alpha_t \cdot V_u^t \quad (38)$$

gdzie α_t – współczynnik proporcjonalności wzrostu ludności.

Aby określić a , należy dodać warunek ograniczający:

$$\sum_u \alpha_t V_u^t = P^{t+1} - P^t. \quad (39)$$

Jeżeli przyjmuje się, że czas stanowi zmienną ciągłą, to model ten może być wyrażony w postaci dwóch zależności:

$$\begin{aligned} \frac{dP_u^t}{dt} &= \alpha_t \cdot V_u^t \\ \sum_u \frac{dP_u^t}{dt} &= \frac{dP^t}{dt}. \end{aligned}$$

Drugi model (B) zakłada, że stopa wzrostu miasta w danym czasie jest proporcjonalna do potencjału tego miasta:

$$\frac{P_u^{t+1} - P_u^t}{P_u^t} = \alpha_t \cdot V_u^t \quad (40)$$

z warunkiem ograniczającym

$$\sum_u \alpha_t \cdot P_u^t \cdot V_u^t = P^{t+1} - P^t. \quad (41)$$

Trzeci model (C) zakłada, że absolutny wzrost miasta jest proporcjonalny do wielkości różnicy między potencjałem miasta a stałą wartością V_0^t :

$$P_u^{t+1} - P_u^t = \alpha_t (V_u^t - V_0^t) \quad (42)$$

z warunkiem ograniczającym:

$$\sum_u \alpha_t (V_u^t - V_0^t) = P^{t+1} - P^t \quad (43)$$

gdzie V_0^t może stanowić:

- 1) przeciętną wartość potencjału na danym terytorium, tj. $\bar{V} = \sum_u \frac{V_u}{U}$;
- 2) średnią ważoną wartość potencjału na danym terytorium, tj. $\bar{V}'' = \sum_u \frac{P_u V_u}{P}$;
- 3) minimalną wartość potencjału na danym terytorium.

Czwarty model (D) zakłada, że stopa wzrostu miasta jest proporcjonalna do różnicy między potencjałem miasta a stałą wartością V_0^t .

Piąty model (E) zakłada, że absolutny wzrost miasta jest proporcjonalny do różnicy między potencjałem miasta a pewną funkcją wartości V_0^t :

$$P_u^{t+1} - P_u^t = \alpha_t [V_u^t - f(a)V_0^t] \quad (44)$$

przy czym

$$f(a) = e^{-\lambda a}, \quad \lambda > 0. \quad (45)$$

Sformułowanie bardziej złożonych modeli wymaga wzięcia pod uwagę następujących zagadnień:

- 1) rozpatrzenia odmiennych postaci funkcji V_0^t ;
- 2) wprowadzenia do modelu wpływu lokalnych warunków rozwoju przez:
 - a) rozróżnienie tej części procesu wzrostu, która jest spowodowana miejscowymi warunkami, od tej części, na którą wywiera wpływ położenie miasta na danym terytorium. Jeżeli bowiem założy się, że

$$V_u = \frac{P_u}{E_{uu'}} + \sum_{u \neq u'} \frac{P_{u'}}{E_{uu'}} = V_u' + V_u'', \quad (46)$$

to można sformułować model:

$$P_u^{t+1} - P_u^t = \alpha_t V_u'^t + \beta_t V_u''^t; \quad (47)$$

- b) zastąpienie założenia o stopie wzrostu naturalnego na poziomie krajowym założeniem stwierdzającym jej zróżnicowanie według miast;
 - c) określenie wpływu „krańcowego” położenia niektórych miast na skutek ich związków z obszarami spoza rozważanego układu;
 - 3) adaptacji do określenia rozwoju obszarów miejskich przez rozpatrzenie różnych układów sieci transportowej.
- Zastosowanie przedstawionych modeli może być wielorakie:
- 1) do badania wpływu układu i pojemności sieci transportowej; porównanie wzrostu dla sieci o różnym układzie i pojemności pozwala określić stopień wpływu różnych sieci na rozwój terytorium;
 - 2) do badania wpływu wyjściowego układu miast w przypadku, gdy powstaje problem wyboru między istniejącymi miastami lub wyboru miejsca dla nowych miast;
 - 3) do przewidywania wzrostu miast dla danej sieci transportowej przy danej ogólnej stopie wzrostu;
 - 4) do badania wpływu ogólnej stopy wzrostu na ewolucję miast;
 - 5) do wyjaśniania migracyjnych bilansów miast.

Modele Lachene nie mają charakteru operacyjnego i stanowią jedynie założenia dla rozwiązania pewnej klasy zagadnień poznawczych; brak jest natomiast bliższych wskazań dotyczących konkretnej postaci analitycznej poszczególnych równań

i określenia procedury estymacyjnej i weryfikacyjnej. Należałoby także bliżej określić stopień i charakter zurbanizowania układu terytorialnego, do którego modele te mogą być stosowane, a który, jak się wydaje, musi być wysoki.

Potencjał uczestnictwa jako element przestrzennej organizacji decyzji

Koncepcja potencjału uczestnictwa (*participation potential*) sformułowana przez Isarda i Tunga stanowi podstawę teorii przestrzennej organizacji decyzji. Decyzje planistyczne mogą być dokonywane w różnych punktach hierarchicznego systemu regionów, a różne typy decyzji powinny być związane z różnym rzędem regionów.

Proponowana teoria ma sformułować zasady dla określenia stopnia przestrzennej decentralizacji decyzji.

Koncepcja potencjału uczestnictwa nie została *implicite* zdefiniowana przez Isarda i Tunga. Wstępnie można ją określić jako zastosowanie modelu potencjału z tym, że wielkość masy w modelu stanowi wektor dwóch składników: liczby decyzji oraz liczby indywiduów (osób), uczestników danej organizacji. Przyjmując jako punkt wyjścia model potencjału w następującym sformułowaniu:

$${}_iV = k \sum_{j=1}^u \frac{w_j (M_j)^\beta}{d_{ij}^b} \quad (48)$$

gdzie

- d_{ij} – odległość między i a j ,
- M_j – wielkość masy w j ,
- w_j – waga masy,
- β, b – wykładniki potęgowe reprezentujące stałe,
- k – stała przystosowująca,

można dokonać dwojakiej interpretacji V jako potencjału w i ;

- 1) jeżeli masę w i stanowi pewna liczba decyzji, to ${}_iV$ mierzy całkowity wpływ lub udział wszystkich mas (indywiduów) w jednostce decyzji w i ;
- 2) ${}_iV$ traktuje się jako miarę całkowitego wpływu lub udziału jednej jednostki masy (indywiduów) w i we wszystkich decyzjach dokonanych w punktach j , ($j = 1, \dots, n$).

Stosownie do pierwszej interpretacji, wielkość ${}_iV$ mierzona jest w jednostkach ważonej masy (ludności) na jednostkę odległości od i . Wartość ${}_iV$ odnosi się zatem do wpływu lub uczestnictwa (udziału) jednostki masy (decyzji) w i .

Według drugiej interpretacji wielkość ${}_iV$ mierzona jest w jednostkach ważonej przystosowanej masy (decyzji) na jednostkę odległości od i . Wartość ${}_iV$ odnosi się do wpływu lub uczestnictwa jednostki masy (osób) w i .

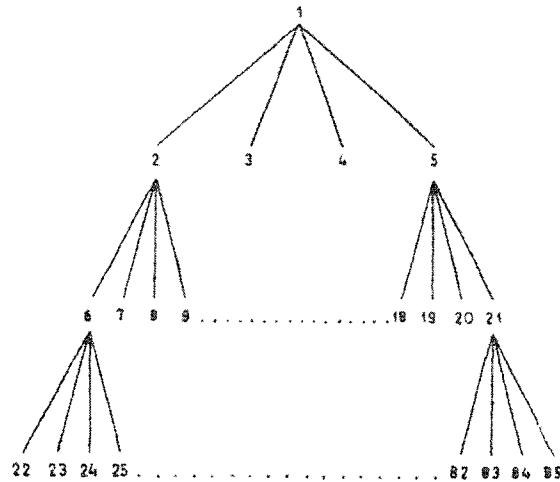
Aby określić miernik stopnia centralizacji decyzji ze względu na udział w decyzjach masy (ludności), znajdującej się w i , proponuje się wprowadzenie wskaźnika:

$$C_i = \frac{M_i/d_{ii}}{iV} = \frac{M_i}{iVd_{ii}}. \quad (49)$$

Na podstawie pierwszej interpretacji iV , wskaźnik ten pomnożony przez 100 daje procentowe uczestnictwo ludności i w jednostce decyzji w i . Jest to surowy wskaźnik stopnia przestrzennej centralizacji w dokonywaniu decyzji. Odpowiedni stopień przestrzennej decentralizacji przedstawia natomiast wyrażenie:

$$1 - \frac{M_i}{iVd_{ii}}$$

Na podstawie drugiej interpretacji iV wskaźnik ten pomnożony przez 100 daje procent całkowitego uczestnictwa jednostki (indywidualów) w i do wszystkich decyzji w i .



Ryc. 6. Schemat prostego układu hierarchicznego

Stosunek ten stanowi surowy wskaźnik względnej lokalnej orientacji jednostki w i . Wyrażenie:

$$1 - \frac{M_i}{iVd_{ii}}$$

winno zatem wskazać odpowiedni stopień pozalokalne orientacji.

Powyższym pojęciom iV odpowiadają również dwa pojęcia dostępności:

- dostępność całkowitej masy ludności do jednostki decyzji w i ;
- dostępność jednostki masy (ludności) w i do wszystkich decyzji.

Badanie przestrzennej decentralizacji decyzji w oparciu o potencjał uczestnictwa wymaga określenia wielkości potencjału uczestnictwa dla zróżnicowanej hierarchicznej struktury organizacyjnej. Badanie takie przeprowadzają Isard i Tung na przykładzie prostego układu hierarchicznego, ilustrując tym samym uproszczoną metodę obliczenia potencjału uczestnictwa. Układ ten przedstawia rycina 6.

Schemat ten składa się z 4 rzędów, z których pierwszy ma 1 węzeł, drugi – 4 węzły, trzeci – 16 węzłów, czwarty – 64 węzły, a ich numeracja obejmuje 4 klasy: 1, 2-5, 6-21 i 22-85. Dalsze założenia badania przestrzennej decentralizacji decyzji w oparciu o ten schemat są następujące:

- każdy węzeł reprezentuje tylko jedną jednostkę (osobę) przy $w_j k, \beta, b = 1$;
- odległość między dwoma węzłami rzędów f i g , tj. $d_{fg} = 1$, gdy $f > g$, a $d_{fg} = \infty$, gdy $f < g$. Założenie to oznacza, że przepływ uczestnictwa może przebiegać tylko od góry do dołu;
- $d_{ii} = \frac{1}{10}$;
- liczbowa struktura przestrzennej decentralizacji jednostek (osób, rzędów) podejmujących decyzję jest przedstawiona w tabeli 3, gdzie każdy wiersz (A, B, C, ... Z) przedstawia różne stopnie centralizacji dla poszczególnych rzędów i węzłów; przy czym stopień centralizacji poszczególnych wierszy przedstawiony jest w procentach, a każdy wiersz daje 100%. Najwyższy stopień centralizacji reprezentuje wiersz A, gdy wszystkie decyzje zapadają w pojedynczym węźle pierwszego rzędu. Najniższy stopień decentralizacji (wiersz Z) zachodzi, gdy wszystkie decyzje zapadają jedynie w węzłach czwartego rzędu.

Przyjmując powyższe założenia oraz dane wyjściowe zawarte w tabeli 3, dokonano obliczenia wielkości całkowitego potencjału uczestnictwa (ostatnia kolumna tabeli 3) dla poszczególnych układów przestrzennych decentralizacji według wzoru (Isard 1960, s. 527-533, Isard i Tung 1963):

$$P = \sum_{i=1}^n r_i \cdot iV \quad (50)$$

gdzie r – wielkość reprezentująca procentowy udział danego węzła i we wszystkich decyzjach (w niniejszym przykładzie wielkość ta jest taka sama dla węzłów tego samego rzędu).

Zastosowana dla tabeli 3 procedura obliczeniowa całkowitego potencjału uczestnictwa jest następująca: jeżeli rozważa się S układów przestrzennych dokonywania decyzji, z których każdy odpowiada określonej stopniowi przestrzennej decentralizacji, to dla przedstawionych powyżej założeń można określić potencjał uczestnictwa w postaci pojedynczego wektora poziomego $[P_q]$:

$$[P_q] = [k^{g-1}] \cdot \left[\frac{1}{d_{fg}} \right] \cdot [S_{gg}] \quad q = 1, \dots, S, \quad f, g = 1, \dots, h \quad (51)$$

Tabela 3. Potencjał uczestnictwa dla układów przestrzennych decentralizacji

Układ przestrzennej decentralizacji	Węzeł I rzędu	Węzły II rzędu		Węzły III rzędu		Węzły IV rzędu		Calkowity potencjał uczestnictwa P
	(1)	(2)	(5)	(6)	(21)	(22)	(85)	
A	1	0	0	0	0	0	...	43,33
B	0,9	0,1	0,11	0	0	0	...	47,83
C	0,8	0,2	0,2	0	0	0	...	52,27
D	0,75	0,25	0,25	0	0	0	...	54,50
E	0,75	0,20	0,20	0,05	0,05	0	...	61,30
F	0,6	0,2	0,2	0,2	0,2	0	...	88,40
G	0,6	0,2	0,2	0,1	0,1	0	...	130,00
H	0,5	0,5	0,5	0	0	0	...	65,67
I	0,5	0,25	0,25	0,25	0,25	0	...	99,67
J	0,5	0,25	0,25	0,125	0,125	0,125	...	151,67
K	0,5	0,125	0,125	0,25	0,25	0,125	...	168,67
L	0,5	0,125	0,125	0,125	0,125	0,25	...	220,67
M	0,4	0,6	0,6	0	0	0	...	70,13
N	0,4	0,4	0,4	0,2	0,2	0	...	97,33
O	0,4	0,3	0,3	0,2	0,2	0,1	...	152,53
P	0,4	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	...	206,73
Q	0,4	0,2	0,2	0,1	0,1	0,3	...	249,33
R	0,4	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	...	262,93
S	0,4	0,1	0,1	0,1	0,1	0,4	...	304,55
T	0,3	0,4	0,4	0,3	0,3	0	...	115,40
U	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,1	...	170,60
V	0,3	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	...	212,20
W	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,3	...	267,40
X	0,3	0,1	0,1	0,1	0,1	0,5	...	364,20
Z	0	0	0	0	0	1,0	...	640,00

Źródło: Isard i Tung (1963, s. 25).

gdzie

k – stała określająca liczbę w najbliższym wyższym rzędzie bezpośrednio powiązanych z danym węzłem;

$[k^{g-1}]$, $g = 1, \dots, h$ – pojedynczy węzeł poziomy $i \cdot h$, przy czym h stanowi liczbę rzędów w hierarchii;

$[d_{fg}]$ – odległość między węzłem rzędu f i węzłem rzędu g ;

$[1/d_{fg}]$ – macierz o wymiarach $h \cdot h$ przy $f, g = 1, \dots, h$;

$[S_{gq}]$ – macierz o wymiarach $h \cdot s$, której każda kolumna opisuje przestrzenny układ jednostek dokonujących decyzji węzłami o hierarchii h rzędu¹⁸.

Obliczenie wielkości potencjału uczestnictwa przestrzennej decentralizacji w odniesieniu do wielkości przeciętnej wydajności pozwala określić związek, jaki zachodzi między nimi przez wykreślenie krzywej. Krzywą taką przez właściwe oszacowanie można następnie przekształcić w krzywą „dodatkových zysków”. Te dodatkowe zyski można z kolei powiązać ze wzrostem produktu globalnego systemu społecznego. Zasadnicza trudność powstaje tu jednak w związku z wyznaczeniem empirycznych wielkości. Stąd też krytyczny stosunek do koncepcji potencjału uczestnictwa związany jest z faktem trudności, jakie nasuną się przy oszacowaniu poszczególnych parametrów modelu, jak i skonkretyzowaniu w sposób ilościowy poszczególnych wielkości.

Wartość poznawcza modelu potencjału

Pojęcie modelu potencjału stanowi wielkość wyprowadzoną z modelu grawitacji. Operacja ta jest przykładem dedukcyjnej roli modelu matematycznego. W zasadzie między obydwoima modelami zachodzi różnica zakresu. Model grawitacji dotyczy wzajemnego oddziaływania pomiędzy parami mas, natomiast model potencjału uwzględnia jednocześnie oddziaływanie mas na jeden punkt. Jednak w modelu potencjału w przeciwieństwie do modelu grawitacji nie można bliżej określić empirycznego odpowiednika zintegrowanej wielkości wzajemnego oddziaływania, jaki reprezentuje wielkość potencjału w danym punkcie. Uniemożliwia to szacowanie parametrów modelu, a w szczególności parametru odległości. Model potencjału nie jest więc empirycznie bezpośrednio sprawdzalny. Można go jednak sprawdzić

¹⁸ Dane zawarte w tabeli 3 pozwalają wyliczyć poszczególne wielkości dla wzoru (51): wartość $k = 4$; wektor $k^{q-1} = 1, 4, 16, 64$, $d_{fg} = \infty$, gdy $f < g$; $d_{ii} = \frac{1}{10}$; iloczyn k^{g-1} i $1/d_{fg}$ jest wektorem poziomym [43,3; 88; 224; 640].

$$1/d_{fg} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1/10} & \frac{1}{\infty} & \frac{1}{\infty} & \frac{1}{\infty} \\ \frac{1}{\infty} & \frac{1}{1/10} & \frac{1}{\infty} & \frac{1}{\infty} \\ \frac{1}{\infty} & \frac{1}{\infty} & \frac{1}{1/10} & \frac{1}{\infty} \\ \frac{1}{\infty} & \frac{1}{\infty} & \frac{1}{\infty} & \frac{1}{1/10} \end{bmatrix}$$

Wektor [43,3; 88; 224; 640] przemnożony przez macierz $[S_{gq}]$ daje wektor poziomy, którego transpozycja daje ostatnią kolumnę tabeli, tj. wielkość potencjału uczestnictwa.

pośrednio na podstawie określenia stopnia korelacji między wielkością zinterpretowanego potencjału, jako np. potencjału ludności lub dochodu, a innymi zjawiskami społeczno-ekonomicznymi.

Fakt, że pojęciu potencjału nie można nadać ścisłej interpretacji w odniesieniu do przestrzennego kształtowania się zjawisk społeczno-ekonomicznych oraz że nie można go aproksymować statystycznie, stał się punktem wyjścia krytyki tej koncepcji przez Lukermanna i Portera (1960, s. 501). Krytyka ta opiera się na stwierdzeniu, że model ten zakłada istnienie nieograniczonego przestrzennie kontinuum. Stąd też model potencjału nie może stanowić podstawy dla badania przestrzennie ograniczonych związków między zjawiskami społeczno-ekonomicznymi, a opisuje jedynie tendencje dotyczące przestrzennej równowagi.

Krytyka ta nie wydaje się uzasadniona. Model potencjału pod względem konstrukcji logicznej należy interpretować jako model teoretyczny stanowiący założenie typu wzorca badawczego, a nie hipotezy empirycznej. W odniesieniu do badania przestrzennego ujmowania zjawisk społeczno-ekonomicznych, gdzie występujące układy są w pewnym stopniu izolowane (kraje, kontynenty), zastosowanie modelu można ograniczyć do integrującego opisu takich układów traktując je jako pewne funkcjonalne całości. Przestrzenne ograniczenie tych układów należy interpretować jako wydzielanie pewnych całości. Rola modelu potencjału polega właśnie na tym, iż każdy z elementów rozpatrywanej całości (jednostka przestrzenna, osiedle, region) z punktu widzenia zachodzących między nimi powiązań przestrzenno-ekonomicznych jest charakteryzowany przez odniesienie do pozostałych elementów (i siebie samego) ze względu na swoje i ich miejsce określone w przestrzennym układzie miarą odległości. Zakres empirycznej interpretacji modelu wyraża konkretyzacja pojęcia masy oraz odległości.

W ten sposób model potencjału pozwala na znalezienie miernika empirycznie zinterpretowanej wielkości masy (ludności, dochodu) w danym miejscu ze względu na przestrzenne zróżnicowanie innych mas. Znalezienie wielkości potencjału dla wszystkich rozpatrywanych mas pozwala na uwzględnienie efektu położenia każdej z nich w rozpatrywanej całości.

Model potencjału jako założenie badawcze realizuje więc postulat całkowitego i strukturalnego ujmowania rzeczywistości społeczno-ekonomicznej w jej przestrzennym aspekcie.

Heurystyczne znaczenie modelu polega na tym, że sformułowane lub hipotetyczne zależności, jakie zachodzą między empirycznie zinterpretowanymi wielkościami wyliczonymi na podstawie modelu potencjału a innymi wielkościami społeczno-ekonomicznymi, mogą być podstawą dla budowy modeli matematycznych, których zmienną jest wielkość potencjału i które mogą być aproksymowane i empirycznie szacowane. Ujęcie takie pozwala na pośrednie sprawdzenie przydatności modelu potencjału przez wykorzystanie go jako elementu opisowego modelu matematycznego, którego wartość dla opisu rzeczywistości może być dość ściśle określona.

Bibliografia

- Anderson T.R., 1956. Potential models and the spatial distribution of population. *Papers and Proceedings RSA*, 2, s. 175–192.
- Carrothers G.A.P., 1958. Population Projections by Means of Income Potential Models. *Papers and Proceedings of the Regional Science Association*, 4, s. 121–152.
- Duncan O.D., 1957a. The Measurement of Population Distribution. *Population Studies*, 11, 1.
- Duncan O.D., 1957b. Population Distribution and Community Structure. *Cold Spring Harbor Symposia on Quantitative Biology*, 22, s. 357–371.
- Dunn E.S., 1956. The Market Potential Concept and Analysis of Location. *Papers and Proceedings of the Regional Science Association*, 2, s. 183–194.
- Harris C.D., 1954. The market as a factor in the location of industry in the United States. *Annals of the Association of American Geographers*, 44, s. 315–348.
- Isard W., 1960. *Methods of Regional Analysis: An Introduction to Regional Science*. Published jointly by the Technology Press of the Massachusetts Institute of Technology and Wiley, New York.
- Isard W., Bramhall D., 1959. Regional Employment and Population Forecasts via Relative Income Potential Models. *Papers and Proceedings of the Regional Science Association*, 25, s. 25–50.
- Isard W., Freutel G., 1954. Regional and national product projections and their interrelations. [W:] *Long-range economic projections*, Vol. 16, *Studies in Income and Wealth*. National Bureau of Economic Research, Princeton University Press, Princeton, N.J.
- Isard W., Tung T.H., 1963. Some Concepts for the Analysis of Spatial Organisation: Part 1. *Papers and Proceedings of the Regional Science Association*, 11, s. 17–40.
- Kirk D., 1946. *Europe's Population in the Interwar Years*. League of Nations.
- Kosiński L., 1965. Potencjał ludności jako miara jej rozmieszczenia. *Przegląd Geograficzny*, 39, 2, s. 355–368.
- Lachene R., 1965. *Contribution à l'analyse de l'espace économique*, Vol. 6.
- Lukermann F., Porter P.W., 1960. Gravity and Potential Models in Economic Geography. *Annals of the Association of American Geographers*, 50, s. 493–505.
- Norborg K., 1962. Potentialbegreppet. Ett viktigt hjälpmedel vid likaliseringsdiskussioner. *Svensk Geografisk Årsbok*, 38, s. 23–36.
- Pawłowski Z., 1963. *Modele ekonometryczne równań opisowych*. Państwowe Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.
- Rokita S., 1963. Przestrzenny układ rynków zbytu a rozmieszczenie produkcji rolniczej. *Zagadnienia Ekonomiki Rolnej*, 5, s. 43–54.
- Stewart J.Q., 1948. Concerning social physics. *Scientific American*, 178, 5, s. 20–23.
- Stewart J.Q., 1945. *Coasts, Waves and Weather*. New York.
- Stewart J.Q., 1947. Empirical Mathematical Rules Concerning the Distribution and Equilibrium of Population. *Geographical Review*, 37, s. 461–485.

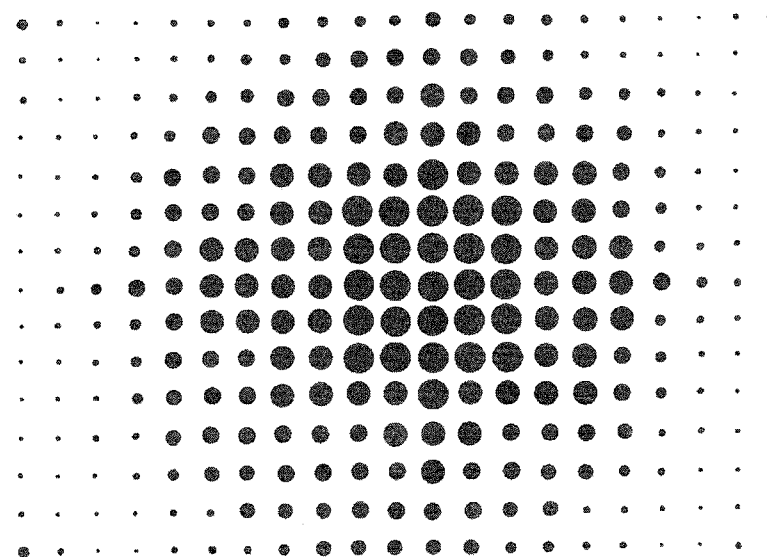
- Stewart J.Q., 1948. Demographic Gravitation: Evidence and Applications. *Sociometry*, 11, s. 31–58.
- Stewart J.Q., 1950. The Development of Social Physics. *American Journal of Physics*, 18, s. 239–259.
- Stewart J.Q., 1958. Population Projections by Means of Income Potential Models. *Papers and Proceedings of the Regional Science Association*, 4, s. 153–154.
- Stewart J.Q., Warntz W., 1958a. Macrogeography and social science. *The Geographical Review*, 48, s. 167–184.
- Stewart J.Q., Warntz W., 1958b. Physics of population distribution. *Journal of Regional Science*, 1, 1, s. 99–123.
- Warntz W., 1956. Measuring Spatial Association with Special Consideration of the Case of Market Orientation of Production. *Journal of the American Statistical Association*, 51, 276, s. 597–604.
- Warntz W., 1957. Geography of prices and spatial interaction. *Papers and Proceedings RSA*, 3, s. 118–129.
- Warntz W., 1959a. Progress in Economic Geography. [W:] P. James (red). *New Viewpoints in Geography*. E.J.Preston, Washington, s. 54–75.
- Warntz W., 1959b. Some Parameters of the Geographical Distribution of Population. *The Geographical Review*, 49, s. 270–272.
- Warntz W., 1959c. *Toward a Geography of Price*. University of Pennsylvania Press and Oxford University Press, Philadelphia and London.
- Warntz W., 1964. A new map of the surface of population potentials for the United States, 1960. *Geographical Review*, 54, 2, s. 170–184.

Waldemar Ratajczak

Potencjał matematyczny

Z punktu widzenia metodologii badań przestrzennych istotne jest to, że potencjał ma definicję matematyczną.

Matematyczna teoria potencjału wiąże się z analizą funkcji pól. Ogólnie pola dzieli się na pola skalarne i pola wektorowe. Polem skalarnym nazywa się obszar, na którym każdemu punktowi przyporządkowana jest pewna liczba (liczbę tę można przedstawić w postaci sygnatury kołowej, której rozmiar jest proporcjonalny do wielkości liczby – por. ryc. 1). Polem skalarnym jest np. rozkład temperatury, gęstość, potencjał itp.



Ryc. 1. Geometryczna postać pola skalarnego

Pole wektorowe to obszar, na którym każdemu punktowi przyporządkowany jest pewien wektor (por. ryc. 2). Pole wektorowe interpretowane jest, np. w fizyce, jako pole sił. Przykładem pola wektorowego jest prędkość.